

普陀区 2017 学年度第一学期初三质量调研

数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 下列函数中， y 关于 x 的二次函数是（ ）

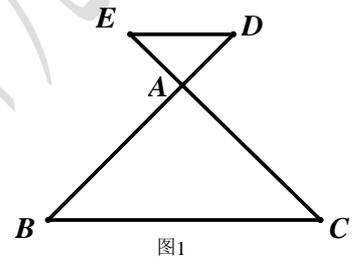
- A. $y = ax^2 + bx + c$ B. $y = x(x-1)$ C. $y = \frac{1}{x^2}$ D. $y = (x-1)^2 - x^2$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$ ，下面结论中，正确的是（ ）

- A. $AB = 2 \sin A$ B. $AB = 2 \cos A$ C. $BC = 2 \tan A$ D. $BC = 2 \cot A$

3. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 的反向延长线上，下面比例式中，不能判断 $ED \parallel BC$ 的是（ ）

- A. $\frac{BA}{BC} = \frac{CA}{CE}$ B. $\frac{EA}{EC} = \frac{DA}{DB}$
 C. $\frac{ED}{BC} = \frac{EA}{AC}$ D. $\frac{EA}{AD} = \frac{AC}{AB}$



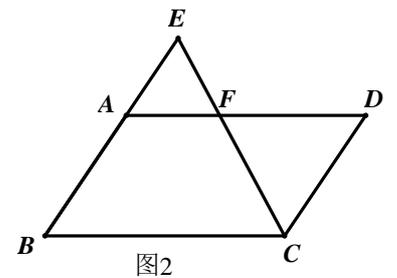
4. 已知 $\vec{a} = 5\vec{b}$ ，下列说法中，不正确的是（ ）

- A. $\vec{a} - 5\vec{b} = 0$ B. \vec{a} 与 \vec{b} 方向相同 C. $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 D. $|\vec{a}| = 5|\vec{b}|$

5. 如图 2，在平行四边形 $ABCD$ 中， F 是边 AD 上一点，射线 CF

和 BA 的延长线交于点 E ，如果 $\frac{C_{\triangle EAF}}{C_{\triangle CDF}} = \frac{1}{2}$ ，那么 $\frac{S_{\triangle EAF}}{S_{\triangle EBC}}$ 的值是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{9}$



6. 如图 3，已知 AB 和 CD 是 $\odot O$ 的两条等弦。 $OM \perp AB$, $ON \perp CN$ ，垂足分别为点 M 、

N ， BA 、 DC 的延长线交于点 P ，联结 OP 。下列四个说法中，

- ① $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ； ② $OM = ON$ ； ③ $PA = PC$ ；
 ④ $\angle BPO = \angle DPO$ ，正确的个数是（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

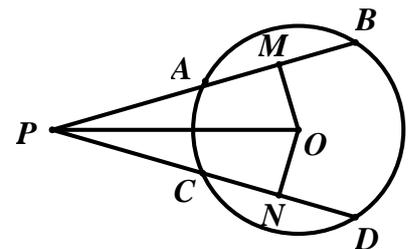


图3

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{b-a}{a+b} =$ _____.

8. 已知线段 $a = 4$ 厘米， $b = 9$ 厘米，线段 c 是线段 a 和线段 b 的比例中项，线段 c 的长度等于_____厘米.

9. 化简： $\frac{1}{b} - 4\left(a - \frac{3}{2}b\right) =$ _____.

10. 在直角坐标平面内，抛物线 $y = 3x^2 + 2x$ 在对称轴的左侧部分是_____的。（填“上升”或“下降”）

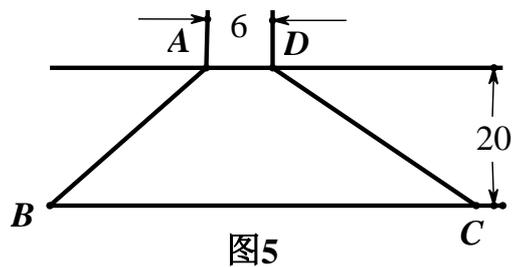
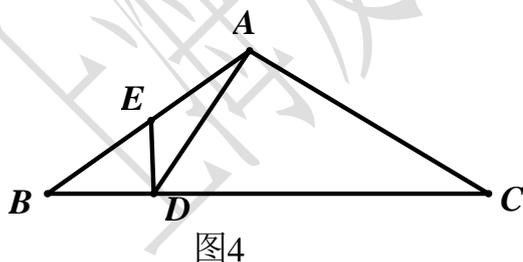
11. 二次函数 $y = (x-1)^2 - 3$ 的图像与 y 轴的交点坐标是_____.

12. 将抛物线 $y = 2x^2$ 平移，使顶点移动到点 $P(-3, 1)$ 的位置，那么平移后所得新抛物线的表达式是_____.

13. 在直角坐标平面内有一点 $A(3, 4)$ ，点 A 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴夹角为 α ，那么角 α 的余弦值是_____.

14. 如图 4，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上，且 $\angle ADE = \angle B$ ，如果 $DE : AD = 2 : 5$ ， $BD = 3$ ，那么 $AC =$ _____.

15. 如图 5，某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$ ，坝顶宽 AD 是 6 米，坝高是 20 米，背水坡 AB 的坡角为 30° ，迎水坡 CD 的坡度为 1:2，那么坝底 BC 的长度等于_____米。（结果保留根号）



16. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = \sqrt{7}$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，以点 D 为圆心作 $\odot D$ ，使得点 A 在 $\odot D$ 外，且点 B 在 $\odot D$ 内，设 $\odot D$ 的半径为 r ，那么 r 的取值范围是_____.

17. 如图 6，点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上，已知点 E 、点 F 分别为 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADC$ 的重心，如果 $BC = 12$ ，那么两个三角形重心之间的距离 EF 的长等于_____.

18. 如图7, $\triangle ABC$ 中, $AB=5, AC=6$, 将 $\triangle ABC$ 翻折, 使得点 A 落到边 BC 上的点 A' 处, 折痕分别交边 AB 、 AC 于点 E 、点 F , 如果 $A'F \parallel AB$, 那么 $BE =$ _____.

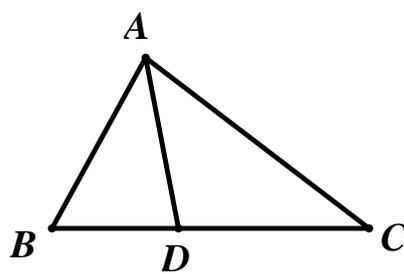


图6

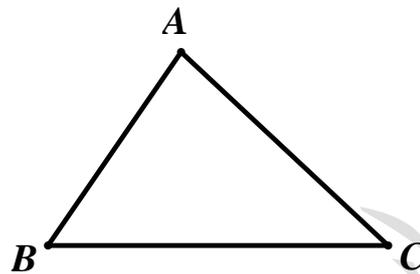


图7

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\frac{1}{2\cos 30^\circ - \cot 45^\circ} - \tan 60^\circ \cdot \sin^2 45^\circ.$

20. (本题满分 10 分)

已知一个二次函数的图像经过 $A(0, -3)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(m, 2m+3)$ 、 $D(-1, -2)$ 四点, 求这个函数的解析式及点 C 的坐标.

21. (本题满分 10 分)

如图 8, 已知 $\odot O$ 经过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B , 交边 BC 于点 D , 点 A 恰为 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点, 且 $BD = 8, AC = 9, \sin C = \frac{1}{3}$, 求 $\odot O$ 的半径.

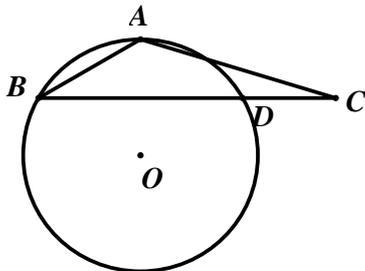
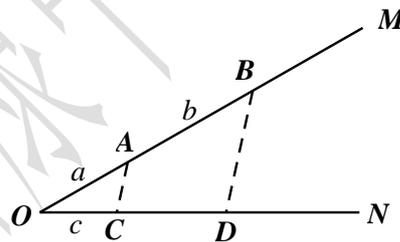
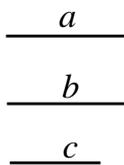


图8

22. (本题满分 10 分)

下面是一位同学做的一道作图题:

已知线段 a 、 b 、 c (如图), 求作线段 x , 使 $a:b=c:x$.



他的作法如下:

1. 以点 O 为端点画射线 OM, ON .
2. 在 OM 上依次截取 $OA = a, AB = b$.
3. 在 ON 上截取 $OC = c$.
4. 联结 AC , 过点 B 作 $BD \parallel AC$, 交 ON 于点 D .

所以: 线段_____就是所求的线段 x .

(1) 试将结论补完整: 线段_____就是所求的线段 x .

(2) 这位同学作图的依据是_____;

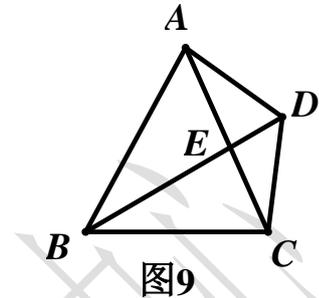
(3) 如果 $OA = 4, AB = 5, AC = \vec{m}$, 试用向量 \vec{m} 表示向量 \vec{DB}

23. (本题满分 12 分)

已知：如图 9，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 E ， $AD = DC, DC^2 = DE \cdot DB$ 。

求证：(1) $\triangle BCE \sim \triangle ADE$ ；

(2) $AB \cdot BC = BD \cdot BE$ 。



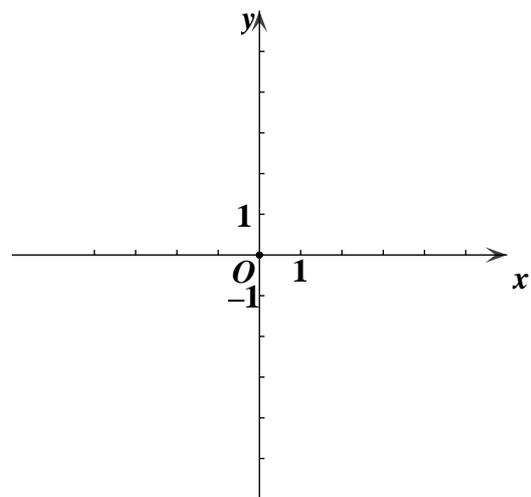
24. (本题满分 12 分，每小题满分各 4 分)

如图 10，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ (其中 a, c 为常数，且 $a < 0$) 与 x 轴交于点 A ，它的坐标是 $(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，此抛物线顶点 C 到 x 轴的距离为 4。

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 求 $\angle CAB$ 的正切值；

(3) 如果点 P 是抛物线上的一点，且 $\angle ABP = \angle CAO$ ，试直接写出点 P 的坐标。



25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 3 分, 第 (1) 小题满分 5 分, 第 (1) 小题满分 6 分)

如图 11, $\angle BAC$ 的余切值为 2, $AB = 2\sqrt{5}$, 点 D 是线段 AB 上的一动点 (点 D 不与点 A 、 B 重合), 以点 D 为顶点的正方形 $DEFG$ 的另两个顶点 E 、 F 都在射线 AC 上, 且点 F 在点 E 的右侧. 联结 BG , 并延长 BG , 交射线 EC 于点 P .

(1) 点 D 在运动时, 下列的线段和角中, _____ 是始终保持不变的量 (填序号);

① AF ; ② FP ; ③ BP ; ④ $\angle BDG$; ⑤ $\angle GAC$; ⑥ $\angle BPA$;

(2) 设正方形的边长为 x , 线段 AP 的长为 y , 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 如果 $\triangle VPF$ 与 $\triangle VAF$ 相似, 但面积不相等, 求此时正方形的边长.

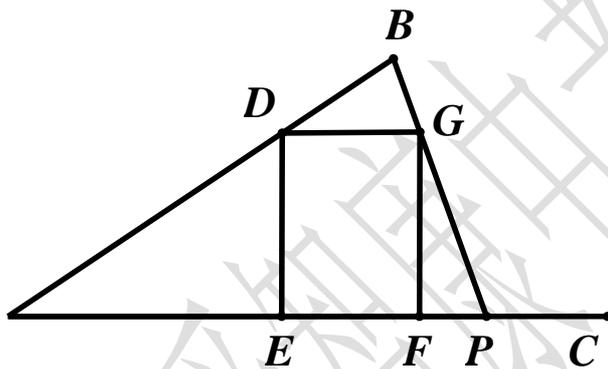
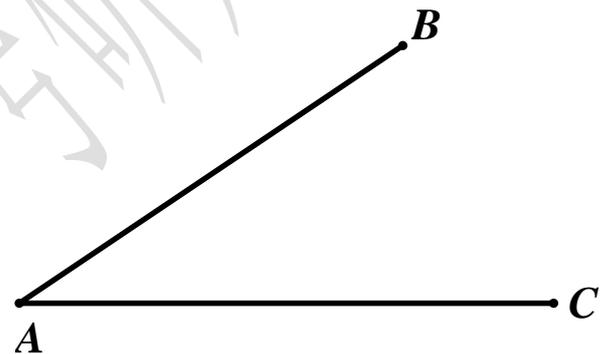


图11



备用图

参考答案

1-6、BCCADD

7、 $\frac{1}{5}$

8、6

9、 $7b-4a$

10、下降

11、 $(0, -2)$

12、 $y = 2(x+3)^2 + 1$

13、 $\frac{3}{5}$

14、 $\frac{15}{2}$

15、 $46+20\sqrt{3}$

16、 $\frac{7}{4} < r < \frac{9}{4}$

17、4

18、 $\frac{25}{11}$

19、 $\frac{1}{2}$

20、 $y = 2x^2 + x - 3$; $C_1\left(-\frac{3}{2}, 0\right), C_2(2, 7)$

21、 $r = \frac{25}{6}$

22、(1) CD ; (2) 平行线分线段成比例定理; (3) $\frac{DB}{DB} = -\frac{9}{4}m$

23、(1) 证明略; (2) 证明略

24、(1) $y = -x^2 - 2x + 3$; (2) $\frac{1}{3}$; (3) $(1, 0)$ 或 $\left(-\frac{5}{3}, \frac{32}{9}\right)$

25、(1) ④⑤; (2) $y = \frac{2x}{2-x} (0 < x < 2)$; (3) $\frac{7}{5}$ 或 $\frac{5}{4}$