# 2018 北京市海淀区初三（上）期中

# 数　　学

**一.选择题（每小题 3 分，共 8 小题，满分 18 分）**

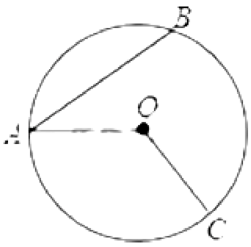
1.一元二次方程 $2x^2-(m+1)x+1=x(x-1)$ 化成一般形式后一次项的系数为 $-2$，则 m 的值为（　　）

A. $-1$　B. 1　C. $-2$　D. 2

2.将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 向左平移 2 个单位后，得到新抛物线的解析式为（　　）

A. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+5$　B. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$　C. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+3$　D. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

3.如图，AB 是⊙O 的弦，OA、OC 是⊙O 的半径，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，$\angle BAO=37°$，则∠AOC 的度数是（　　）度.




A. 74　B. 106　C. 117　D. 127

4.下列图标中，是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 



5.用配方法解方程 $x^2-\frac{2}{3}x-1=0$ 时，应将其变形为（　　）

A. $(x-\frac{1}{3})^2=\frac{8}{9}$　B. $(x+\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$　C. $(x-\frac{2}{3})^2=0$　D. $(x-\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$

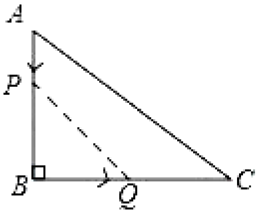
6.正三角形绕其中心旋转一定角度后，与自身重合，旋转角至少为（　　）

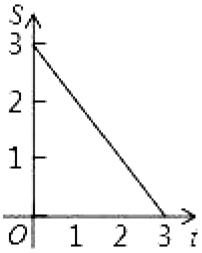
A. 30°　B. 60°　C. 120°　D. 180°

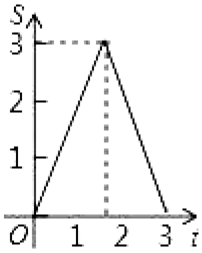
7.已知一次函数 $y_1=-2x$，二次函数 $y_2=x^2+1$，对于 x 的同一个值，这两个函数所对应的函数值为 $y_1$ 和 $y_2$，则下列关系正确的是（　　）

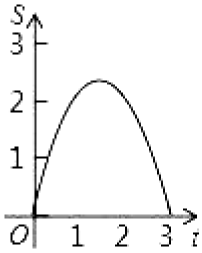
A. $y_1>y_2$　B. $y_1\geqslant y_2$　C. $y_1<y_2$　D. $y_1\leqslant y_2$

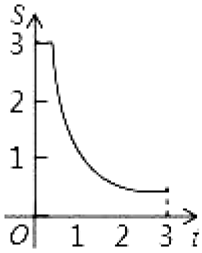
8.如图，在△ABC 中，∠B=90°，AB=3cm，BC=6cm，动点 P 从点 A 开始沿 AB 向点 B 以 1cm/s 的速度移动，动点 Q 从点 B 开始沿 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度移动，若 P，Q 两点分别从 A，B 两点同时出发，P 点到达 B 点运动停止，则△PBQ 的面积 S 随出发时间 t 的函数关系图象大致是（　）




A. 

B. 

C. 

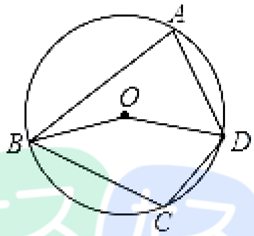
D. 

**二. 填空题（共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分）**

9. 在直角坐标系中，点 A（1，﹣2）关于原点对称的点的坐标是_____.

10. 请写出一个开口向下，且与 y 轴的交点坐标为（0，4）的抛物线的表达式_____.

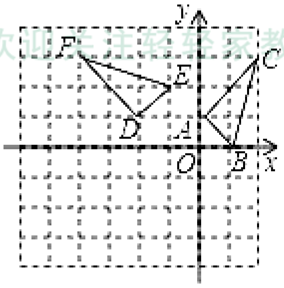
11. 如图，在圆内接四边形 ABCD 中，O 为圆心，∠BOD=160°，则∠BCD 的度数为_____.




12. 如果抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 与 x 轴的一个交点为（5，0），那么与 x 轴的另一个交点的坐标是_____.

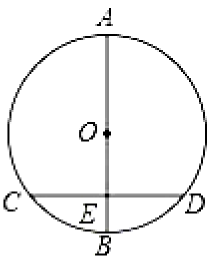
13. 如图，在平面直角坐标系中，△DEF 是由△ABC 旋转得到的，则旋转的角度是_____°.






14. 抛物线 $y=2x^2+3x+k-2$ 经过点（﹣1，0），那么 k=_____.

15. 如图，在⊙O 中，直径 AB⊥弦 CD 于 E，若 EB=1cm，CD=4cm，则弦心距 OE 的长是_____cm.

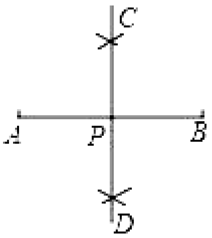



16. 如图所示，已知线段 AB=6，现按照以下步骤作图：

①分别以点 A，B 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$AB 的长为半径画弧，两弧相交于点 C 和点 D；

②连结 CD 交 AB 于点 P.

则线段 PB 的长为_____.




**三.解答题（共 12 小题，满分 72 分）**

17.解方程：$x^2-4x-5=0$.

18.（1）问题发现：如图 1，如果△ACB 和△CDE 均为等边三角形，点 A、D、E 在同一直线上，连接 BE.则 AD 与 BE 的数量关系为_______；∠AEB 的度数为_______度.

（2）拓展探究：如图 2，如果△ACB 和△CDE 均为等腰三角形，∠ACB=∠DCE=90°，点 A、D、E 在同一直线上，连接 BE，判断线段 AE 与 BE 的位置关系，并说明理由.

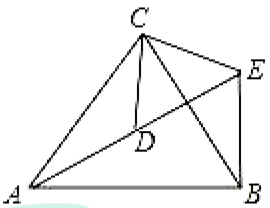



图1

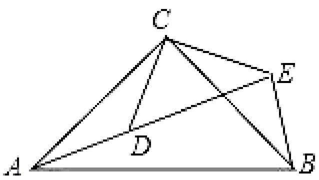


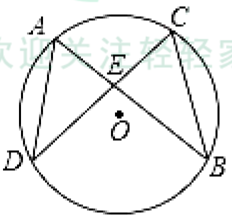

图2



19.已知 x=1 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-4mx+m^2=0$ 的根，求代数式 $2m(m-2)-(m+\sqrt{3})(m-\sqrt{3})$ 的值.

20.如图，在⊙O 中，弦 AB 与 DC 相交于 E，且 BE=DE，求证：$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$.



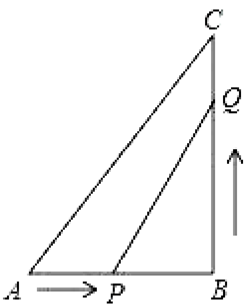



21.已知：如图所示，在△ABC 中，∠B=90°，AB=5cm，BC=7cm，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动.

（1）如果 P，Q 分别从 A，B 同时出发，那么几秒后，△PBQ 的面积等于 $4cm^2$？

（2）如果 P，Q 分别从 A，B 同时出发，那么几秒后，△PBQ 中 PQ 的长度等于 5cm？

（3）在（1）中，当 P，Q 出发几秒时，△PBQ 有最大面积？



22.已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根 $x_1$、$x_2$

（1）求实数 m 的取值范围；

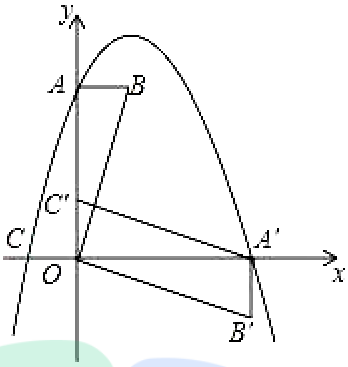
（2）若 $x_1-x_2=2$，求实数 m 的值.

23.解方程：$x^2+6x-2=0$.

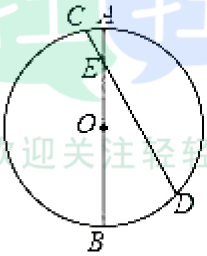
24.在平面直角坐标系中，平行四边形 ABOC 如图放置，点 A、C 的坐标分别是（0，4），（－1，0），将此平行四边形绕点 O 顺时针旋转 90°，得到平行四边形 A′B′C′D′.

（1）若抛物线经过点 C、A、A′，求此抛物线的解析式；

（2）点 M 是第一象限内抛物线上的一动点，为点 M 在何处时，△AMA′的面积最大？最大面积是多少？并求出此到点 M 的坐标.




25.如图，已知 AB 是圆 O 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E，∠CEA=30°，OE=4，DE=$5\sqrt{3}$，求弦 CD 及圆 O 的半径长.






26.如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=\frac{3}{4}x+m$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A 和点 B（0，－1），抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 B，且与直线 l 的另一个交点为 C（4，n）.

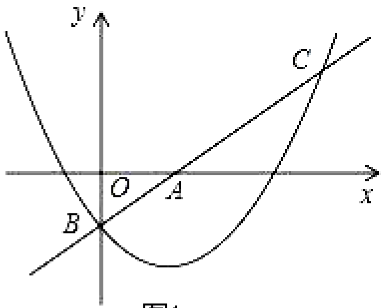



图1

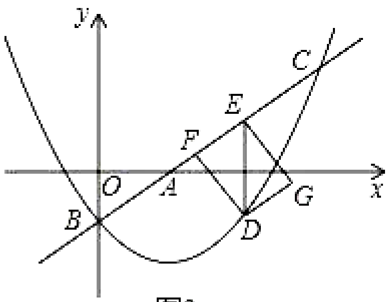



图2

（1）求 n 的值和抛物线的解析式；

（2）点 D 在抛物线上，且点 D 的横坐标为 t（0＜t＜4）.DE∥y 轴交直线 l 于点 E，点 F 在直线 l 上，且四边形 DFEG 为矩形（如图 2）.若矩形 DFEG 的周长为 p，求 p 与 t 的函数关系式以及 p 的最大值；

（3）M 是平面内一点，将△AOB 绕点 M 沿逆时针方向旋转 90°后，得到△$A_1O_1B_1$，点 A、O、B 的对应点分别是点 $A_1$、

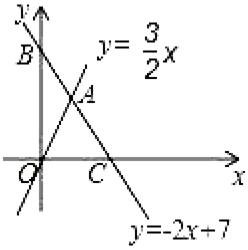
$O_1$、$B_1$.若△$A_1O_1B_1$的两个顶点恰好落在抛物线上，请直接写出点$A_1$的横坐标.

27.如图，直线 y=－2x+7 与 x 轴、y 轴分别相交于点 C、B，与直线 $y=\frac{3}{2}x$ 相交于点 A.

（1）求 A 点坐标；

（2）如果在 y 轴上存在一点 P，使△OAP 是以 OA 为底边的等腰三角形，则 P 点坐标是________；

（3）在直线 y=－2x+7 上是否存在点 Q，使△OAQ 的面积等于 6？若存在，请求出 Q 点的坐标，若不存在，请说明理由.




28.阅读材料：小胖同学发现这样一个规律：两个顶角相等的等腰三角形，如果具有公共的顶角的顶点，并把它们的底角顶点连接起来则形成一组旋转全等的三角形.小胖把具有这个规律的图形称为“手拉手”图形.如图 1，在“手拉手”图形中，小胖发现若∠BAC=∠DAE，AB=AC，AD=AE，则 BD=CE.

（1）在图 1 中证明小胖的发现；

借助小胖同学总结规律，构造“手拉手”图形来解答下面的问题：

（2）如图 2，AB=BC，∠ABC=∠BDC=60°，求证：AD+CD=BD；

（3）如图 3，在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=m°，点 E 为△ABC 外一点，点 D 为 BC 中点，∠EBC=∠ACF，ED⊥FD，求∠EAF 的度数（用含有 m 的式子表示）.



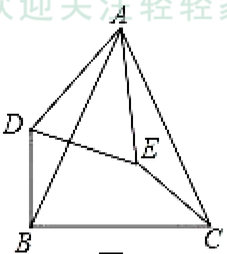


图1

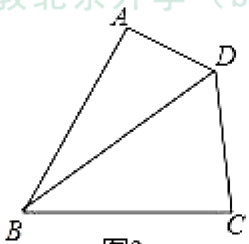


图2

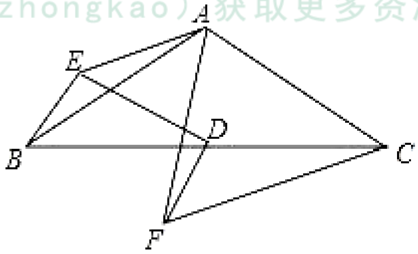


图3

# 数学试题答案

一.选择题（每小题 3 分，共 8 小题，满分 18 分）

1.

【答案】D

【解析】

【分析】

整理为一般形式后，根据一次项的系数为-2，列方程求解即可.

【详解】整理得：$x^2-mx+1=0$，

∵一次项的系数为-2，

∴$-m=-2$，

解得：$m=2$.

故选 D.

【点睛】考查了一元二次方程的一般形式，解决本题的关键是得到整理后的相关式子．在一般形式中 $ax^2$ 叫二次项，bx 叫一次项，c 是常数项．其中 a，b，c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项.

2.

【答案】D

【解析】

【分析】直接利用配方法将原式变形，进而利用平移规律得出答案.



【详解】$y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$

$=\frac{1}{2}(x^2-12x)+21$

$=\frac{1}{2}[(x-6)^2-36]+21$

$=\frac{1}{2}(x-6)^2+3$，

故 $y=\frac{1}{2}(x-6)^2+3$，向左平移 2 个单位后，

得到新抛物线的解析式为：$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$.

故选 D.

【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换，熟记函数图象平移的规律并正确配方将原式变形是解题关键.

3.

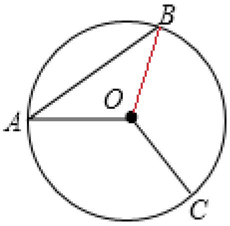
【答案】D

【解析】

【分析】

连接 OB，进而得出∠AOB 的度数，然后根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，即可求得∠AOC 的度数．

【详解】连接 OB，




∵OA=OB，∠BAO=37°，

∴∠AOB=180°－2×37°=106°，

∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，

∴∠AOC=∠BOC=$\dfrac{360°-106°}{2}$=127°，

故选 D．

【点睛】此题考查了圆周角定理．此题难度不大，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等定理的应用是解此题的关键．



4.

【答案】D

【解析】



【分析】

根据中心对称图形的概念 对各选项分析判断即可得解．

【详解】A、不是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、是中心对称图形，故本选项正确．

故选 D．

【点睛】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

5.

【答案】D

【解析】

分析：本题要求用配方法解一元二次方程，首先将常数项移到等号的右侧，将等号左右两边同时加上一次项系数一半的平方，即可将等号左边的代数式写成完全平方形式．

详解：∵$x^2-\frac{2}{3}x-1=0$，∴$x^2-\frac{2}{3}x=1$，∴$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=1+\frac{1}{9}$，∴$(x-\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$.

故选 D.

点睛：配方法的一般步骤：

（1）把常数项移到等号的右边；

（2）把二次项的系数化为 1；

（3）等式两边同时加上一次项系数一半的平方.

选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数.

6.

【答案】C

【解析】

【分析】

求出正三角形的中心角即可得解

【详解】正三角形绕其中心旋转一定角度后，与自身重合，旋转角至少为 120°，

故选 C.

【点睛】本题考查旋转对称图形的概念：把一个图形绕着一个定点旋转一个角度后，与初始图形重合，这种图形叫做旋转对称图形，这个定点叫做旋转对称中心，旋转的角度叫做旋转角，掌握正多边形的中心角的求解是解题的关键



7.

【答案】D

【解析】

【分析】

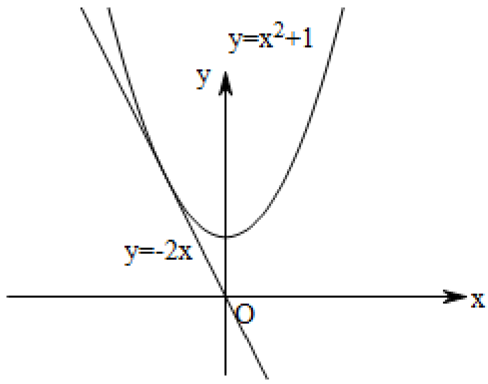
首先判断数 $y_1=-2x$，二次函数 $y_2=x^2+1$，只有一个交点，如图所示，利用图象法即可解决问题.

【详解】由$\begin{cases} y=-2x \\ y=x^2+1 \end{cases}$，消去 y 得到：$x^2+2x+1=0$，

∵△=0，

∴直线 $y=-2x$ 与抛物线 $y=x^2+1$ 只有一个交点，如图所示，

观察图象可知：$y_1 \leq y_2$，




故选 D.

【点睛】本题考查一次函数与二次函数的应用，解题的关键是判断出直线与抛物线只有一个交点，学会利用图象法解决问题.

8.

【答案】C

【解析】

【分析】

由题意得 PB=3-t，BQ=2t，根据三角形面积公式可得 S 与 t 的函数关系式，由此进行判断即可得.

【详解】由题意 AP=t，BQ=2t，则 BP=3-t，

∴$S=\frac{1}{2}BQ\bullet BP=\frac{1}{2}\times 2t(3-t)=-t^2+3t$（0≤t≤3），

观察只有 C 选项符合，

故选 C.



【点睛】本题考查了二次函数的应用，动点问题的函数图象，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

**二. 填空题（共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分）**

9.

【答案】(﹣1，2).

【解析】

试题分析：根据“平面直角坐标系中任意一点 P（x，y)，关于原点的对称点是(﹣x，﹣y)，即关于原点的对称点，横纵坐标都变成相反数”解答.

解：根据关于原点对称的点的坐标的特点，

∴点（1，﹣2）关于原点过对称的点的坐标是(﹣1，2).

故答案为：(﹣1，2).

考点：关于原点对称的点的坐标.

10.

【答案】$y=-x^2+4$.

【解析】

试题解析：开口向下，则$a<0$.

$y$轴的交点坐标为$(0,4)$，$c=4$.

这个抛物线可以是$y=-x^2+4$.

故答案为：$y=-x^2+4$.

11.

【答案】100°．

【解析】

试题分析：∵∠BOD=160°，

∴∠BAD=$\frac{1}{2}$∠BOD=80°，

∵A、B、C、D 四点共圆，

∴∠BCD+∠BAD=180°，

∴∠BCD=100°，

故答案为：100°．



考点：圆内接四边形的性质．

12.

【答案】（﹣3，0）．



【解析】

∵抛物线 $y=ax^2-2ax+c$（$a\neq0$）的对称轴为直线 $x=1$，且抛物线与 x 轴的一个交点为（5，0），

∴抛物线与 x 轴的另一交点坐标为（1×2﹣5，0），即（﹣3，0）.

故答案为：（﹣3，0）.

13.

【答案】90.

【解析】

【分析】

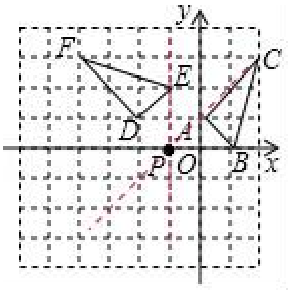
根据网格结构，先找出对应点连线的垂直平分线的交点为旋转中心，那么一对对应点与旋转中心连线的夹角即为旋转角.

【详解】由图可知，*A* 与 *D*、*B* 与 *E* 分别是对应点，

作出线段 *AD*、*BE* 的垂直平分线，得到旋转中心 *P* 的坐标为（﹣1，0），

则∠*BPE*=90°．

故答案为 90.




【点睛】本题考查了图形的旋转变化，找出旋转中心 $P$ 的坐标为（－1，0）是解答本题的关键.

14.

【答案】3.

【解析】

试题解析：把（-1，0）代入 $y=2x^2+3x+k-2$ 得：

2-3+k-2=0,

解得：k=3.

故答案为 3.

15.

【答案】1.5.

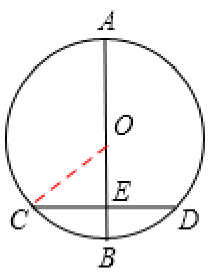
【解析】

试题分析：∵AB 为⊙O 的直径，AB⊥CD，∴CE=DE=$\frac{1}{2}$CD=$\frac{1}{2}$×4=2（cm）.

如图,连接 OC,设⊙O 的半径为 xcm，则 OC=xcm，OE=OB-BE=x-1（cm），

在 Rt△OCE 中，$OC^2=OE^2+CE^2$，∴$x^2=(x-1)^2+2^2$，解得：$x=\frac{5}{2}$.

∴OE=$\frac{3}{2}$(cm).




考点：1.垂径定理；2.勾股定理.

16.

【答案】3.

【解析】

分析：根据作图得出 CD 是线段 AB 的垂直平分线，由线段垂直平分线的性质即可得出结论.

详解：∵分别以点 A，B 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$AB 的长为半径画弧，两弧相交于点 C 和点 D，

∴AC=BC，AD=BD，

∴CD 是线段 AB 的垂直平分线，

∴$PB=\frac{1}{2}AB=3$.

故答案为 3.

点睛：本题考查了作图-基本作图以及线段垂直平分线的性质，熟知垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等是解答此题的关键.

**三. 解答题（共 12 小题，满分 72 分）**

17.

【答案】x=﹣1 或 x=5.

【解析】

【分析】

因式分解后即可求解.

【详解】(x+1)(x﹣5)=0，

则 x+1=0 或 x﹣5=0，

∴x=﹣1 或 x=5.

【点睛】此题考查了一元二次方程的解法-因式分解法，掌握因式分解法是解此题的关键.

18.

【答案】(1) 相等，60；(2) AE⊥BE，理由见解析.

【解析】



【分析】

(1) 由条件△ACB 和△DCE 均为等边三角形，易证△ACD≌△BCE，从而得到对应边相等，即 AD=BE；由△ACD≌△BCE，可得∠ADC=∠BEC，由点 A，D，E 在同一直线上，可求出∠ADC=120°，从而可以求出∠AEB 的度数；

(2)首先根据△ACB 和△DCE 均为等腰直角三角形，可得 AC=BC，CD=CE，∠ACB=∠DCE=90°，据此判断出∠ACD=∠BCE；然后根据全等三角形的判定方法，判断出△ACD≌△BCE，即可判断出 BE=AD，∠BEC=∠ADC，进而判断出∠AEB 的度数为 90°.

【详解】(1) ∵△ACB 和△DCE 均为等边三角形，

∴CA=CB，CD=CE，∠ACB=∠DCE=60°，

∴∠ACD=∠BCE.

在△ACD 和△BCE 中，

$\because \begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE \\ CD=CE \end{cases}$，

∴△ACD≌△BCE (SAS)，

∴AD=BE，

∵△ACD≌△BCE，

∴∠ADC=∠BEC，

∵△DCE 为等边三角形，

∴∠CDE=∠CED=60°，

∵点 A，D，E 在同一直线上，

∴∠ADC=120°，

∴∠BEC=120°，

∴∠AEB=∠BEC-∠CED=60°，

故答案为：相等，60；

（2）AE⊥BE，

∵△ACB 和△DCE 均为等腰直角三角形，

∴AC=BC，CD=CE，∠ACB=∠DCE=90°，∠CDE=∠CED=45°，

∴∠ACB-∠DCB=∠DCE-∠DCB，

即∠ACD=∠BCE，

在△ACD 和△BCE 中，

∵$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE \\ CD=CE \end{cases}$，

∴△ACD≌△BCE（SAS），

∴BE=AD，∠BEC=∠ADC，



∵点 A，D，E 在同一直线上，

∴∠ADC=180-45=135°，

∴∠BEC=135°，

∴∠AEB=∠BEC-∠CED=135°-45°=90°，即 AE⊥BE.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定方法和性质，等边三角形的性质以及等腰直角三角形的性质的综合应用．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形．

19.

【答案】2.

【解析】

试题分析：根据一元二次方程的解的定义得$m^2-4m+1=0$，则$m^2-4m=-1$，再化简原式得到$m^2-4m+3$，然后利用整体思想进行计算．

试题解析：把 $x$=1 代入$x^2-4mx+m^2=0$得：$m^2-4m+1=0$，

∴$m^2-4m=-1$,

∴原式 $=2m^2-4m-(m^2-3)=2m^2-4m-m^2+3=m^2-4m+3=-1+3=2$,

20.

【答案】证明见解析.

【解析】

试题分析：由圆周角定理很快确定∠*A*=∠*C*，∠*B*=∠*D*，进而得出△*AED*≌△*CEB*，问题就迎刃而解了.

试题解析：证明：在△*AED* 和△*CEB* 中，$\begin{cases}\angle A=\angle C\\ \angle D=\angle B\\ DE=BE\end{cases}$，∴△*AED*≌△*CEB*（AAS），∴*AD*=*BC*，∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$.

21.

【答案】(1) 1 秒后，△PBQ 的面积等于 $4cm^2$；(2) 2 秒后，△PBQ 中 PQ 的长度等于 5cm；(3) t=2.5 时，面积最大.

【解析】

试题分析：(1) 经过 x 秒钟，△PBQ 的面积等于 $4cm^2$，根据点 P 从 A 点开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动，点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动，表示出 BP 和 BQ 的长可列方程求解；

(2) 利用勾股定理列出方程求解即可；

(3) 根据题意列出△PBQ 的面积与 x 的函数关系式即可解决.

试题解析：(1) 设 t 秒后，△PBQ 的面积等于 $4cm^2$，

则列方程为：$(5-t)\times 2t\times\frac{1}{2}=4$，

解得 $t_1=1$，$t_2=4$（舍），

答：1 秒后，△PBQ 的面积等于 $4cm^2$.

(2) 设 x 秒后，△PBQ 中 PQ 的长度等于 5cm，

列方程为：$(5-x)^2+(2x)^2=5^2$，

解得 $x_1=0$（舍），$x_2=2$，

答：2 秒后，△PBQ 中 PQ 的长度等于 5cm。

(3) 设面积为 $Scm^2$，时间为 t，

则 $S=(5-t)\times 2t\times\frac{1}{2}=-t^2+5t$，

当 t=2.5 时，面积最大.

22.

【答案】(1) m＜1；(2) 0.

【解析】

分析：(1) 根据根的判别式得出不等式，求出不等式的解集即可；

(2) 根据根与系数的关系得出 $x_1+x_2=2$，和已知组成方程组，求出方程组的解，再根据根与系数的关系求出 m 即可.

详解：(1) 由题意得：$\triangle=(-2)^2-4\times 1\times m=4-4m>0$，

解得：m＜1，

即实数 m 的取值范围是 m＜1；

（2）由根与系数的关系得：$x_1+x_2=2$，

即$\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1-x_2=2\end{cases}$，

解得：$x_1=2$，$x_2=0$，

由根与系数的关系得：m=2×0=0.

点睛：本题考查了根与系数的关系和根的判别式、一元二次方程的解，能熟记根与系数的关系的内容和根的判别式的内容是解此题的关键.

23.

【答案】$x=-3\pm\sqrt{11}$.

【解析】

【分析】

利用配方法可求出一元二次方程的解.

【详解】∵$x^2+6x-2=0$，

∴$x^2+6x=2$，

则 $x^2+6x+9=2+9$，即 $(x+3)^2=11$，

∴$x+3=\pm\sqrt{11}$，

∴$x=-3\pm\sqrt{11}$.



【点睛】本题考查了用配方法解一元二次方程，解题的关键是熟悉其基本的步骤.

24.

【答案】（1）$y=-x^2+3x+4$；（2）M 的坐标为（2，6）.

【解析】

【分析】

（1）由平行四边形 ABOC 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到平行四边形 A′B′OC′，且点 A 的坐标是（0，4），可求得点 A′ 的坐标，然后利用待定系数法即可求得经过点 C、A、A′ 的抛物线的解析式；

（2）首先连接 AA′，设直线 AA′ 的解析式为：y=kx+b，利用待定系数法即可求得直线 AA′ 的解析式，再设点 M 的坐标为：$(x, -x^2+3x+4)$，继而可得△AMA′ 的面积，继而求得答案.

【详解】（1）∵平行四边形 ABOC 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到平行四边形 A′B′OC′，且点 A 的坐标是（0，4），

∴点 A′ 的坐标为：（4，0），

∵点 A、C 的坐标分别是（0，4）、（－1，0），抛物线经过点 C、A、A′，

设抛物线的解析式为：$y=ax^2+bx+c$，

$\therefore\begin{cases}a-b+c=0\\c=4\\16a+4b+c=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-1\\b=\\c=4\end{cases}$，

∴此抛物线的解析式为：$y=-x^2+3x+4$；

（2）连接 AA′，设直线 AA′ 的解析式为：$y=kx+b$，

$\therefore\begin{cases}b=4\\4k+b=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}b=4\\k=-1\end{cases}$，

∴直线 AA′ 的解析式为：$y=-x+4$，

设点 M 的坐标为：$(x,\ -x^2+3x+4)$，

则 $S_{\triangle AMA'}=\dfrac{1}{2}\times4\times[-x^2+3x+4-(-x+4)]=-2x^2+8x=-2(x-2)^2+8$，

∴当 $x=2$ 时，△AMA′ 的面积最大，最大值 $S_{\triangle AMA'}=8$，

∴M 的坐标为：(2，6)；

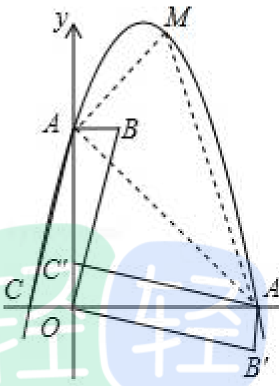


图1

【点睛】此题考查了待定系数法求函数解析式的知识、平行四边形的性质以及三角形面积问题，解题的关键是学会构建二次函数解决最值问题，属于中考常考题型.



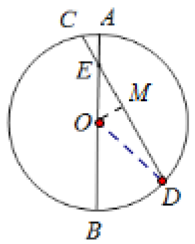
25.

【答案】弦 CD 的长为 $6\sqrt{3}$，⊙O 的半径长为 $\sqrt{31}$.

【解析】

分析：过点O作OM⊥CD于M，连接OD，解Rt△OEM，得到EM，根据DM＝DE－EM求得DM的长，根据垂径定理即可求出弦CD的长，根据勾股定理即可求出圆的半径.

详解：过点O作OM⊥CD于M，连接OD，




∵$\angle CEA=30^\circ$，∴$\angle OEM=\angle CEA=30^\circ$.

在Rt△OEM中，∵$OE=4$，

$\therefore OM=\frac{1}{2}OE=2$，$EM=OE\cdot\cos30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

$\because DE=5\sqrt{3}$，$\therefore DM=DE-EM=3\sqrt{3}$.

$\because OM$过圆心$OM\perp CD$，$\therefore CD=2DM$.

$\therefore CD=6\sqrt{3}$

$\because OM=2$，$DM=3\sqrt{3}$，

$\therefore$在$Rt\triangle DOM$中，$OD=\sqrt{OM^2+DM^2}=\sqrt{2^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{31}$

$\therefore$ 弦 $CD$ 的长为$6\sqrt{3}$，$\odot O$的半径长为$\sqrt{31}$.

点睛：属于圆的综合题，考查解直角三角形，勾股定理，垂径定理等，题目比较基础，熟练掌握各个知识点是解题的关键.

26.

【答案】(1) n=2，抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-1$；(2) $p=-\frac{7}{5}t^2+\frac{28}{5}t$，p 最大值$\frac{28}{5}$；(3) 点 $A_1$ 的横坐标为$\frac{3}{4}$或$-\frac{7}{12}$.

【解析】

【分析】

(1) 把点 B 的坐标代入直线解析式求出 m 的值，再把点 C 的坐标代入直线求解即可得到 n 的值，然后利用待定系数法求二次函数解析式解答；

(2) 令 y=0 求出点 A 的坐标，从而得到 OA、OB 的长度，利用勾股定理列式求出 AB 的长，然后根据两直线平行，内错角相等可得∠ABO=∠DEF，再解直角三角形用 DE 表示出 EF、DF，根据矩形的周长公式表示出 p，利用直线和抛物线的解析式表示 DE 的长，整理即可得到 P 与 t 的关系式，再利用二次函数的最值问题解答；

(3) 根据逆时针旋转角为 90° 可得 $A_1O_1$∥y 轴时，$B_1O_1$∥x 轴，然后分①点 $O_1$、$B_1$ 在抛物线上时，表示出两点的横坐标，再根据纵坐标相同列出方程求解即可；②点 $A_1$、$B_1$ 在抛物线上时，表示出点 $B_1$ 的横坐标，再根据两点的纵坐标相差 $A_1O_1$ 的长度列出方程求解即可.

【详解】(1) ∵直线 l：$y=\frac{3}{4}x+m$ 经过点 B (0，-1)，

∴m=-1，

∴直线 l 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x-1$，

∵直线 l：$y=\frac{3}{4}x-1$ 经过点 C (4，n)，

∴$n=\frac{3}{4}\times4-1=2$，

∵抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 C (4，2) 和点 B (0，-1)，

$\therefore\begin{cases}\frac{1}{2}\times4^2+4b+c=2\\ c=-1\end{cases}$，

解得$\begin{cases} b=-\dfrac{5}{4} \\ c=-1 \end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-1$；

（2）令 y=0，则$\frac{3}{4}x-1=0$，

解得 $x=\frac{4}{3}$，

∴点 A 的坐标为（$\frac{4}{3}$，0），

∴$OA=\frac{4}{3}$，

在 Rt△OAB 中，OB=1，

∴$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{(\frac{4}{3})^2+12}=\frac{5}{3}$，

∵DE∥y 轴，

∴∠ABO=∠DEF，

在矩形 DFEG 中，$EF=DE\cdot\cos\angle DEF=DE\cdot\frac{OB}{AB}=\frac{3}{5}DE$，

$DF=DE\cdot\sin\angle DEF=DE\cdot\frac{OA}{AB}=\frac{4}{5}DE$，



∴p=2（DF+EF）$=2(\frac{4}{5}+\frac{3}{5})DE=\frac{14}{5}DE$，

∵点 D 的横坐标为 t（0<t<4），



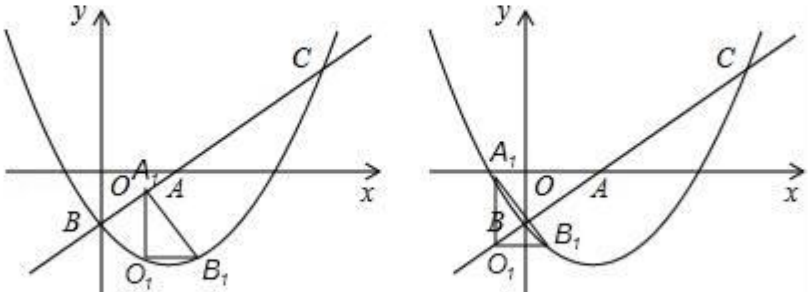
∴D（t，$\frac{1}{2}t^2-\frac{5}{4}t-1$），E（t，$\frac{3}{4}t-1$），

∴DE=（$\frac{3}{4}t-1$）-（$\frac{1}{2}t^2-\frac{5}{4}t-1$）$=-\frac{1}{2}t^2+2t$，

∴$p=\frac{14}{5}\times(-\frac{1}{2}t^2+2t)=-\frac{7}{5}t^2+\frac{28}{5}t$，

∵$p=-\frac{7}{5}(t-2)^2+\frac{28}{5}$，且$-\frac{7}{5}<0$，

∴当 t=2 时，p 有最大值$\frac{28}{5}$；




（3）图1　　图2

（3）∵△AOB 绕点 M 沿逆时针方向旋转 90°，

∴$A_1O_1$∥y 轴时，$B_1O_1$∥x 轴，设点 $A_1$ 的横坐标为 x，

①如图1，点$O_1$、$B_1$在抛物线上时，点$O_1$的横坐标为x，点$B_1$的横坐标为x+1，

∴$\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{5}{4}(x+1)-1$，

解得$x=\frac{3}{4}$，

②如图2，点$A_1$、$B_1$在抛物线上时，点$B_1$的横坐标为x+1，点$A_1$的纵坐标比点$B_1$的纵坐标大$\frac{4}{3}$，

∴$\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{5}{4}(x+1)-1+\frac{4}{3}$，

解得$x=-\frac{7}{12}$，

综上所述，点$A_1$的横坐标为$\frac{3}{4}$或$-\frac{7}{12}$.

【点睛】本题是二次函数综合题型，主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求二次函数解析式，锐角三角函数，长方形的周长公式，以及二次函数的最值问题，本题难点在于（3）根据旋转角是90°判断出$A_1O_1$∥y轴时，$B_1O_1$∥x轴，注意要分情况讨论.

27.

【答案】(1) A点坐标是（2，3）；(2)（0，$\frac{13}{6}$）；(3) 存在；点Q是坐标是（$\frac{2}{7}$，$\frac{45}{7}$）或（$\frac{26}{7}$，$-\frac{3}{7}$）.

【解析】

【分析】

（1）联立方程，解方程即可求得；

（2）设P点坐标是（0，y），根据勾股定理列出方程，解方程即可求得；

（3）分两种情况：①当Q点在线段AB上：作QD⊥y轴于点D，则QD=x，根据$S_{\triangle OBQ}=S_{\triangle OAB}-S_{\triangle OAQ}$列出关于x的方程解方程求得即可；②当Q点在AC的延长线上时，作QD⊥x轴于点D，则QD=−y，根据$S_{\triangle OCQ}=S_{\triangle OAQ}-S_{\triangle OAC}$列出关于y的方程解方程求得即可.

【详解】(1) 解方程组：$\begin{cases} y=-2x+7 \\ y=\frac{3}{2}x \end{cases}$ 得：$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

∴A点坐标是（2，3）；

（2）设P点坐标是（0，y），

∵△OAP是以OA为底边的等腰三角形，

∴OP=PA，

∴$2^2+(3-y)^2=y^2$，

解得$y=\frac{13}{6}$，

∴P点坐标是（0，$\frac{13}{6}$），

故答案为（0，$\frac{13}{6}$）；

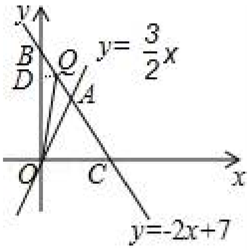
（3）存在；

由直线 $y=-2x+7$ 可知 B（0，7），C（$\frac{7}{2}$，0），

∵$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}\times3=\frac{21}{4}<6$，$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times7\times2=7>6$，

∴Q 点有两个位置：Q 在线段 AB 上和 AC 的延长线上，设点 Q 的坐标是（x，y），

当 Q 点在线段 AB 上：作 QD⊥y 轴于点 D，如图①，则 QD=x，




图①

∴$S_{\triangle OBQ}=S_{\triangle OAB}-S_{\triangle OAQ}=7-6=1$，

∴$\frac{1}{2}OB\cdot QD=1$，即$\frac{1}{2}\times7x=1$，

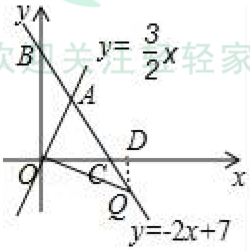
∴$x=\frac{2}{7}$，

把 $x=\frac{2}{7}$代入 $y=-2x+7$，得 $y=\frac{45}{7}$，

∴Q 的坐标是（$\frac{2}{7}$，$\frac{45}{7}$），

当 Q 点在 AC 的延长线上时，作 QD⊥x 轴于点 D，如图②则 $QD=-y$，






图②

∴$S_{\triangle OCQ}=S_{\triangle OAQ}-S_{\triangle OAC}=6-\frac{21}{4}=\frac{3}{4}$，

∴$\frac{1}{2}OC\cdot QD=\frac{3}{4}$，即$\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}\times(-y)=\frac{3}{4}$，

∴$y=-\frac{3}{7}$，

把 $y=-\frac{3}{7}$代入 $y=-2x+7$，解得 $x=\frac{26}{7}$，

∴Q 的坐标是（$\frac{26}{7}$，$-\frac{3}{7}$），

综上所述：点 Q 是坐标是（$\frac{2}{7}$，$\frac{45}{7}$）或（$\frac{26}{7}$，$-\frac{3}{7}$）．

【点睛】本题是一次函数的综合题，考查了交点的求法，勾股定理的应用，三角形面积的求法等，分类讨论思想的

运用是解题的关键.

28.

【答案】(1）证明见解析;（2）证明见解析;（3）$\angle EAF=\frac{1}{2}m°$.

【解析】

分析:（1）如图1中，欲证明BD=EC，只要证明△DAB≌△EAC即可;

（2）如图2中，延长DC到E，使得DB=DE.首先证明△BDE是等边三角形，再证明△ABD≌△CBE即可解决问题;

（3）如图3中，将AE绕点E逆时针旋转m°得到AG，连接CG、EG、EF、FG，延长ED到M，使得DM=DE，连接FM、CM.想办法证明△AFE≌△AFG，可得$\angle EAF=\angle FAG=\frac{1}{2}m°$.

详（1）证明：如图1中，

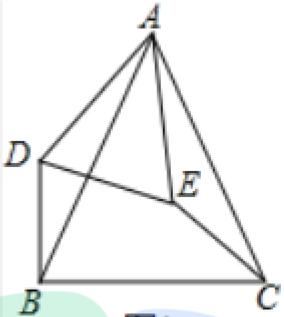


图1

∵∠BAC=∠DAE,

∴∠DAB=∠EAC,

在△DAB和△EAC中,



$$\begin{cases} AD=AE \\ \angle DAB=\angle EAC \\ AB=AC \end{cases},$$

∴△DAB≌△EAC,

∴BD=EC.

（2）证明：如图2中，延长DC到E，使得DB=DE.

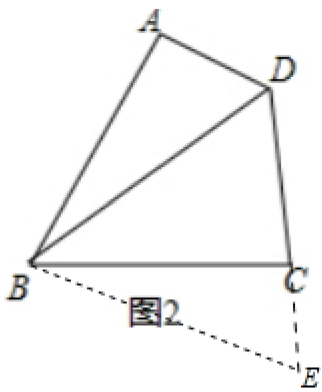


图2

∵DB=DE，∠BDC=60°,

∴△BDE是等边三角形,

∴∠BD=BE，∠DBE=∠ABC=60°，

∴∠ABD=∠CBE，

∵AB=BC，

∴△ABD≌△CBE，

∴AD=EC，

∴BD=DE=DC+CE=DC+AD.

∴AD+CD=BD.

（3）如图 3 中，将 AE 绕点 E 逆时针旋转 m°得到 AG，连接 CG、EG、EF、FG，延长 ED 到 M，使得 DM=DE，连接 FM、CM.

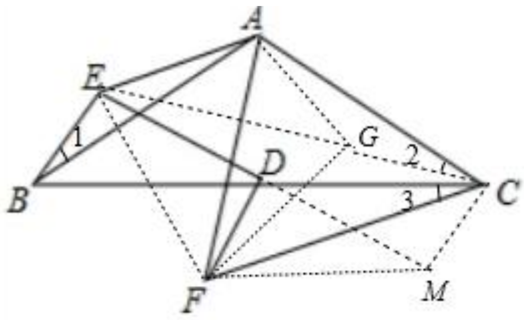



图3

由（1）可知△EAB≌△GAC，

∴∠1=∠2，BE=CG，

∵BD=DC，∠BDE=∠CDM，DE=DM，

∴△EDB≌△MDC，



∴EM=CM=CG，∠EBC=∠MCD，

∵∠EBC=∠ACF，

∴∠MCD=∠ACF，

∴∠FCM=∠ACB=∠ABC，

∴∠1=3=∠2，

∴∠FCG=∠ACB=∠MCF，

∵CF=CF，CG=CM，

∴△CFG≌△CFM，

∴FG=FM，

∵ED=DM，DF⊥EM，

∴FE=FM=FG，

∵AE=AG，AF=AF，

∴△AFE≌△AFG，

∴$\angle EAF=\angle FAG=\frac{1}{2}m°$．

点睛：本题考查几何变换综合题、旋转变换、等腰三角形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用“手拉手”图形中的全等三角形解决问题，学会构造“手拉手”模型，解决实际问题，属于中考压轴题．