

2018 年上海市金山区九年级第一学期期末考试数学试题

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 已知 a 、 b 是不等于 0 的实数， $2a = 3b$ ，那么下列等式中正确的是（ ）

- A. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ C. $\frac{a+b}{b} = \frac{4}{3}$ D. $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$ ， $AB = c$ ，下列各式中正确的是（ ）

- A. $a = b \cdot \cos A$ B. $c = a \cdot \sin A$ C. $a \cdot \cot A = b$ D. $a \cdot \tan A = b$

3. 将抛物线 $y = -(x+1)^2 + 4$ 平移，使平移后所得抛物线经过原点，那么平移的过程为（ ）

- A. 向下平移 3 个单位 B. 向上平移 3 个单位
C. 向左平移 3 个单位 D. 向右平移 3 个单位

4. 如图 1，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， $DE \parallel AB$ ，

下列各式正确的是（ ）

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC}$
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$

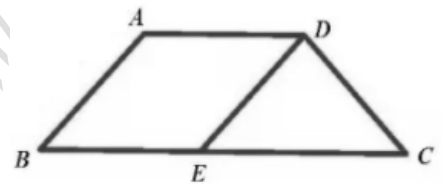


图 1

5. 一个三角形框架模型的三边长分别为 20 厘米、30 厘米、40

厘米，木工要以一根长为 60 厘米的木条为一边，做一个与模型三角形相似的三角形，那么另两条边的木条长度不符合条件的是（ ）

- A. 30 厘米、45 厘米 B. 40 厘米、80 厘米
C. 80 厘米、120 厘米 D. 90 厘米、120 厘米

6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = 9$ ， D 是 AB 的中点， G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果以点 D 为圆心 DG 为半径的圆和以点 C 为圆心半径为 r 的圆相交，那么 r 的取值范围是（ ）

- A. $r < 5$ B. $r > 5$ C. $r < 10$ D. $5 < r < 10$

二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）

7. 计算： $3\vec{a} - (\vec{a} - 2\vec{b}) =$ _____.

8. 计算： $2\sin^2 45^\circ - \tan 45^\circ =$ _____.

9. 如果两个相似三角形对应边上的高的比为 1:4，那么这两个三角形的周长比是_____.

10. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{1}{2}$ ，那么 $\cos A =$ _____.

11. 已知一个斜坡的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ，那么该斜坡的坡角为_____.

12. 如图 2， E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，

$AE = \frac{1}{2}ED$ ， CE 与 BD 相交于点 F ， $BD = 10$ ，那么 $DF =$ _____.

13. 抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 的顶点坐标是_____.

14. 点 $(-1, a), (-2, b)$ 是抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 上的两个点，那么 a 和 b 的大小关系是 a _____ b (填 “>” 或 “<” 或 “=”).

15. 如图 3， AB 是 $\odot O$ 的弦， $\angle OAB = 30^\circ$, $OC \perp OA$ ，交 AB 于点 C ，若 $OC = 6$ ，则 AB 的长等于_____.

16. 如果一个正多边形每一个内角都等于 144° ，那么这个正多边形的边数是_____.

17. 两圆内切，其中一个圆的半径长为 6，圆心距等于 2，那么另一个圆的半径长等于_____.

18. 如图 4，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 AD 上一点，把 $\triangle ABE$ 沿直线 BE 翻折，点 A 正好落在 BC 边上的点 F 处，如果四边形 $CDEF$ 和矩形 $ABCD$ 相似，那么四边形 $CDEF$ 和矩形 $ABCD$ 面积比是_____.

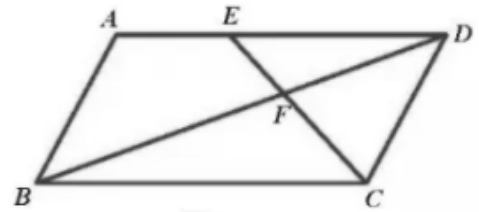


图2

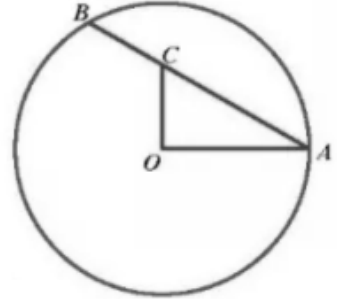


图3

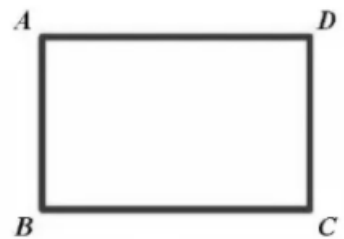


图4

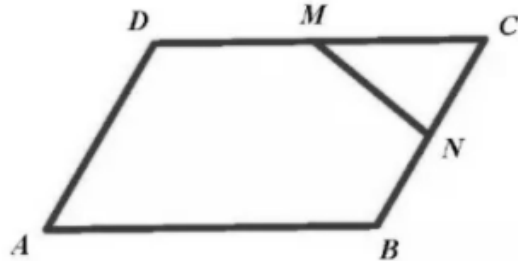
三、解答题（本题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

计算： $\sin 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{\cos 30^\circ - \cot 45^\circ}{\cos 60^\circ}$.

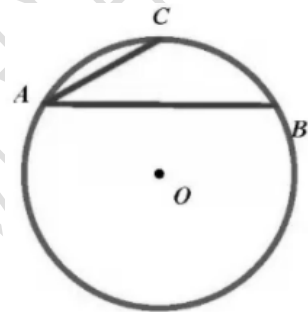
20. (本题满分 10 分)

如图, 已知平行四边形 $ABCD$, 点 M 、 N 分别是边 DC 、 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 求向量 \overrightarrow{MN} 关于 \vec{a} 、 \vec{b} 的分解式.



21. (本题满分 10 分)

如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 AB 的中点, $AB = 8, AC = 2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 半径的长.

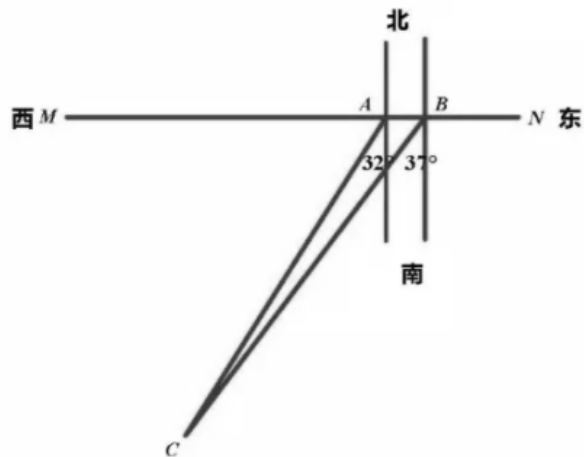


22. (本题满分 10 分)

如图, MN 是一条东西方向的海岸线, 在海岸线上的 A 处测得一海岛在南偏西 32° 的方向上, 向东走过 780 米后到达 B 处, 测得海岛在南偏西 37° 的方向上, 求小岛到海岸线的距离. (参考数据:

$$\tan 37^\circ = \cot 53^\circ \approx 0.755, \cot 37^\circ = \tan 53^\circ \approx 1.327, \tan 32^\circ = \cot 58^\circ \approx 0.625,$$

$$\cot 32^\circ = \tan 58^\circ \approx 1.600)$$

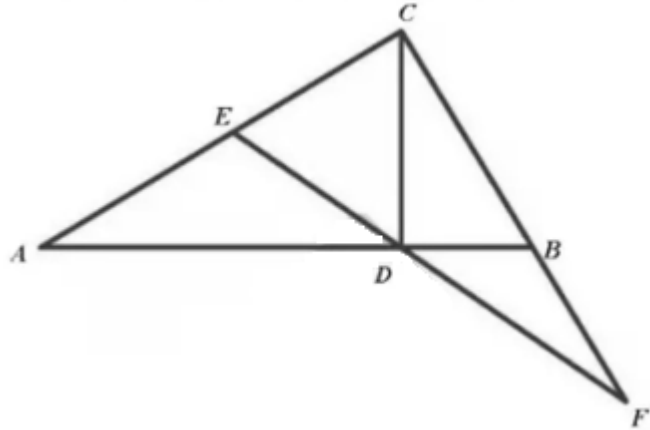


23. (本题满分 12 分, 每小题 6 分)

如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC > BC$, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的高, E 是 AC 的中点, ED 的延长线与 CB 的延长线相交于点 F .

(1) 求证: DF 是 BF 和 CF 的比例中项;

(2) 在 AB 上取一点 G , 如果 $AE \cdot AC = AG \cdot AD$, 求证: $EG \cdot CF = ED \cdot DF$.



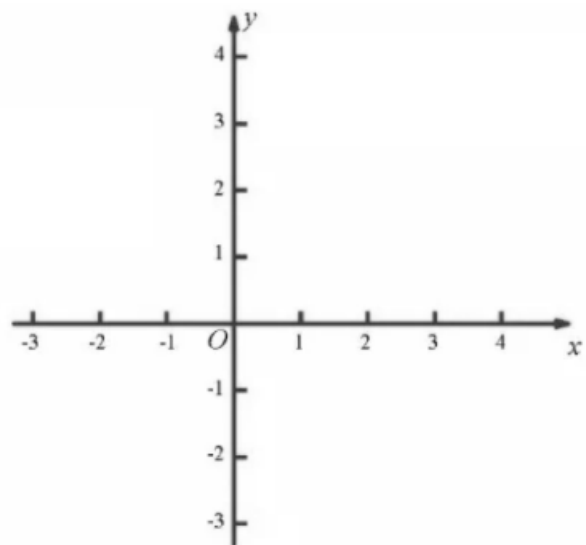
24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 y 轴相交于点 C , 与 x 轴正半轴相交于点 A , $OA = OC$, 与 x 轴的另一个交点为 B , 对称轴是直线 $x = 1$, 顶点为 P .

(1) 求这条抛物线的表达式和顶点 P 的坐标;

(2) 抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 M , 求 $\angle PMC$ 的正切值;

(3) 点 Q 在 y 轴上, 且 $\triangle BCQ$ 与 $\triangle CMP$ 相似, 求点 Q 的坐标.

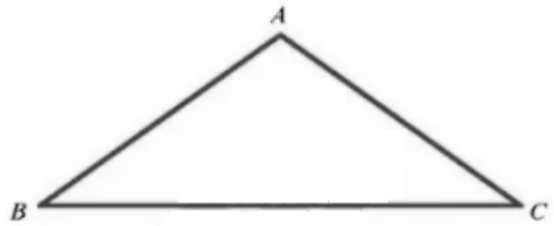
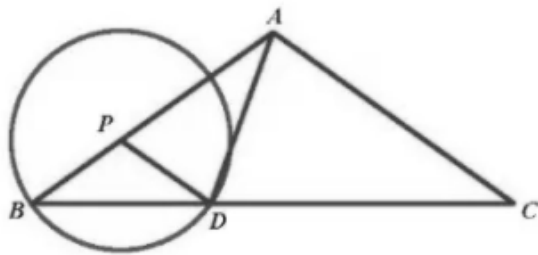


25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 6 分)

如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5, \cos B = \frac{4}{5}$, P 是边 AB 一点, 以 P 为圆

心, PB 为半径的 $\odot P$ 与边 BC 的另一个交点为 D , 联结 PD 、 AD .

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) 设 $PB = x, \triangle APD$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle APD$ 是直角三角形, 求 PB 的长.



参考答案

一、选择题

1. B 2. C 3. A/D 4. D 5. C 6. D

二、填空题

7. $2\vec{a} + 2\vec{b}$ 8. 0 9. 1:4 10. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 11. 30° 12. 4 13.

(0, -1)

14. < 15. 18 16. 10 17. 4 或 8 18. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

三、解答题

19. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$

20. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

21. $r = 5$

22. $CD = 6000$ 米

23. 证明略

24. (1) $y = -x^2 + 2x + 3$, $P(1, 4)$

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $Q(0, -1)$ 或 $Q\left(0, \frac{1}{2}\right)$

25. (1) 12

(2) $y = \frac{60x - 12x^2}{25}, (0 < x < 5)$

(3) $\frac{25}{32}$ 或 $\frac{125}{32}$