2018【秦淮区】初三（上）数学期中试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1．下列方程中，是一元二次方程的是（　　）

A．$x^3+2x+1=0$　　B．$x^2=(y+1)(y-1)$　　C．$2x^2+1=x+1$　　D．$\frac{1}{x}+x^2=1$

2．用配方法解方程 $x^2-4x-3=0$ 时，配方后的方程为（　　）

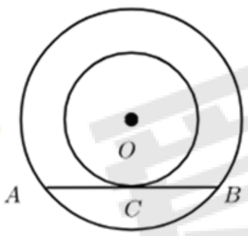
A．$(x+2)^2=1$　　B．$(x-2)^2=1$　　C．$(x+2)^2=7$　　D．$(x-2)^2=7$

3．数学老师计算同学们的一学期的平均成绩时，将平时、期中和期末的成绩按 3:3:4 计算，若小红平时、期中和期末的成绩分别是 90 分、80 分、100 分，则小红一学期的数学平均成绩是（　　）

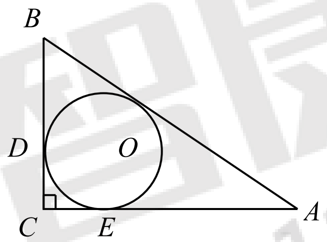
A．90 分　　B．91 分　　C．92 分　　D．93 分

4．如图，在以点 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 与小圆相切，切点为 C．若大圆的半径是 13，$AB=24$，则小圆的半径是（　　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7



（第 4 题）



（第 6 题）

5．某班第一小组共有 6 名学生，某次数学考试的成绩分别为（单位：分）：72，80，77，81，89，81，则这组数据的众数与中位数分别是（　　）

A．81 分、80.5 分　　B．89 分、80.5 分　　C．81 分、81 分　　D．89 分、81 分

6．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，⊙O 是△ABC 的内切圆，三个切点分别为 D、E、F．若 $BF=3$，$AF=4$，则△ABC 的面积是（　　）

A．6　　B．7　　C．$7\sqrt{3}$　　D．12

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7．一元二次方程 $x^2-x=0$ 的解为__________．

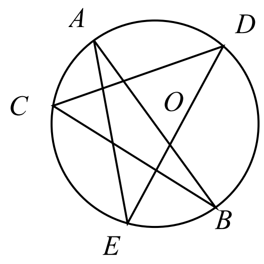
8．圆锥的母线长为 12，底面圆的半径为 6，则圆锥的侧面积是__________．（结果保留 π）

9．已知 x_1、x_2 是一元二次方程 $2x^2+x-3=0$ 的两个实数根，则 $x_1\cdot x_2$ 的值是__________．

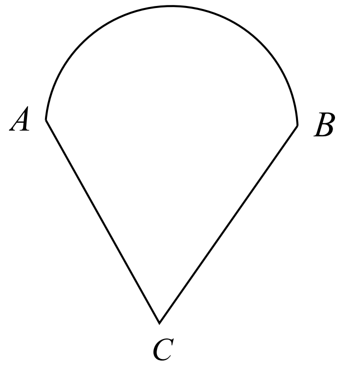
10．若一个正六边形的半径是 3，则这个正六边形的周长是__________．

11．若一组数据 a、b、c、d 的方差是 2，则 $a+1$、$b+1$、$c+1$、$d+1$ 的方差是___________.

12．如图，点 A、B、C、D、E 都在⊙O 上，AB 是⊙O 的直径，则 $\angle A+\angle B+\angle D$ 的度数为__________°．



（第 12 题）



（第 13 题）

13．如图，“甜筒”形 ABC 是由 $\overset{\frown}{AB}$ 和两条长度相等的线段 AC、BC 围成，若 $AC=2$，$\overset{\frown}{AB}$ 为 180°，$\angle ACB=60°$，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度是___________（结果保留 π）.

14．关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a、b、c 是常数，$a\neq0$）配方后为 $(x+1)^2=d$（d 是常数），则 $\dfrac{b}{2a}=$___________.

15．某商店经销的某种商品，每件成本为 30 元，经市场调研，售价为 40 元时，可销售 150 件；售价每上涨 1 元，销售量将减少 10 件．如果这种商品全部销售完，那么该商店可盈利 1560 元．设这种商品的售价上涨 x 元，根据题意，可列方程为___________.

16．已知线段 AB 是⊙O 中与半径相等的弦，点 C 在⊙O 上（不与 A、B 重合），连接 AC、BC，若△ABC 是等腰三角形，则 $\angle ABC=$___________°．

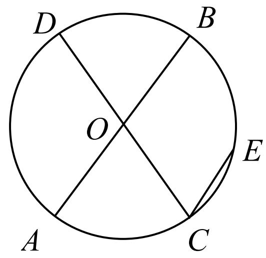
三、解答题（本大题共 **11** 小题，共 **88** 分）

17．（6 分）解方程 $(x-1)^2-15=0$．

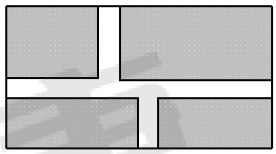
18．(6 分)已知 $y_1=x^2-9$，$y_2=3-x$，x 为何值时，y_1 与 y_2 相等？

19．(6 分)求证：无论 k 为何值，关于 x 的一元二次方程 $x(x-2)+k(x-2)=0$ 必有两个实数根．

20．(8 分)如图，AB、CD 是⊙O 的直径，弦 $CE /\!/ AB$，$\overset{\frown}{CE}$ 为 40°．求∠AOC 的度数．



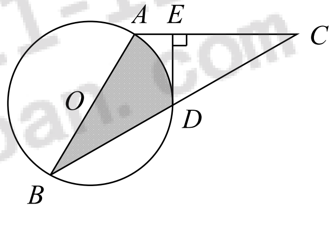
21．(8 分）如图，在长 40m、宽 22m 的矩形地面内，修筑三条同样宽且垂直于矩形的边的道路，余下的部分铺上草坪（即阴影部分）．要使草坪的面积达到 760m^2，道路的宽应为多少？



22．（8 分）如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 外一点，$AB=AC$，连接 BC，交⊙O 于点 D，过点 D 作 $DE\perp AC$，垂足为 E.

⑴求证：DE 与⊙O 相切；

⑵若∠B=30°，AB=4，则图中阴影部分的面积是_________.（结果保留根号和 π）



23．（8 分）甲、乙两名射击队员在相同条件下分别射靶 5 次，成绩统计如下（单位：环）：

甲	7	8	8	8	9
乙	7	7	7	9	10

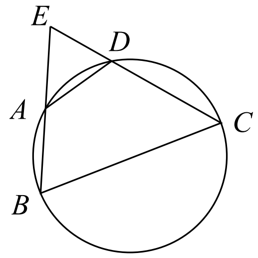
⑴分别计算甲、乙两人成绩的平均数；

⑵比较两人的成绩，___________更稳定；（填“甲”或“乙”）

⑶如果甲、乙两人分别再射击一次，都命中了 8 环，分别记甲、乙两人 6 次成绩的方差为 $S_{甲}^2$ 和 $S_{乙}^2$，则 $S_{甲}^2$____________ $S_{乙}^2$.（填“＞”、“＜”、“=”）

24．（8 分）如图，在圆的内接四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，BA、CD 的延长线相交于点 E，且 $AB=AE$．

求证：BC 是该圆的直径．

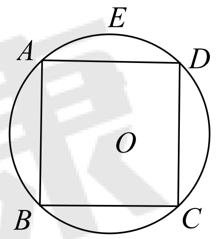


25．（10 分）如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为 $\overset{\frown}{AD}$ 的中点．

⑴作等边三角形 EFG，使点 F、G 分别在 $\overset{\frown}{AB}$ 和 $\overset{\frown}{CD}$ 上；（用直尺和圆规作图，保留作图痕迹，不写作法）

⑵在⑴的条件下，求 $\overset{\frown}{BG}$ 的度数；

⑶若正方形 $ABCD$ 的边长为 4，则⑴中等边三角形 EFG 的边长为_________．



26．（10 分）某校数学兴趣班上学期共有 32 名学生，本学期又有若干名学生新加入了该兴趣班．王老师上学期和本学期各买了 a 本笔记本平均分给全班学生．与上学期相比，本学期全班学生人数增加的百分率恰好是每名学生分得的笔记本数减少的百分率的 $\frac{5}{4}$．

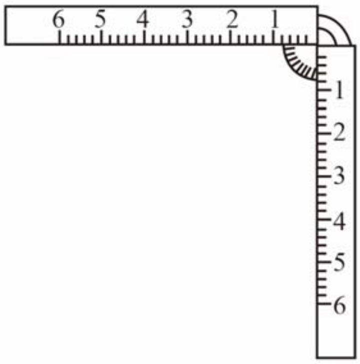
⑴当 $a=160$ 时．

①上学期该兴趣班每名学生分得的笔记本数是_________；

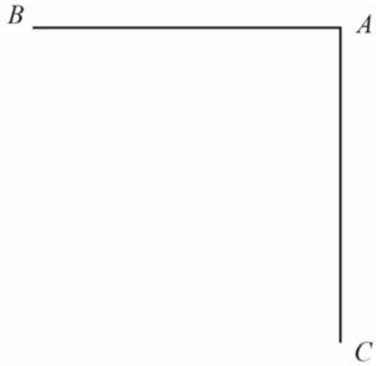
②求本学期新加入该班的学生的人数．

⑵当 $a\neq160$ 时，本学期新加入该班的学生的人数与⑴②中求出的结果是否相同？请通过计算说明理由．

27.（10 分）图①是一把两条边有公共零刻度的角尺，该角尺两边的夹角可以改变.（图②的$\angle BAC$ 是该角尺有刻度的一侧的示意图，$\angle BAC$ 的大小可以改变）将这个角尺摆放在圆上，利用其刻度，可以计算出圆的半径.



①

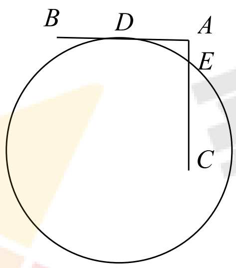


②

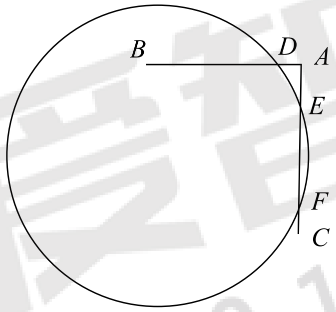
⑴当$\angle BAC$=90° 时.

①按图③的方式摆放角尺——线段 AB 与图中的圆相切，切点为 D，线段 AC 与该圆有一个公共点 E．若 D、E 在角尺上的刻度分别为 3cm 和 1cm，求该圆的半径；

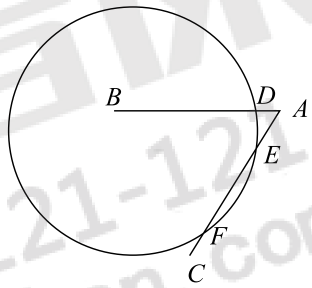
②按图④的方式摆放角尺——线段 AB 与图中的圆有一个公共点 D，线段 AC 与该圆有两个公共点 E、F．若 D、E、F 在角尺上的刻度分别为 1cm、2cm 和 6cm，求该圆的半径.



③



④



⑤

⑵当$\angle BAC$=60° 时，类似图④的方式摆放角尺，如图⑤．若 D、E、F 在角尺上的刻度分别为 1cm、2cm 和 6cm，则图中圆的半径为__________cm.

2018【秦淮区】初三（上）数学期中（答案）

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	D	B	B	A	D

二、填空题

题号	7	8	9	10	11
答案	$x_1=0$，$x_2=1$	72π	$-\frac{3}{2}$	18	2
题号	12	13	14	15	16
答案	90	π	1	$(40-30+x)(150-10x)=1560$	30°或 120°或 75°或 15°

三、解答题

17．$x_1=1+\sqrt{15}$，$x_2=1-\sqrt{15}$

18．思路：

由题意可得 $y_1=y_2$

即 $x^2-9=3-x$

解得 $x_1=-4, x_2=3$

19．由题意可得：$(x+k)(x-2)=0$

解得：$x_1=2$，$x_2=-k$

若 $k=-2$，则有两个相等的实数根；若 $k\neq-2$，则有两个不相等的实数根

所以无论 k 取何值，方程都有两个实数根

20．$\because AB/\!/CE$

$\therefore \angle AOC=\angle OCE$

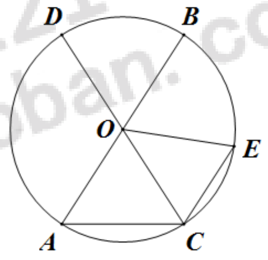
$\because OC=OE$

$\therefore \angle OCE=\angle OEC$

$\because \overset{\frown}{CE}$ 的度数 $=40°$

$\therefore \angle COE=40°$

$\therefore \angle AOC=\angle OCE=\dfrac{180°-40°}{2}=70°$



21．设：道路的宽为 xm

由题意得：$(40-x)(22-x)=760$

整理得：$x^2-62x+120=0$

解得：$x_1=2, x_2=60$（舍）

答：道路的宽度为 $2m$.

22．(1) 连接 OD

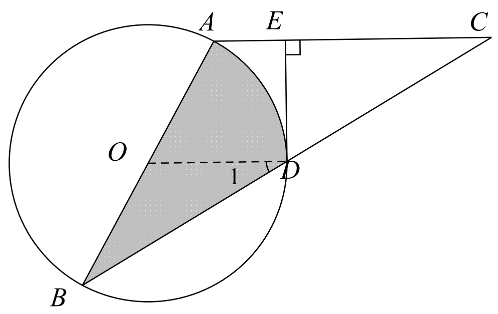
$\because AB=AC$，$OB=OD$

$\therefore \angle B=\angle C=\angle 1$

$\therefore OD/\!/AC$

$\because DE\perp AC$

$\therefore \angle CED=90^\circ$



$\therefore \angle ODE = 90^\circ$

$\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切

(2) $\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}$

思路：由图可知，阴影部分面积为 $S_{\triangle OBD}+S_{扇形OAD}$，顶角 120° 的等腰三角形和圆心角 60° 的扇形面积

23．(1) $\overline{x}_{甲}=\dfrac{7+8+8+8+9}{5}=8$(环)

$\overline{x}_{乙}=\dfrac{7+7+7+9+10}{5}=8$(环)

(2)甲

(3) $<$

24．连接 BD

$\because AB=AD=AE$

$\therefore \angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$

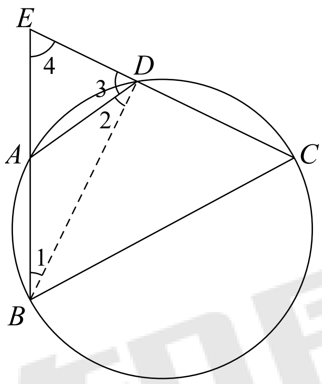
$\because \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ$

$\therefore \angle 2+\angle 3=90^\circ$

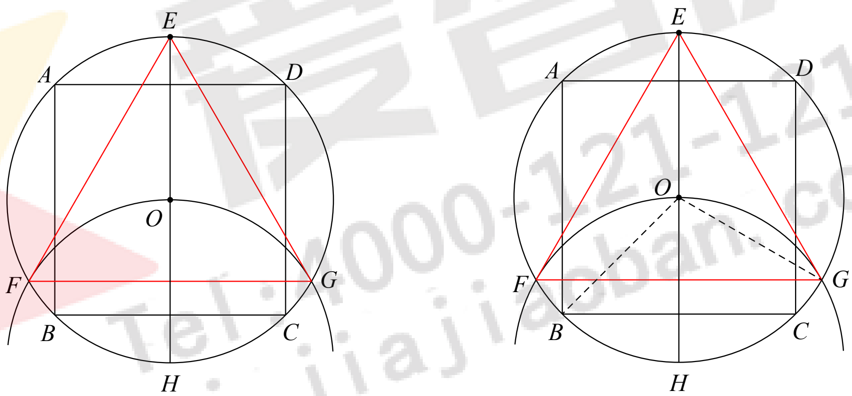
即 $\angle BDE = 90^\circ$

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$

$\therefore BC$ 是圆的直径



25．(1)如图所示点 F、G 即为所求（以 H 为圆心 HO 为半径画圆，交圆 O 于点 F、G）



(2) 连接 EO 并延长交 $\odot O$ 于点 H

思路：正方形的中心和等边三角形的外心重合

则 $\overset{\frown}{BG}$ 的度数等于 $\angle BOG$，$\angle BOG=\angle HOG+\angle BOH=60^\circ+45^\circ=105^\circ$

则 $\overset{\frown}{BG}$ 的度数为 105°

(3) $2\sqrt{6}$

思路：只需根据正方形边长为 4 求出 $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{2}$，再求出三角形的边长为 $2\sqrt{6}$

26．(1)①：5

②：解设全班学生人数的增长率为 x，由题意得：$\dfrac{5-\dfrac{160}{32(1+x)}}{5}\cdot\dfrac{5}{4}=x$

解得 $x_1=25\%$， $x_2=0$ （舍）

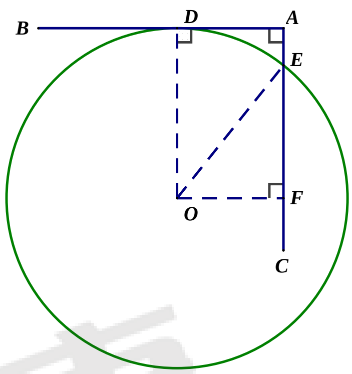
所以该学期新加入该班的学生为 $25\%\times32=8$ 人

⑵ 由题意得：$\dfrac{\dfrac{a}{32}-\dfrac{a}{32(1+x)}}{\dfrac{a}{32}}\cdot\dfrac{5}{4}=x$，化简得：$4x^2=x$

解得 $x_1=25\%$， $x_2=0$ （舍）

所以该学期新加入该班的学生为 $25\%\times32=8$ 人，结果与上述相同

27. ⑴①：记圆的圆心为 O 点，连接 OD、OE 作 $OF\perp AC$，垂足为 F



$\because AB$ 为圆的切线

$\therefore \angle ADO=90^\circ$

又$\because \angle A=\angle AFO=90^\circ$

$\therefore$四边形 $ADOF$ 为矩形

设该圆的半径为 r，即 $OD=OE=r$， $AF=OD=r$

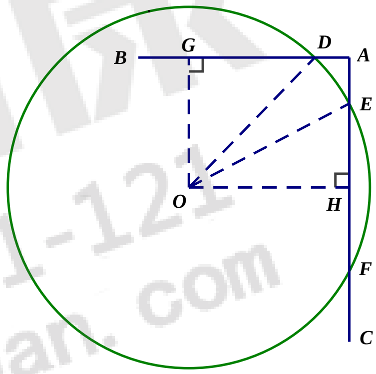
$OF=AD=3$， $EF=r-1$

在 Rt$\triangle OEF$ 中， $OF^2+EF^2=OE^2$

代入得：$3^2+(r-1)^2=r^2$

解得 $r=5\,cm$

②：如图作 $OG\perp AB$， $OH\perp AC$



设 $OH=AG=x$， $OD=OE=r$， 则 $GD=x-1$

由垂径定理可得： $EH=\dfrac{1}{2}EF=2$

$\therefore OG=AH=4$

在三角形 OGD 中， $4^2+(x-1)^2=r^2$

在三角形 OEH 中， $2^2+x^2=r^2$

解得 $x=\dfrac{13}{2}$， $r=\dfrac{\sqrt{185}}{2}\,cm$

⑵如图作 $OG\perp AB$， $OH\perp AC$， 延长 HO，AB 交于点 I

由题意得， $AH=4$， $AI=8$， $HI=4\sqrt{3}$

设 $OG=x$， 则 $IG=\sqrt{3}x$， $IO=2x$， $GD=8-1-\sqrt{3}x=7-\sqrt{3}x$， $OH=4\sqrt{3}-2x$

$\because OD=OE$

$\therefore x^2+\left(7-\sqrt{3}x\right)^2=\left(4\sqrt{3}-2x\right)^2+2^2$

解得 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore OD^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(7-\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=31$

$\therefore r=\sqrt{31}\,cm$