2017~2018学年广东深圳南山区深圳大学师范学院附属中学高二上学期理科期中数学试卷

选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．

1. “$x=1$”是“$x^2-3x+2=0$”的（　）．

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

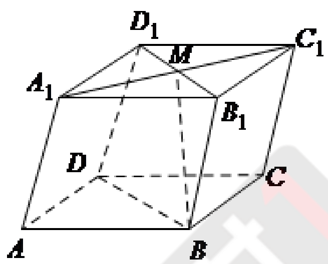
2. 已知空间三点的坐标为$A(1,5,-2)$，$B(2,4,1)$，$C(p,3,q+2)$，若A、B、C三点共线，则（　）．

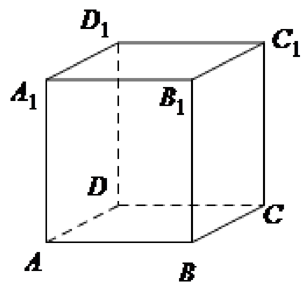
A. $p=-3$，$q=-2$　　B. $p=-3$，$q=2$　　C. $p=3$，$q=-2$　　D. $p=3$，$q=2$

3. 过抛物线$y^2=4x$的焦点作直线交抛物线于$A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$两点，如果$x_1+x_2=6$，那么$|AB|=$（　）．

A. 6　　B. 8　　C. 9　　D. 10

4. 在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M为A_1C_1与B_1D_1的交点，若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则与$\overrightarrow{BM}$相等的向量是（　）．





A. $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　C. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　D. $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

5. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P是侧面BB_1C_1C内一动点，若P到直线BC与直线C_1D_1的距离相等，则动点P的轨迹所在曲线是（　）．

A. 直线　　B. 圆　　C. 双曲线　　D. 抛物线

6. 给出下列四个命题：

① “若$x^2+y^2\neq 0$，则x、y不全为零”的否命题

② “若$b=3$，则$b^2=9$”的逆命题

③ “若$m>0$，则$x^2+x-m=0$有实根”的逆否命题

④命题: $\exists x\in R$，$x^2-x+\frac{1}{4}\leqslant 0$

其中真命题的个数是（　）．

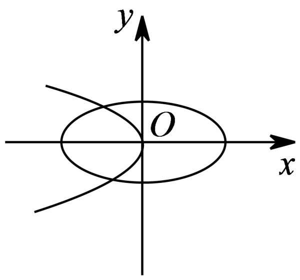
A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

7. 若平面α，β的法向量分别为$\vec{u}=(1,2,3)$，$\vec{v}=(-2,-4,-6)$，则平面α、β（　）．

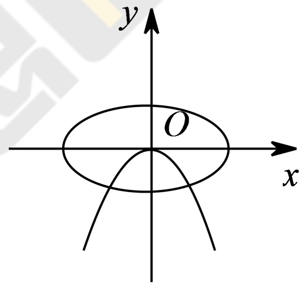
A. $\alpha//\beta$　　B. $\alpha\perp\beta$　　C. α、β相交不垂直　　D. 以上均不正确

8. 在同一坐标系中，方程$a^2x^2+b^2y^2=1$与$ax+by^2=0$（$a>b>0$）的曲线大致是（　）．

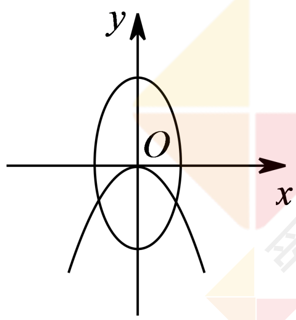
A.



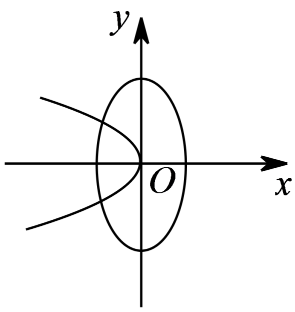
B.



C.



D.



9. 过双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右顶点作$x$轴的垂线，与$C$的一条渐近线相交于点$A$．若以$C$的右焦点为圆心，半径为4的圆经过$A$，$O$两点（$O$为坐标原点），则双曲线$C$的方程为（　）．

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$

10. “$mn<0$”是“方程$mx^2+ny^2=1$表示焦点在y轴上的双曲线”的（　）．

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

11. 已知点F_1、F_2分别是椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$的左、右焦点，过$F_1$且垂直于$x$轴的直线与椭圆交于$A$、$B$两点，若$\triangle ABF_1$为正三角形，则该椭圆的离心率$e$为（　）．

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

12. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的两个焦点为$F_1$、$F_2$，点$A$在双曲线第一象限的图象上，若$\triangle AF_1F_2$的面积为1，且$\tan\angle AF_1F_2=\dfrac{1}{2}$，$\tan\angle AF_2F_1=-2$，则双曲线方程为（　）．

A. $\dfrac{5x^2}{12}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　B. $\dfrac{12x^2}{5}-3y^2=1$　　C. $3x^2-\dfrac{12y^2}{5}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{5y^2}{12}=1$

填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．

13. 若命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-ax+1<0$”为假命题，则实数a的取值范围是______．

14. 在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$为边长是1的正方形，$PA=2$，则AB与PC的夹角的余弦值为______．

15. 如果椭圆$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$的弦被点$(4,2)$平分，则这条弦所在的直线方程是______．

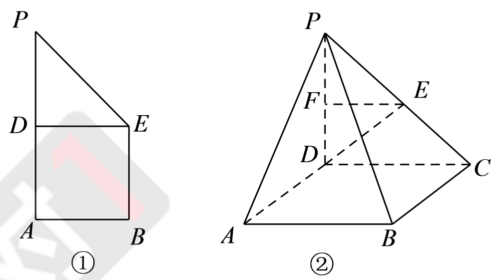
16. 双曲线的实轴长为$2a$，F_1，F_2是它的两个焦点，弦AB经过点F_1，且$|AF_2|$、$|BF_2|$成等差数列，则$|AB|$的长为______．

解答题：本大题共 小题，共70分．

17. 给定两个命题P：关于x的方程$x^2-x+a=0$有实数根；Q：$\forall x\in\mathbf{R}$，都有$ax^2+ax+1>0$．

如果$P\wedge Q$为假命题，$P\vee Q$为真命题，求实数a的取值范围．

18. 如图①在直角梯形$ABCP$中，$BC//AP$，$AB\perp BC$，$CD\perp AP$，$AD=DC=PD=2$，E，F，G分别是线段PC、PD、BC的中点，现将$\triangle PDC$折起，使平面$PDC\perp$平面$ABCD$（如图②）．

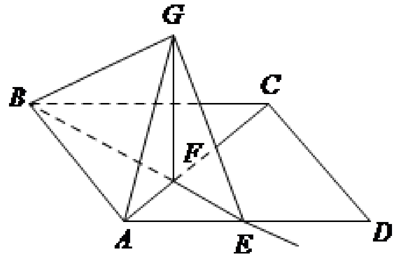


（1）求证$AP//$平面EFG．

（2）求二面角$G-EF-D$的大小．

19. 抛物线$y^2=2x$上异于坐标原点O的两个不同动点A、B满足$AO\perp BO$，求证：直线AB必过x轴上一定点P，并求P点坐标．

20. 如图，四边形$ABCD$是矩形，$AB=\sqrt{3}$，$AD=\sqrt{6}$，E是AD的中点，BE与AC交于点F，沿直线BE将$\triangle ABE$翻折成$\triangle GBE$，使平面$GBE\perp$平面$ABCD$．



（1）求证：$AF\perp$平面BEG．

（2）求直线EG与平面ABG所成角的正弦值．

21. 已知$\triangle ABC$的两个顶点A，B的坐标分别是$(0,-\sqrt{3})$，$(0,\sqrt{3})$，且AC，BC所在直线的斜率之积等于m（$m\neq 0$）．

（1）求顶点C的轨迹E的方程，并判断轨迹E为何种曲线．

（2）当$m=-\dfrac{3}{4}$时，点$P(1,t)$为曲线C上点，且点P为第一象限点，过点P作两条直线与曲线C交于E，F两点，直线PE，PF斜率互为相反数，则直线EF斜率是否为定值，若是，求出定值，若不是，请说明理由．

22. 已知圆$A:(x+\sqrt{2})^2+y^2=12$，圆A内一定点$B(\sqrt{2},0)$，圆P过点B且与圆A内切．

（1）求圆心P的轨迹方程．

（2）若直线$y=kx+2$与点P的轨迹交于C，D两点，原点O在以CD为直径的圆的内部，求k的取值范围．