

(十一学校) 19、商场自动扶梯以匀速由下往上行驶，两个孩子在行驶的扶梯上下走动，女孩由下往上走，男孩由上往下走，结果女孩走了 30 级到达楼上，男孩走了 90 级到达楼下。如果男孩单位时间内走的楼梯级数是女孩的 3 倍。问当时扶梯静止时，扶梯可看到的梯级共有 ( ) 级。

A. 30

B. 45

C. 60

D. 75

解析：男孩与女孩走完电梯的时间比为： $\frac{90}{3} : \frac{30}{1} = 1 : 1$ 。所以，

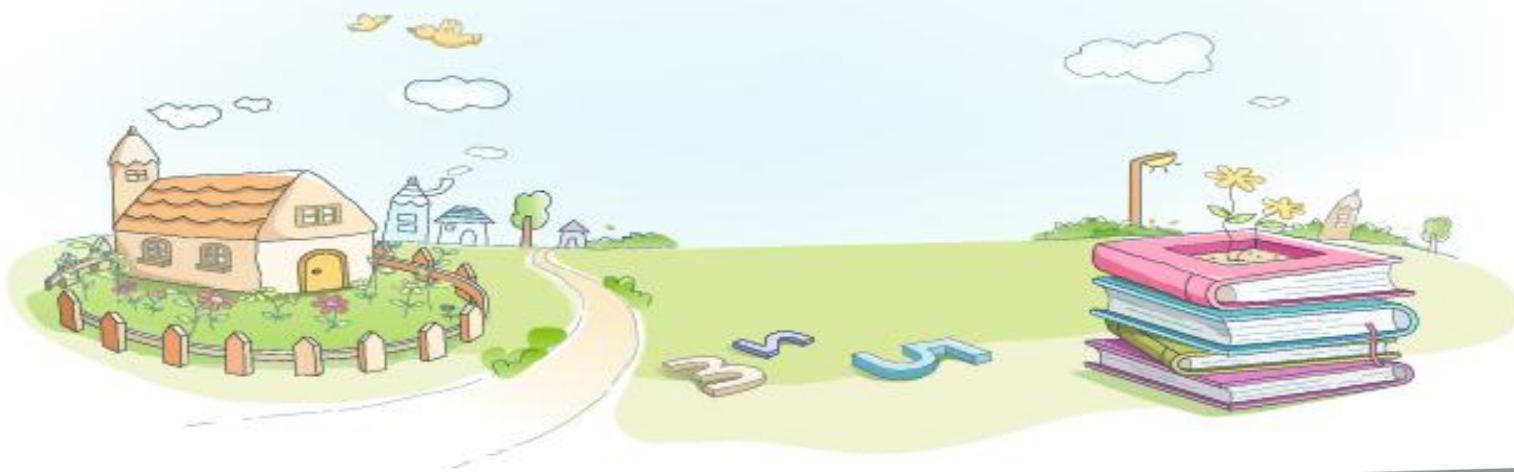
$90 = \text{电梯可见部分级数} + \text{电梯运行级数}$ ，

$30 = \text{电梯可见部分级数} - \text{电梯运行级数}$ ，

解得电梯运行级数 = 30(级)。所以电梯可见部分级数为： $30 + 30 = 60$ (级)。选 C

(十一学校) 20、计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\frac{127}{128}$



(十一学校) 21、阅读下面的材料并解答后面的问题将一些元素排列成若干行，每行放上相同数量的元素，就是一个矩阵，这里说的元素可以是数字，例如下面是一个 $2 \times 3$  的矩阵：

$$A = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -1 & 0 \\ 13 & \frac{\pi}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

$2 \times 3$  表示这个矩阵有两行三列，其中共包含 6 个元素，在这里是 6 个数字，我们常常用大写的英文字母来表示一个矩阵。

矩阵在数学中有着非常重要的地位，它与解方程等很多重要的数学内容都有密切的联系，是高等数学最基本的研究对象与工具。

当矩阵的行数与列数相等时，称为方阵，此时，行数(或列数)称为方阵的阶。例如： $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  就是一个二阶方阵。

与数类似地，矩阵也有自己的运算。两个二阶方阵的加、减法运算，只需要将它们对应位置的元素分别进行加、减法就可以得到计算结果，例如：

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵的乘法法则则很特殊，一个二阶方阵可以与一个 $2 \times 1$  的矩阵相乘，具体法则如下：

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot x + b \cdot y \\ c \cdot x + d \cdot y \end{bmatrix}$$

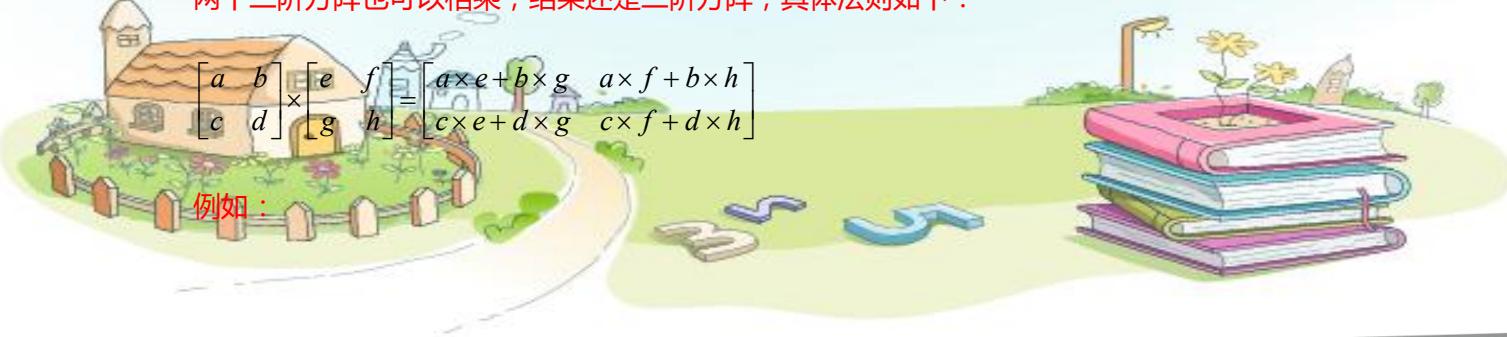
即一个 $2 \times 2$  的矩阵乘以一个 $2 \times 1$  的矩阵，结果是一个 $2 \times 1$  的矩阵。例如：

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + (-3) \times 2 \\ 0 \times 1 + 1 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

两个二阶方阵也可以相乘，结果还是二阶方阵，具体法则如下：

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \times e + b \times g & a \times f + b \times h \\ c \times e + d \times g & c \times f + d \times h \end{bmatrix}$$

例如：



$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + (-3) \times 2 & 2 \times (-1) + (-3) \times 0 \\ 0 \times 1 + 1 \times 2 & 0 \times (-1) + 1 \times 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

矩阵的乘法满足结合律，满足对加、减法的分配律，但是不满足交换律。

(1)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 如果

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix},$$

那么  $x + y = \underline{\hspace{2cm}}.$

(4) 如果

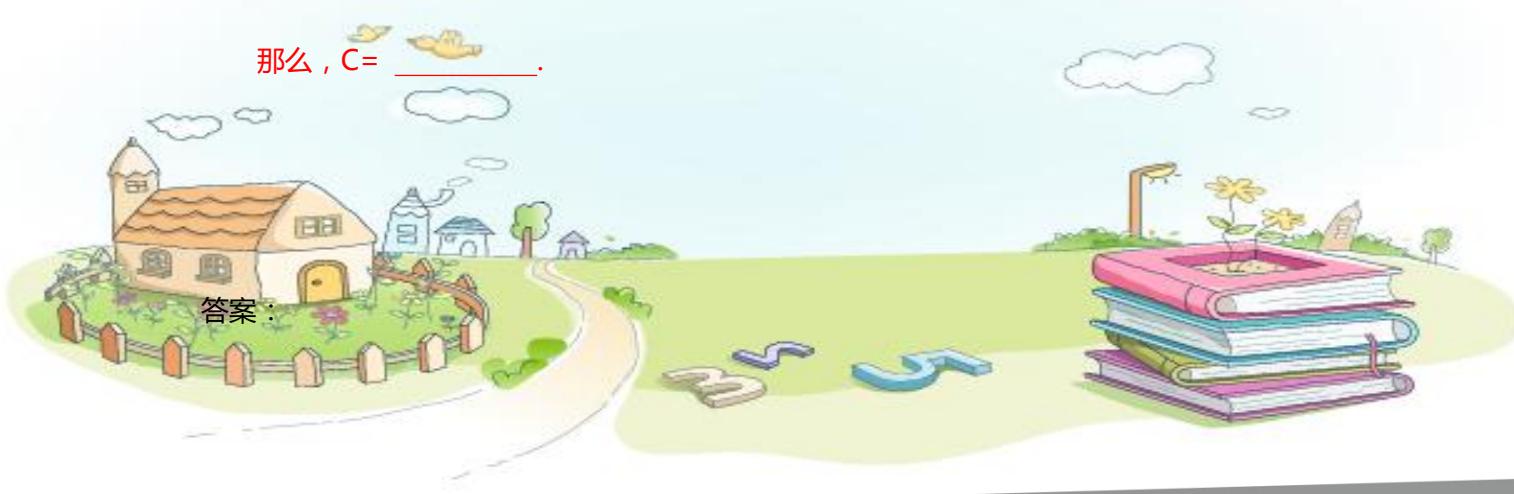
$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix},$$

并且矩阵 C 满足

$$B \times C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

那么， $C = \underline{\hspace{2cm}}.$

答案：



(1) 
$$\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 
$$\begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(3) 3

(4) 
$$\begin{bmatrix} \frac{2}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{46}{11} & \frac{3}{11} \end{bmatrix}$$

