

2017-2018 学年长宁第一学期初三数学教学质量检测试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分) 2018.01

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

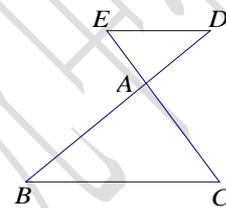
1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A = \alpha$, $AC=3$, 则 AB 的长可以表示为 (▲)

- (A) $\frac{3}{\cos \alpha}$; (B) $\frac{3}{\sin \alpha}$; (C) $3\sin \alpha$; (D) $3\cos \alpha$.

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BA 、 CA 的延长线上,

$\frac{AB}{AD} = 2$, 那么下列条件中能判断 $DE \parallel BC$ 的是 (▲)

- (A) $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$; (B) $\frac{EC}{AC} = 2$;
 (C) $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$; (D) $\frac{AC}{AE} = 2$.



第 2 题图

3. 将抛物线 $y = -(x+1)^2 + 3$ 向右平移 2 个单位后得到的新抛物线的表达式为 (▲)

- (A) $y = -(x+1)^2 + 1$; (B) $y = -(x-1)^2 + 3$;
 (C) $y = -(x+1)^2 + 5$; (D) $y = -(x+3)^2 + 3$.

4. 已知在直角坐标平面内, 以点 $P(-2,3)$ 为圆心, 2 为半径的圆 P 与 x 轴的位置关系是 (▲)

- (A) 相离; (B) 相切; (C) 相交; (D) 相离、相切、相交都有可能.

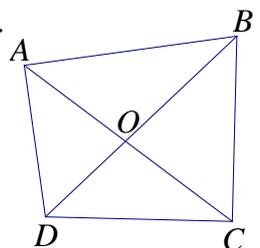
5. 已知 \vec{e} 是单位向量, 且 $\vec{a} = -2\vec{e}$, $\vec{b} = 4\vec{e}$, 那么下列说法错误的是 (▲)

- (A) $\vec{a} \parallel \vec{b}$; (B) $|\vec{a}| = 2$; (C) $|\vec{b}| = -2|\vec{a}|$; (D) $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b}$.

6. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , AC

平分 $\angle DAB$, 且 $\angle DAC = \angle DBC$, 那么下列结论不一定正确的是 (▲)

- (A) $\triangle AOD \sim \triangle BOC$; (B) $\triangle AOB \sim \triangle DOC$;
 (C) $CD=BC$; (D) $BC \cdot CD = AC \cdot OA$.



第 6 题图

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 若线段 a, b 满足 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{a+b}{b}$ 的值为 ▲ .

8. 正六边形的中心角等于 ▲ 度.

9. 若抛物线 $y = (a-2)x^2$ 的开口向上，则 a 的取值范围是 ▲ .

10. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 的顶点坐标是 ▲ .

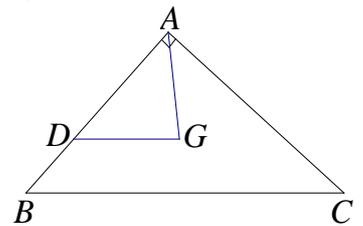
11. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 2:3，若 $\triangle DEF$ 的面积为 36，则 $\triangle ABC$ 的面积等于 ▲ .

12. 已知线段 $AB=4$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP < BP$ ，那么 AP 的长为 ▲ .

13. 若某斜面的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，则该坡面的坡角为 ▲ 度.

14. 已知点 $A(-2, m)$ 、 $B(2, n)$ 都在抛物线 $y = x^2 + 2x - t$ 上，则 m 与 n 的大小关系是 m ▲ n . (填 “>”、“<” 或 “=”)

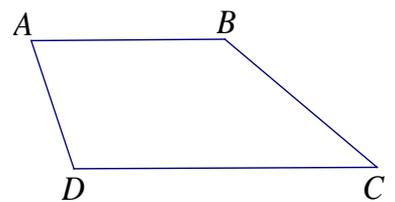
15. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 G 是重心，联结 AG ，过点 G 作 $DG \parallel BC$ ， DG 交 AB 于点 D ，若 $AB=6$ ， $BC=9$ ，则 $\triangle ADG$ 的周长等于 ▲ .



第 15 题图

16. 已知 $\odot O_1$ 的半径为 4， $\odot O_2$ 的半径为 R ，若 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切，且 $O_1O_2 = 10$ ，则 R 的值为 ▲ .

17. 如果一个四边形的某个顶点到其他三个顶点的距离相等，我们把这个四边形叫做等距四边形，这个顶点叫做这个四边形的等距点. 如图，已知梯形 $ABCD$ 是等距四边形，

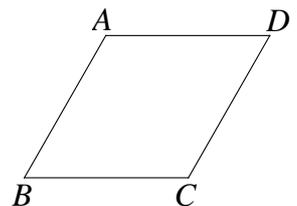


第 17 题图

$AB \parallel CD$ ，点 B 是等距点. 若 $BC=10$ ， $\cos A = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，

则 CD 的长等于 ▲ .

18. 如图，在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle D = 60^\circ$ ，点 E, F 分别在边 AB, BC 上. 将 $\triangle BEF$ 沿着直线 EF 翻折，点 B 恰好与边 AD 的中点 G 重合，则 BE 的长等于 ▲ .



第 18 题图

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19.（本题满分 10 分）

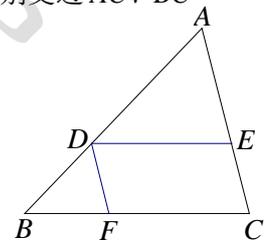
计算：
$$\frac{\cot 45^\circ}{4\sin^2 45^\circ - \tan 60^\circ} - \cos 30^\circ.$$

20.（本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上， $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel AC$ ， DE 、 DF 分别交边 AC 、 BC 于点 E 、 F ，且 $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{2}$.

(1) 求 $\frac{BF}{BC}$ 的值；

(2) 联结 EF ，设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，用含 \vec{a} 、 \vec{b} 的式子表示 \overrightarrow{EF} .



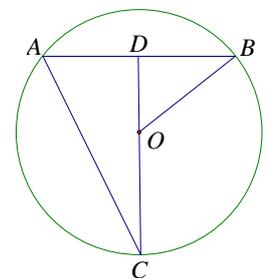
第 20 题图

21.（本题满分 10 分，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）

如图，点 C 在 $\odot O$ 上，联结 CO 并延长交弦 AB 于点 D ， $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$ ，联结 AC 、 OB ，若 $CD=40$ ， $AC = 20\sqrt{5}$.

(1) 求弦 AB 的长；

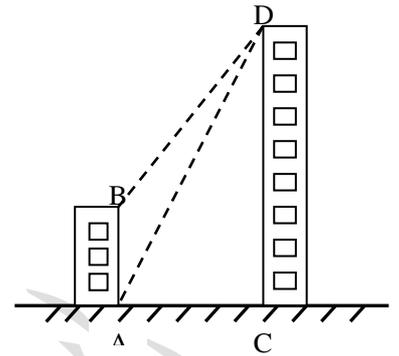
(2) 求 $\sin \angle ABO$ 的值.



第 21 题图

22. (本题满分 10 分)

如图，一栋居民楼 AB 的高为 16 米，远处有一栋商务楼 CD ，小明在居民楼的楼底 A 处测得商务楼顶 D 处的仰角为 60° ，又在商务楼的楼顶 D 处测得居民楼的楼顶 B 处的俯角为 45° 。其中 A 、 C 两点分别位于 B 、 D 两点的正下方，且 A 、 C 两点在同一水平线上，求商务楼 CD 的高度。

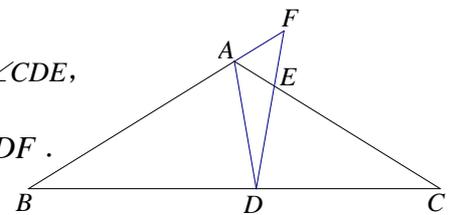


第 22 题图

(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$. 结果精确到 0.1 米)

23. (本题满分 12 分，第 (1) 小题 6 分，第 (2) 小题 6 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，联结 AD ， $\angle ADB = \angle CDE$ ， DE 交边 AC 于点 E ， DE 交 BA 延长线于点 F ，且 $AD^2 = DE \cdot DF$ 。



第 23 题图

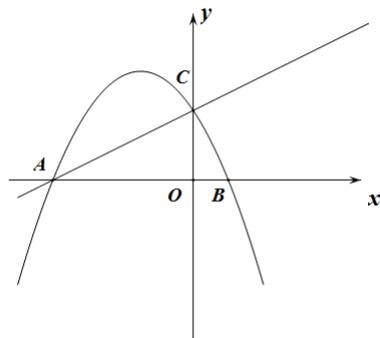
(1) 求证： $\triangle BFD \sim \triangle CAD$ ；

(2) 求证： $BF \cdot DE = AB \cdot AD$ 。

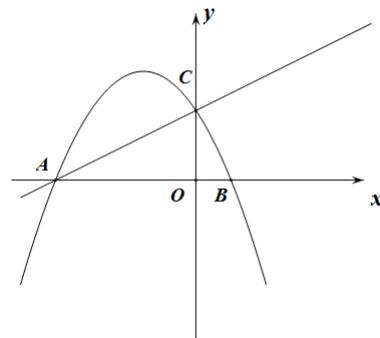
24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

在直角坐标平面内, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 C . 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 A 与点 C , 且与 x 轴的另一个交点为点 B . 点 D 在该抛物线上, 且位于直线 AC 的上方.

- (1) 求上述抛物线的表达式;
- (2) 联结 BC 、 BD , 且 BD 交 AC 于点 E , 如果 $\triangle ABE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 4:5, 求 $\angle DBA$ 的余切值;
- (3) 过点 D 作 $DF \perp AC$, 垂足为点 F , 联结 CD . 若 $\triangle CFD$ 与 $\triangle AOC$ 相似, 求点 D 的坐标.



第 24 题图



备用图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 6 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=4$. P 是对角线 BD 上的一个动点 (点 P 不与点 B 、 D 重合), 过点 P 作 $PF \perp BD$, 交射线 BC 于点 F . 联结 AP , 画 $\angle FPE = \angle BAP$, PE 交 BF 于点 E .

设 $PD=x$, $EF=y$.

- (1) 当点 A 、 P 、 F 在一条直线上时, 求 $\triangle ABF$ 的面积;
- (2) 如图 1, 当点 F 在边 BC 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;
- (3) 联结 PC , 若 $\angle FPC = \angle BPE$, 请直接写出 PD 的长.

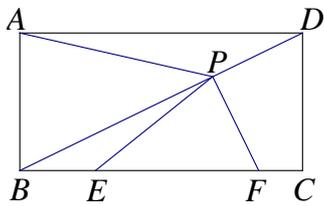
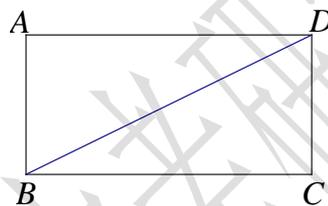
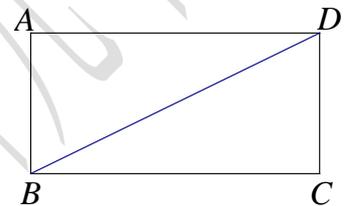


图 1



备用图



备用图

第 25 题图

长宁区 2017-2018 学年第一学期初三数学参考答案和评分建议
2018.1

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. A; 2. D; 3. B; 4. A; 5. C; 6. D.

二、填空题：(本大题共 12 题，满分 48 分)

7. $\frac{3}{2}$; 8. 60° ; 9. $a > 2$; 10. (2,-1); 11. 16; 12. $6 - 2\sqrt{5}$;

13. 30° ; 14. $<$; 15. 10; 16. 6 或 14; 17. 16; 18. $\frac{7}{5}$.

三、(本大题共 7 题，第 19、20、21、22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分) 解: 原式 = $\frac{1}{4 \times (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4 分)

$$= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2 \text{ 分})$$

$$= 2 + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2 \text{ 分})$$

$$= 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2 \text{ 分})$$

20. (本题满分 10 分，第 (1) 小题 5 分，第 (2) 小题 5 分)

解: (1) $\because \frac{AE}{EC} = \frac{3}{2} \quad \therefore \frac{EC}{AC} = \frac{2}{5}$ (1 分)

$\because DE \parallel BC \quad \therefore \frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{2}{5}$ (2 分)

又 $\because DF \parallel A \quad \therefore \frac{BF}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{2}{5}$ (2 分)

(2) $\because \frac{BF}{BC} = \frac{2}{5} \quad \therefore \frac{FC}{BC} = \frac{3}{5}$

$\because \overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{CF}$ 与 \overrightarrow{BC} 方向相反 $\therefore \overrightarrow{CF} = -\frac{3}{5}\vec{a}$ (2 分)

同理: $\overrightarrow{EC} = \frac{2}{5}\vec{b}$ (2 分)

$$\text{又} \because \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} \quad \therefore \overrightarrow{EF} = \frac{2}{5}\vec{b} - \frac{3}{5}\vec{a} \quad (1 \text{分})$$

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

解: (1) \because CD 过圆心 O, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

$$\therefore CD \perp AB, AB = 2AD = 2BD \quad (2 \text{分})$$

$$\because CD = 40, AC = 20\sqrt{5} \quad \text{又} \because \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 20 \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore AB = 2AD = 40 \quad (1 \text{分})$$

$$(2) \text{ 设圆 } O \text{ 的半径为 } r, \text{ 则 } OD = 40 - r \quad (1 \text{分})$$

$$\because BD = AD = 20, \angle ODB = 90^\circ \quad \therefore BD^2 + OD^2 = OB^2$$

$$\therefore 20^2 + (40 - r)^2 = r^2 \quad (1 \text{分})$$

$$\therefore r = 25, OD = 15 \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore \sin \angle ABO = \frac{OD}{OB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \quad (1 \text{分})$$

22. (本题满分 10 分)

解: 过点 B 作 $BE \perp CD$ 与点 E, 由题意可知 $\angle DBE = 45^\circ$,

$$\angle DAC = 60^\circ, CE = AB = 16 \quad (2 \text{分})$$

$$\text{设 } AC = x, \text{ 则 } CD = \sqrt{3}x, BE = AC = x \quad (1 \text{分})$$

$$\because DE = CD - CE = \sqrt{3}x - 16 \quad (1 \text{分})$$

$$\because \angle BED = 90^\circ, \angle DBE = 45^\circ \therefore BE = DE \quad \therefore x = \sqrt{3}x - 16 \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore x = \frac{16}{\sqrt{3} - 1} \quad (1 \text{分})$$

$$\therefore x = 8(\sqrt{3} + 1) \quad (1 \text{分})$$

$$\therefore CD = \sqrt{3}x = 24 + 8\sqrt{3} \approx 37.9 \quad (1 \text{分})$$

答: 商务楼 CD 的高度为 37.9 米。 (1 分)

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

证明：(1) $\because AD^2 = DE \cdot DF \quad \therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DF}{AD}$

$\because \angle ADF = \angle EDA \quad \therefore \triangle ADF \sim \triangle EDA$ (2分)

$\therefore \angle F = \angle DAE$ (1分)

又 $\because \angle ADB = \angle CDE \quad \therefore \angle ADB + \angle ADF = \angle CDE + \angle ADF$

即 $\angle BDF = \angle CDA$ (2分)

$\therefore \triangle BFD \sim \triangle CAD$ (1分)

(2) $\because \triangle BFD \sim \triangle CAD \quad \therefore \frac{BF}{AC} = \frac{DF}{AD}$ (2分)

$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DF}{AD} \quad \therefore \frac{BF}{AC} = \frac{AD}{DE}$ (1分)

$\because \triangle BFD \sim \triangle CAD \quad \therefore \angle B = \angle C \therefore AB = AC$ (1分)

$\therefore \frac{BF}{AB} = \frac{AD}{DE} \quad \therefore BF \cdot DE = AB \cdot AD$ (2分)

24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

解：(1) 由已知得 $A(-4,0), C(0,2)$ (1分)

把 A, C 两点的坐标代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得

$$\begin{cases} C = 2 \\ 8 - 4b = 0 \end{cases} \quad (1分)$$

$$\therefore \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases} \quad (1分)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \quad (1分)$$

(2) 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H

由上可知 $B(1,0) \quad \therefore S_{\triangle ABE} = \frac{4}{5} S_{\triangle ABC}$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot EH = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} AB \cdot OC \quad \therefore EH = \frac{4}{5} OC = \frac{8}{5} \quad (2分)$$

$$\therefore E\left(-\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right) \quad \therefore HB = \frac{4}{5} + 1 = \frac{9}{5} \quad (1 \text{分})$$

$$\because \angle EHB = 90^\circ \quad \therefore \cot \angle DBA = \frac{HB}{EH} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{9}{8} \quad (1 \text{分})$$

$$(3) \because DF \perp AC \quad \therefore \angle DFC = \angle AOC = 90^\circ$$

①若 $\angle DCF = \angle CAO$ ，则 $CD \parallel AO$ \therefore 点 D 的纵坐标为 2

$$\text{把 } y=2 \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \text{ 得 } x=-3 \text{ 或 } x=0 \text{ (舍去)}$$

$$\therefore D(-3, 2) \quad (2 \text{分})$$

②若 $\angle DCF = \angle ACO$ 时，过点 D 作 $DG \perp y$ 轴于点 G ，过点 C 作 $CQ \perp DG$ 交 x 轴于点 Q

$$\therefore \angle DCQ = \angle AOC = 90^\circ \quad \therefore \angle DCF + \angle ACQ = \angle ACO + \angle CAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACQ = \angle CAO \quad \therefore AQ = CQ$$

$$\text{设 } Q(m, 0), \text{ 则 } m+4 = \sqrt{m^2+4} \quad \therefore m = -\frac{3}{2} \quad \therefore Q\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$$

$$\text{易证: } \triangle COQ \sim \triangle DCG \quad \therefore \frac{DG}{GC} = \frac{CO}{QO} = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{设 } D(-4t, 3t+2) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 \text{ 得 } t=0 \text{ (舍去) 或者 } t = \frac{3}{8}$$

$$\therefore D\left(-\frac{3}{2}, \frac{25}{8}\right) \quad (2 \text{分})$$

25. (本题满分 14 分，第 (1) 小题 3 分，第 (2) 小题 6 分，第 (3) 小题 5 分)

$$\text{解: (1) } \because \text{矩形 } ABCD \quad \therefore \angle BAD = \angle ABF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ADB = 90^\circ \quad \therefore A, P, F \text{ 在一条直线上, 且 } PF \perp BD$$

$$\therefore \angle BPA = 90^\circ \quad \therefore \angle ABD + \angle BAF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle BAF \quad \therefore \tan \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan \angle BAF = \frac{BF}{AB} = \frac{1}{2} \quad \therefore BF = 1 \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AB \cdot BF = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1 \quad (1 \text{分})$$

$$(2) \because PF \perp BP \quad \therefore \angle BPF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PFB + \angle PBF = 90^\circ \quad \because \angle ABF = 90^\circ \quad \therefore \angle PBF + \angle ABP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABP = \angle PFB \quad \text{又} \because \angle BAP = \angle FPE$$

$$\therefore \triangle BAP \sim \triangle FPE \quad \therefore \frac{AB}{PF} = \frac{BP}{EF} \quad (2 \text{分})$$

$$\because AD \parallel BC \quad \therefore \angle ADB = \angle PBF$$

$$\therefore \tan \angle PBF = \tan \angle ADB = \frac{1}{2} \quad \text{即} \quad \frac{PF}{BP} = \frac{1}{2}$$

$$\because BP = 2\sqrt{5} - x \quad \therefore PF = \frac{1}{2}(2\sqrt{5} - x) \quad (2 \text{分})$$

$$\therefore \frac{2}{\frac{2\sqrt{5} - x}{2}} = \frac{2\sqrt{5} - x}{y}$$

$$\therefore y = \frac{(2\sqrt{5} - x)^2}{4} \quad \left(\frac{2\sqrt{5}}{5} \leq x < 2\sqrt{5} \right) \quad (1 \text{分} + 1 \text{分})$$

$$(3) \sqrt{5} \pm 1 \quad (3 \text{分}) \quad \text{或} \quad \frac{7\sqrt{5} - \sqrt{145}}{5} \quad (2 \text{分})$$