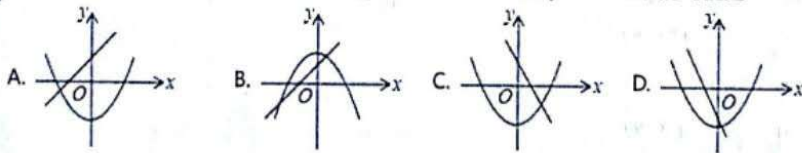


2018-2019 年度海河中学初三第一次月考数学试卷

一. 选择题 (共 12 小题, 共 36 分)

- D 1. 抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的顶点相同, 形状相同且开口方向相反的抛物线所对应的函数表达式为
 A. $y = -x^2$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = -x^2 - 1$ D. $y = x^2 + 1$
- A 2. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ 的顶点坐标是
 A. (0, 1) B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(-\frac{1}{2}, -1)$ D. (2, -1)
- C 3. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的公共点是 (-1, 0), (3, 0), 则这条抛物线的对称轴是
 A. 直线 $x = -1$ B. 直线 $x = 0$ C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = 3$
- C 4. 下列函数关系中, 可以看做二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 模型的是
 A. 在一定距离内, 汽车行驶的速度与行驶的时间的关系
 B. 正方形周长与边长之间的关系
 C. 正方形面积和正方形边长之间的关系
 D. 圆的周长与半径之间的关系
- C 5. 下列二次函数的图象中, 开口最大的是
 A. $y = x^2$ B. $y = 2x^2$ C. $y = \frac{1}{100}x^2$ D. $y = -x^2$
- A 6. 若二次函数 $y = ax^2$ 的图象经过点 P(-2, 4), 则该图象必经过点
 A. (2, 4) B. (-2, -4) C. (-4, 2) D. (4, -2)
- A 7. 抛物线 $y = 3x^2 - 3$ 向右平移 3 个单位长度, 得到新抛物线的表达式为
 A. $y = 3(x-3)^2 - 3$ B. $y = 3x^2$ C. $y = 3(x+3)^2 - 3$ D. $y = 3x^2 - 6$
- A 8. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x - 3$, 用配方法化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式, 结果是
 A. $y = -(x-1)^2 - 2$ B. $y = -(x-1)^2 + 2$ C. $y = -(x-1)^2 + 4$ D. $y = -(x+1)^2 - 4$
- C 9. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2$. 当 $1 \leq x \leq 5$ 时, y 的最大值是
 A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{7}{3}$
- C 10. 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, 它与 x 轴的两个交点间的距离为
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
- C 11. 在同一平面直角坐标系中, 一次函数 $y = ax + 1$ 与二次函数 $y = x^2 + a$ 的图像可能是



12. 已知抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴相交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 顶点为 M, 平移该抛物线, 使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上, 点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上, 则平移后的抛物线解析式为

- A. $y=x^2+2x+1$ B. $y=x^2+2x-1$ C. $y=x^2-2x+1$ D. $y=x^2-2x-1$

二. 填空题 (共 6 小题; 共 18 分)

13. 函数 $y=(x-1)^2+3$ 的最小值为 3

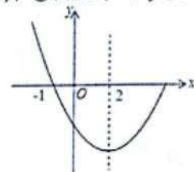
14. 请写出一个开口向上, 并且与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的解析式 $y=x^2+1$

15. 设 A $(-2, y_1)$, B $(1, y_2)$, C $(2, y_3)$ 是抛物线 $y=-(x+1)^2+a$ 上的三点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 $y_1 > y_2 > y_3$

16. 若抛物线 $y=x^2-6x+m$ 与 x 轴没有交点, 则 m 的取值范围是 $m > 9$

17. 一位运动员投掷铅球, 如果铅球运行时离地面的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$, 那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为 3 米.

18. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, 已知抛物线的对称轴是直线 $x=2$, 与 x 轴的一个交点是 $(-1, 0)$, 有下列结论: ① $abc < 0$; ② $4a+b=0$; ③ 抛物线与 x 轴的另一个交点是 $(5, 0)$; ④ 若点 $(-2, y_1)$, $(5, y_2)$ 都在抛物线上, 则有 $y_1 < y_2$, 请将正确选项的序号都填在横线上 ②③



三. 解答题 (共 7 小题共 66 分)

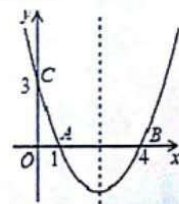
19. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=2x+3$ 相交于 A, B 两点, 已知点 A 的坐标是 $(-1, 1)$. 求点 B 的坐标.

解: 把 $(-1, 1)$ 代入 $y=ax^2$. 得: $1 = a(-1)^2$
 $\therefore a=1$
 $\therefore y=x^2$
 $\therefore \begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+3 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=9 \end{cases}$
 $\therefore B(3, 9)$

20. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A $(1, 0)$, B $(4, 0)$, C $(0, 3)$ 三点, 求抛物线的解析式

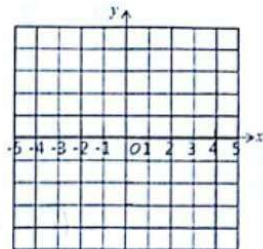
解: 设抛物线解析式为 $y=a(x-1)(x-4)$
 把 $(0, 3)$ 代入, 得:
 $3 = a(0-1)(0-4)$
 $a = \frac{3}{4}$
 $\therefore y = \frac{3}{4}(x-1)(x-4)$
 $y = \frac{3}{4}(x^2 - 5x + 4)$





21. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$

- (1) 用配方法求出二次函数的顶点坐标和对称轴
- (2) 在图中画出它的图象
- (3) ①当 x 在什么范围内时, y 随 x 的增大而增大?
②求使 $y \leq 3$ 的 x 的取值范围



解: (1) $y = x^2 - 4x + 3$

$$y = x^2 - 4x + 4 - 1$$

$$y = (x-2)^2 - 1$$

\therefore 顶点为 $(2, -1)$

对称轴为直线 $x=2$

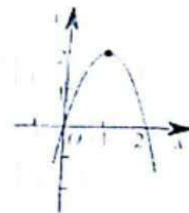
(2) 略.

(3) ① 当 $x \geq 2$ 时 y 随 x 增大而增大

② 由图像得: $0 \leq x \leq 4$

22. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 根据图象回答下列问题

- (1) 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=0, x_2=2$
- (2) 不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集是 $x < 0$ 或 $x > 2$
- (3) y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围是 $x > 1$
- (4) 若方程 $ax^2+bx+c=k$ 无实根, 则 k 的取值范围是 $k > 2$





23. 用总长为 60m 的篱笆围成矩形场地

(1) 根据题意, 填写下表:

矩形一边长/m	5	10	15	20
矩形面积/m ²	125	20	225	200

(2) 设矩形一边长为 l m, 矩形面积为 S m², 当 l 是多少时, 矩形场地的面积最大? 并求出矩形场地的最大面积

(3) 当矩形的长为 18 m, 宽为 12 m 时, 矩形场地的面积为 216m²

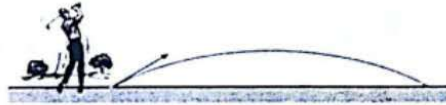
$$\begin{aligned}
 \text{② } S &= l(30-l) & \text{③ } -l^2+3l &= 216 \\
 &= -l^2+3l \quad (0 < l < 30) & l^2-3l+216 &= 0 \\
 &= -(l^2-3l) & (l-18)(l-12) &= 0 \\
 &= -(l^2-3l+15-15) & \therefore l_1 &= 18, l_2 = 12 \\
 &= -(l-15)^2+15 & & \\
 &\therefore \text{当 } l=15 \text{ 时, } S \text{ 有最大值为 } 15 & &
 \end{aligned}$$

24. 如图, 以 40m/s 的速度将小球与地面成某一角度的方向击出时, 小球的飞行路线将是一条抛物线, 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系 $h=20t-5t^2$, 请解答以下问题

(1) 小球的飞行高度能否达到 15m? 如果能, 需要多少飞行时间?

(2) 小球的飞行高度能否达到 20.5m? 为什么?

(3) 小球从飞出到落地要用多少时间?



$$\begin{aligned}
 \text{① } 20t-5t^2 &= 15 \\
 t^2-4t+3 &= 0 \\
 (t-3)(t-1) &= 0 \\
 \therefore t_1 &= 3, t_2 = 1 \\
 \therefore \text{需飞行 } 1 \text{ 或 } 3 \text{ s} \\
 \text{② } h &= 20t-5t^2 \\
 &= -5(t^2-4t) \\
 &= -5(t^2-4t+4-4) \\
 &= -5(t-2)^2+20 \\
 \therefore \text{当 } t=2 \text{ 时, } h \text{ 最大为 } 20 \text{ m.} \\
 \therefore \text{不能达到 } 20.5 \text{ m} \\
 \text{③ } 20t-5t^2 &= 0 \\
 t^2-4t &= 0 \\
 t(t-4) &= 0 \\
 \therefore t_1 &= 0, t_2 = 4 \\
 4-0 &= 4 \text{ (s)} \\
 \therefore \text{从飞出到落地要用 } 4 \text{ s}
 \end{aligned}$$

25. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(1, 0)$, $B(-3, 0)$ 两点.

(1) 求该抛物线的解析式

(2) 设 (1) 中的抛物线交 y 轴于 C 点, 在该抛物线的对称轴上是否存在点 Q , 使得 $\triangle QAC$ 的周长最小? 若存在, 求出 Q 点的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 在 (1) 中的抛物线上的第二象限上是否存在一点 P , 使 $\triangle PBC$ 的面积最大? 若存在, 求出点 P 的坐标及 $\triangle PBC$ 的面积最大值, 若没有, 请说明理由.

解: (1) $y = -x^2 + bx + c$ 过 $(1, 0)$, $(-3, 0)$

$$\therefore y = -(x-1)(x+3)$$

$$y = -(x^2 + 2x - 3)$$

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 3$$

当 $x = 0$ 时, $y = 3$

$$\therefore C(0, 3)$$

$$\therefore B(-3, 0)$$

$$\therefore BC: y = kx + b$$

$$\begin{cases} b = 3 \\ 0 = -3k + b \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore BC: y = x + 3$$

$$\text{而 } y = -x^2 - 2x + 3$$

$$= -(x^2 + 2x + 1) + 4$$

$$= -(x+1)^2 + 4$$

$$\therefore \text{其对称轴为 } x = -1$$

$$\therefore y = x + 3$$

当 $x = -1$ 时, $y = 2$

$$\therefore Q(-1, 2)$$

$$\therefore \text{设 } P(m, -m^2 - 2m + 3)$$

$$S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \cdot (-m^2 - 2m + 3) \cdot 3$$

$$= \frac{3}{2}(-m^2 - 2m)$$

$$= -\frac{3}{2}(m^2 + 2m + \frac{9}{4} - \frac{9}{4})$$

$$= -\frac{3}{2}(m + \frac{1}{2})^2 + \frac{27}{8}$$

$$\therefore \text{当 } m = -\frac{1}{2} \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } \frac{27}{8}$$

$$\text{此时 } y_P = -(-\frac{1}{2})^2 - 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + 3$$

$$= -\frac{1}{4} + 3 + 3$$

$$= -\frac{1}{4} + \frac{24}{4}$$

$$= \frac{23}{4}$$

$$\therefore P(-\frac{1}{2}, \frac{23}{4})$$

$$\therefore \text{当 } P(-\frac{1}{2}, \frac{23}{4}) \text{ 时, } S \text{ 有最大值为 } \frac{27}{8}$$

