

深圳市南外（集团）高级中学
2018-2019 学年第一学期期中考试
高一年级数学试卷

出题人：郭建华

说明：1、本卷满分 150 分；考试时间为 150 分钟；

2、本卷分题卷、答题卷两部分，考试结束，只交答题卷。

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}, M = \{1, 2\}, N = \{2, 3\}$, 则 $C_U(M \cup N)$ 是 ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1, 3, 4\}$ D. $\{4\}$

2. 设 $a < b < 0$, 则下列不等式中不成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ C. $|a| > -b$ D. $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$

3. 下列各组函数中，表示同一函数的是 ()

- A. $y = \sqrt[3]{x^3}$ 与 $y = \sqrt{x^2}$ ~~B. $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ 与 $g(x) = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$~~
 C. $y = x^0$ 与 $y = \frac{1}{x^0}$ ~~D. $y = \frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 与 $y = x+3$~~

4. 对于定义在 R 上的函数 $f(x)$, 有如下四种说法, 其中说法正确的为 ()

~~①若满足 $f(2) > f(1)$, 则函数 $f(x)$ 是 R 上的单调增函数;~~

☒ ②若满足 $f(2) > f(1)$, 则函数 $f(x)$ 在 R 上不是单调减函数;

~~③若满足 $f(-2) = f(2)$, 则函数 $f(x)$ 是偶函数;~~

☒ ④若满足 $f(-2) \neq f(2)$, 则函数 $f(x)$ 不是偶函数.

- A. ①③ B. ②④ C. ①②③④ D. 以上说法都不正确

5. 一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 (α, β) ($\alpha > 0$), 则 $cx^2 + bx + a > 0$ 的解集为 ()

- (A) $(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta})$ (B) $(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta})$ (C) $(\frac{1}{\beta}, \frac{1}{\alpha})$ (D) $(-\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\alpha})$

6. 已知 $a = \log_2 0.3$, $b = 2^{0.3}$, $c = 0.3^{0.2}$, 则 a, b, c 三者的大小关系是 ()

- A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $a > b > c$ D. $c > b > a$

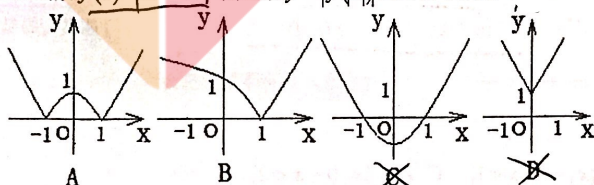
7. 使 $\log_a \frac{1}{2} > 1$ 成立的 a 的取值范围是 ()

- A. $0 < a < \frac{1}{2}$ B. $0 < a < \frac{1}{2}$ 或 $a > 1$ C. $a > \frac{1}{2}$ 且 $a \neq 1$ D. $\frac{1}{2} < a < 1$

8. 某单位为鼓励职工节约用水, 作出了如下规定: 每月用水不超过 $10 m^3$, 按每立方米 x 元收取水费; 每月用水超过 $10 m^3$, 超过部分加倍收费. 某职工某月缴水费 $16x$ 元, 则该职工这个月实际用水为 ()

- A. $13 m^3$ B. $14 m^3$ C. $18 m^3$ D. $26 m^3$

9. 已知函数 $f(x) = 2^x - 2$, 则函数 $y = |f(x)|$ 的图像可能是 ()



10. 对于任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 若函数 $f(x) = \ln x$, 则 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ 与 $f(\frac{x_1 + x_2}{2})$ 的大小关系为 ()

~~A. $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \geq f(\frac{x_1 + x_2}{2})$~~ ~~B. $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f(\frac{x_1 + x_2}{2})$~~

C. $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \leq f(\frac{x_1 + x_2}{2})$ D. $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} < f(\frac{x_1 + x_2}{2})$

11. 在 \mathbb{R} 上定义运算 $\otimes: x \otimes y = x(1-y)$, 若不等式 $(x-a) \otimes (x+a) < 1$ 对任意实数 x 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $-1 < a < 1$ B. $0 < a < 2$ C. $-\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2} < a < \frac{1}{2}$

12. 若一系列函数的解析式和值域相同, 但定义域互不相同, 则称这些函数为“同族函数”, 例如函数 $y = x^2$, $x \in [1, 2]$ 与函数 $y = x^2$, $x \in [-2, -1]$ 即为“同族函数”. 下面 4 个函数中能够被用来构造“同族函数”的是 ()

~~A. $y = x$~~ B. $y = \frac{1}{|x|}$ ~~C. $y = 2^x$~~ ~~D. $y = \log_2 x$~~

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 化简求值: $64^{\frac{1}{3}} - (-\frac{2}{3})^0 + \log_2 8 =$ _____

14. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$, 则 $x + y$ 的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
f(x)	1	3	1

x	1	2	3
g(x)	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值_____; 满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的 x 的值_____.

16. 已知函数 $f(n) = \log_{n+1}(n+2)$ ($n \in N^*$), 定义使 $f(1) \cdot f(2) \cdots f(k)$ 为整数的数 k ($k \in N^*$) 叫做企盼数, 则在区间 $[1, 10]$ 内这样的企盼数共有_____个.

三、解答题 (共 70 分)

17. (本题满分 12 分)

已知集合 $U = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, $M = \{x | -1 < x < 1\}$, $C_U N = \{x | 0 < x < 2\}$.

求: (1) 集合 N (2) 集合 $M \cap (C_U N)$, (3) 集合 $M \cup N$.

18. (本题满分 12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1 \\ -x^2+1, & -1 < x < 1 \\ x-1, & x \geq 1 \end{cases}$$

(1) 作出函数 $y = f(x)$ 的图象;

(2) 判断函数 $y = f(x)$ 的奇偶性; (不必证明)

(3) 写出函数 $y = f(x)$ 的单调区间.

19. (本题满分 10 分)

设 $f(x) = \frac{a \cdot 2^x - 1}{1 + 2^x}$ 是 R 上的奇函数,

(1) 求实数 a 的值; (2) 判定 $f(x)$ 在 R 上的单调性.



20. (本题满分 12 分)

解关于 x 的不等式 $\frac{ax^2}{ax-1} > x$, ($a \in \mathbb{R}$).

21. (本题满分 12 分)

某租赁公司拥有汽车 100 辆. 当每辆车的月租金为 3000 元时, 可全部租出. 当每辆车的月租金每增加 50 元时, 未租出的车将会增加一辆. 每辆租出的车每月需要花费租赁公司维护费 200 元.

- (1) 当每辆车的月租金定为 3600 元时, 能租出多少辆车?
- (2) 当每辆车的月租金定为多少元时, 租赁公司的月收益最大? 最大月收益是多少元?

22. (本题满分 12 分)

已知定义域为 \mathbb{R} 的函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$, 它们分别满足条件:

对任意 $a, b \in \mathbb{R}$, 都有 $f(a+b) = f(a) + f(b)$;

对任意 $a, b \in \mathbb{R}$, 都有 $g(a+b) = g(a) \cdot g(b)$;

且对任意 $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$, 对任意 $x > 0$, $g(x) > 1$.

- (1) 求 $f(0)$ 、 $g(0)$ 的值; (2) 证明函数 $y = f(x)$ 是奇函数;
- (3) 证明 $x < 0$ 时, $g(x) < 1$, 且函数 $y = g(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数;
- (4) 试各举出一个符合函数 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的实例.