

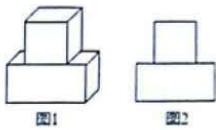
2018-2019 年度益中初三第一次月考数学试卷

一. 选择题 (3×12=36)

B 1. 下列图形中, 是轴对称图形的是



D 2. 如图放置的一个机器零件, 若其主视图如图 (2), 则其俯视图是



B A 3. 世界上最小的开花结果植物是澳大利亚的出水浮萍, 这种植物的果实像一个微小的无花果, 质量只有

0.000000076 克, 将数 0.000000076 用科学记数法表示为

- A. 7.6×10^{-9} B. 7.6×10^{-8} C. 7.6×10^9 D. 7.6×10^8

C 4. 估计 $\sqrt{7} + 1$ 的值

- A. 在 1 和 2 之间 B. 在 2 和 3 之间 C. 在 3 和 4 之间 D. 在 4 和 5 之间

B 5. 如果把分式 $\frac{xy}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍, 即分式的值

- A. 扩大 4 倍 B. 扩大 2 倍 C. 不变 D. 缩小 2 倍

C 6. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)^2x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是

- A. $m > \frac{3}{4}$ B. $m \geq \frac{3}{4}$ C. $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ D. $m \geq \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$

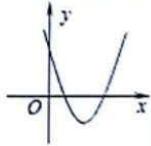
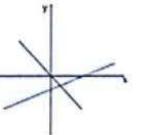
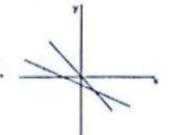
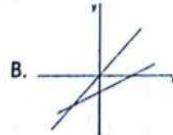
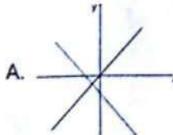
C 7. 由二次函数 $y=2(x-3)^2+1$, 可知

- A. 其图象的开口向下 B. 其图象的对称轴为直线 $x=-3$
C. 图象的最小值为 1 D. 当 $x < 3$ 时, y 随 x 的增大而增大

D 8. 将抛物线 $y=x^2-4x-4$ 向左平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到抛物线的表达式为

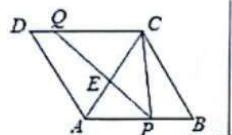
- A. $y=(x+1)^2-13$ B. $y=(x-5)^2-3$ C. $y=(x-5)^2-13$ D. $y=(x+1)^2-3$

A 9. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示, 则一次函数 $y=ax$ 与一次函数 $y=bx-c$ 在同一坐标系内的图象大致是

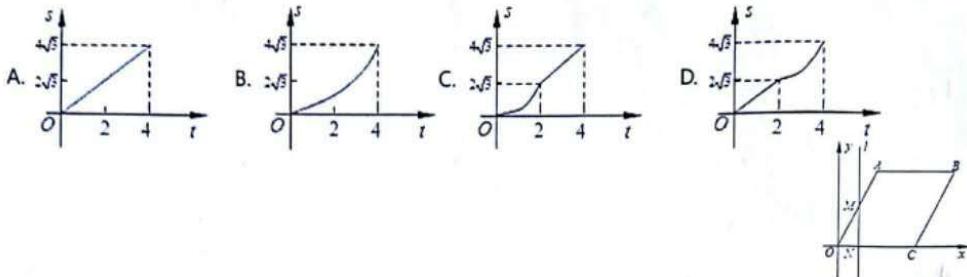


A 10. 如图, 菱形 ABCD 的边 AB=8, $\angle B=60^\circ$, P 是 AB 上一点, $BP=3$, Q 是 CD 边上一动点, 将梯形 APQD 沿直线 PQ 折叠, A 的对应点为 A', 当 CA' 的长度最小时, CQ 的长为

- A. 5 B. 7 C. 8 D. $\frac{13}{2}$



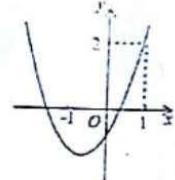
C11. 如图，在平面直角坐标系中，四边形OABC是菱形，点C的坐标为(4, 0)， $\angle AOC=60^\circ$ ，垂直于x轴的直线l从y轴出发，沿x轴正方向以每秒1个单位长度的速度向右平移，设直线l与菱形OABC的两边分别交于点M，N（点M在点N的上方），若 $\triangle OMN$ 的面积为S，直线l的运动时间为t秒($0 \leq t \leq 4$)，则能大致反映S与t的函数关系的图象是



B12. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，下列结论：① $abc>0$ ；② $a+b+c=2$ ；③ $b^2-4ac>0$ ；④ $a<\frac{1}{2}$ ；

⑤ $b>1$ ，其中正确结论有

- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个



二、填空题 (3×6=18)

13. 计算 $(-x^3y)^2$ 的结果是 x^6y^2

14. 已知关于x的方程 $mx+3=4$ 的解为 $x=1$ ，则直线 $y=(m-2)x-3$ 一定不经过第 一 象限

15. 方程 $x^2+2x-3=0$ 的解是 $x_1=-3, x_2=1$

16. 若直线 $y=x+m$ 与抛物线 $y=x^2+3x$ 有交点，则 m 的取值范围是 $m \geq -\frac{9}{4}$

17. “如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有两个公共点，那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根。”请根据你对这句话的理解，解决下面问题：若 p, q ($p < q$) 是关于 x 的方程 $2-(x-a)(x-b)=0$ 的两根，且 $a < b$ ，则请用“ $<$ ”来表示 a, b, p, q 的大小关系是 $a < b < p < q$

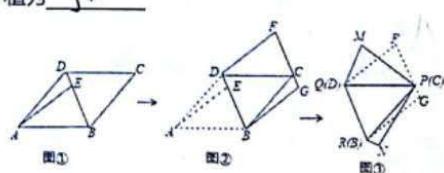
18. 如图，面积为 S 的平行四边形纸片ABCD中， $AB=3$ ， $\angle BAD=45^\circ$ ，按下列步骤进行裁剪和拼图。

第一步：如图①，将平行四边形纸片沿对角线BD剪开，得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 纸片，再将 $\triangle ABD$ 纸片沿AE剪开(E为BD上任意一点)，得到 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 纸片：

第二步：如图②，将 $\triangle ABE$ 纸片平移至 $\triangle DCF$ 处，将 $\triangle ADE$ 纸片平移至 $\triangle BCG$ 处；

第三步：如图③，将 $\triangle DCF$ 纸片翻转过来使其背面朝上置于 $\triangle PQM$ 处(边PQ与DC重合， $\triangle PQM$ 和 $\triangle DCF$ 在DC同侧)，将 $\triangle BCG$ 纸片翻转过来使其背面朝上置于 $\triangle PRN$ 处(边PR与BC重合， $\triangle PRN$ 和 $\triangle BCG$ 在BC同侧)。

则由纸片拼成的五边形PMQRN中，对角线MN长度的最小值为 $\sqrt{17}$





三. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.)

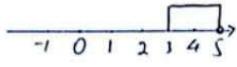
19. 解不等式组, 并把解集表示在数轴上.

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 5 & ① \\ x-5 < 2(5-x) & ② \end{cases}$$

解: 由①得: $x \geq 3$

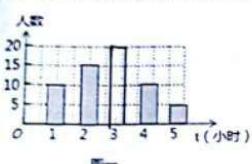
由②得: $x < 5$

$$\therefore 3 \leq x < 5$$



20. 为了了解某学校初四年级学生每周平均课外阅读时间的情况, 随机抽查了该学校初四年级 m 名同学, 对其

每周平均课外阅读时间进行统计, 绘制了如下条形统计图 (图一) 和扇形统计图 (图二):



图二

(1) 根据以上信息回答下列问题:

①求 m 值.

②求扇形统计图中阅读时间为 5 小时的扇形圆心角的度数.

③补全条形统计图.

(2) 直接写出这组数据的众数、中位数, 求出这组数据的平均数.

解: ① 2 小时的圆心角为 90°

$$\therefore m = 15 \div \frac{90}{360} = 60.$$

$$\text{② } 360 \times \frac{5}{60} = 360 \times \frac{1}{12} = 30^\circ$$

∴ 阅读时间为 5 小时的扇形圆心角度数为 30°

② 众数: 3. 中位数 3

21. 如图, ABCD 是矩形, AC=CF, E 为 AF 的中点.

求证: DE ⊥ BE

证明: 连接 BD 交 AC 于 O, 连接 EO. 在矩形 ABCD 中,

$$AC = BD.$$

$$AO = OC = OB = OD$$

$$\therefore AO = EF$$

∴ EO 为 $\triangle AFC$ 中位线

$$\therefore EO = \frac{1}{2} FC$$

$$\because CF = AC$$

$$\therefore EO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD$$

$$\therefore EO > OD = OB$$

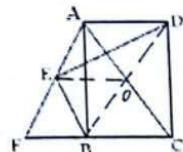
$$\therefore \angle ODE > \angle OBD$$

$$\angle ODB = \angle OBE$$

$$\therefore \angle EDB + \angle EBD + \angle BED = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BED = 90^\circ$$

$$\therefore DB \perp BE$$



22. 某种电脑病毒传播非常快，如果一台电脑被感染，经过两轮感染后就会有 81 台电脑被感染，请你用学过的知识分析，每轮感染中平均一台电脑会感染几台电脑？若病毒得不到有效控制，3 轮感染后，被感染的电脑会不会超过 700 台？

解：设平均一台电脑会感染 x 台电脑

$$1+x+x(1+x)=81$$

$$(x+1)^2=81$$

$$(x+1+9)(x+1-9)=0$$

$$\therefore x_1=\frac{1}{2}10, x_2=-8$$

∴ 平均一台电脑会感染 8 台电脑

$$81+81\times 8$$

$$=81\times 9$$

$$=729 \text{ (台)} > 700.$$

∴ 若得不到有效控制，3 轮感染后，被感染电脑会超过 700 台。

23. 某商场销售一种商品，进价为每个 20 元，规定每个商品售价不低于进价，且不高于 60 元，经调查发现，每天的销售量 y (个) 与每个商品的售价 x (元) 满足一次函数关系，其部分数据如下所示：

每个商品的售价 x (元)	...	30	40	50	...
每天的销售量 y (个)		100	80	60	

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式：

(2) 设商场每天获得的总利润为 w (元)，求 w 与 x 之间的函数表达式；

(3) 不考虑其他因素，当商品的售价为多少元时，商场每天获得的总利润最大，最大利润是多少？

① 解：设 $y=kx+b$

$$\begin{cases} 80 = 40k + b \\ 60 = 50k + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 160 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x + 160$$

$$② y = (x - 20)(-2x + 160)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 80)$$

$$y = -2(x^2 - 100x + 1600)$$

$$y = -2x^2 + 200x - 3200$$

$$③, y = (x - 20)(-2x + 160)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 80)$$

$$y = -2(x^2 - 100x + 1600)$$

$$y = -2(x^2 - 100x + 2500 - 2500 + 1600)$$

$$y = -2(x - 50)^2 + 1800$$

$$y = -2(x - 50)^2 + 1800$$

∴ 当售价为 50 元时，可获最大利润为 1800 元。

24. 如图，矩形的边 OA 在 x 轴上，边 OC 在 y 轴上，点 B 的坐标为 (10, 8)，沿直线 OD 折叠矩形，使点 A 正好落在 BC 上的 E 处，E 点坐标为 (6, 8)，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 O、A、E 三点。

(1) 求此抛物线的解析式

(2) 点 P 是抛物线对称轴上的一动点，当 $\triangle PAD$ 的周长最小时，求点 P 的坐标

(3) 当 $t \leq x \leq t+1$ 时，求 $y=ax^2+bx+c$ 的最大值。

解：(1) 设抛物线解析式为 $y=ax^2+bx+c$ 。

\because 过 $O(0, 0)$, $A(10, 0)$, $E(6, 8)$

$$\begin{cases} c=0 \\ 0=100a+10b+c \\ 8=36a+6b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{10}{3} \\ c=0 \end{cases}$$

$$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$$

(2) $A(10, 0)$, $E(6, 8)$

\therefore ~~AD~~ AE 中点 F(8, 4)

$$\therefore OF: y=\frac{1}{2}x$$

$$\text{而 } y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$$

$$\text{对称轴 } x=-\frac{\frac{10}{3}}{2 \times (-\frac{1}{3})}=\frac{10}{3} \times \frac{3}{2}=5$$

$$\therefore \text{当 } x=5 \text{ 时}, y=\frac{25}{3}$$

$$\therefore P(5, \frac{25}{3})$$

3. 当 $t+1 \leq x$ 时。

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$ 在 $x=t+1$ 处取最大值。

$$y=-\frac{1}{3}(t+1)^2+\frac{10}{3}(t+1)$$

$$y=-\frac{1}{3}t^2-\frac{2}{3}t+\frac{10}{3}t+\frac{10}{3}$$

$$y=-\frac{1}{3}t^2+\frac{8}{3}t+\frac{10}{3}$$

$$y=-\frac{1}{3}(t-4)^2+\frac{50}{3}$$

\therefore 当 $t=4$ 时, y 最大为 $\frac{50}{3}$

当 $t \leq 5 < t+1$ 时

即 $4 \leq t \leq 5$ 时

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$ 在 $x=5$ 处取最大值

~~$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x+\frac{15}{3}=-\frac{5}{3}$~~

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{25}{3}=\frac{25}{3}$

当 $t > 5$ 时,

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$ 在 t 处取最大值为

$y=-\frac{1}{3}t^2+\frac{10}{3}t$

$y=-\frac{1}{3}(t^2-10t)$

当 $t=5$ 时取最大值。

$\therefore t > 5$

\therefore 无最大值

综上, 当 $t \leq x \leq t+1$ 时,

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{10}{3}x$ 的最大值为 $\frac{50}{3}$

