

深圳第二外国语学校 2018—2019 学年第一学期期中考试  
高二文科数学试卷

命题人：阮艳华 审题人：郑粤萍

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求。）

1. 设命题  $p: \exists n \in N, n^2 > 2^n$ , 则  $\neg p$  为 ( )  
A.  $\forall n \in N, n^2 > 2^n$       B.  $\exists n \in N, n^2 \leq 2^n$   
C.  $\forall n \in N, n^2 \leq 2^n$       D.  $\exists n \in N, n^2 = 2^n$
2. 已知  $p: "x = \frac{\pi}{3}"$ ,  $q: "\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}"$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件
3. 已知  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ , 则  $\cos 2\alpha =$  ( )  
A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 在下列命题中, 真命题是 ( ).  
A. 命题“若  $ac > bc$ , 则  $a > b$ ”  
B. 命题“若  $b=3$ , 则  $b^2=9$ ”的逆命题  
C. 命题“若  $x=2$ , 则  $x^2-3x+2=0$ ”的否命题  
D. 命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题
5. 椭圆  $2x^2 + 3y^2 = 12$  的两焦点之间的距离是 ( )  
A.  $2\sqrt{10}$       B.  $\sqrt{10}$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$
6. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       D. 2
7. 若直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 过点  $(1, 4)$ , 则  $a+b$  的最小值等于 ( ).  
A. 8      B. 9      C. 12      D. 16
8. 双曲线  $mx^2 + y^2 = 1$  的虚轴长是实轴的 2 倍, 则  $m =$  ( )  
A.  $-\frac{1}{4}$       B. -4      C. 4      D.  $\frac{1}{4}$

9. 设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $P$  是  $C$  上的点

$PF_2 \perp F_1F_2, \angle PF_1F_2 = 30^\circ$ , 则  $C$  的离心率为( )

A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$  的一条渐近线方程为  $2x + 3y = 0$ ,  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $C$  的左、右焦点, 点  $P$  在双曲线  $C$  上, 且  $|PF_1| = 2$ , 则  $|PF_2|$  等于( )

A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

11. 某企业生产甲、乙两种产品均需用  $A, B$  两种原料. 已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额如下表所示, 如果生产 1 吨甲、乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为( )

	甲	乙	原料限额
$A$ (吨)	3	2	12
$B$ (吨)	1	2	8

A. 12 万元

B. 16 万元

C. 17 万元

D. 18 万元

12. 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(3, 0)$ , 过点  $F$  的直线交椭圆于  $A, B$

两点. 若  $AB$  的中点坐标为  $(1, -1)$ , 则  $E$  的方程为( )

A.  $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$

B.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$

C.  $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{18} = 1$

D.  $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在空白处填写正确答案.)

13. 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $ab = 36$ , 则  $a+b$  的最小值为\_\_\_\_\_

14. 不等式  $|2x-1| \geq 3$  的解集为\_\_\_\_\_

15. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  有相同的焦点, 且双曲线  $C$

的渐近线方程为  $y = \pm 2x$ , 则双曲线  $C$  的方程为\_\_\_\_\_

16. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+2y \geq 2 \\ x \leq 2 \\ y \leq 1 \end{cases}$ , 则  $x^2 + y^2$  的最小值为\_\_\_\_\_

三、解答题（本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17. (10分) 已知命题  $p$ : 关于  $x$  的方程  $x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$  无实数解, 命题  $q$ : 实数  $a$  满足  $2a - 4 < 0$ .

(1) 若  $\underline{p}$  是真命题, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $p \vee q$  是真命题, 且  $p \wedge q$  是假命题, 求实数  $a$  的取值范围.

18. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 其中  $a_2 + \cancel{a}_3 = 8, a_5 = 3a_2$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $b_n = \frac{2}{a_n a_{n+1}}$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ .

19. (12分) 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为角  $A, B, C$  所对的边, 且  $\sqrt{3}a = 2c \sin A$ .

(1) 确定角  $C$  的大小;

(2) 若  $c = \sqrt{7}$ , 且  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $a+b$  的值.

20. (12分) 已知函数  $f(x) = |x+a| - |x-1|$ .

(1) 当  $a=-2$  时, 求不等式  $f(x) \geq \frac{1}{2}$  的解集;

(2) 若  $f(x) \leq 2$  对任意  $x \in R$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

21. (12分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P$  到两圆  $C_1: x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}y + 2 = 0$  与  $C_2: x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}y - 3 = 0$  的圆心的距离之和等于 4, 设点  $P$  的轨迹为  $C$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 设直线  $y = \frac{1}{2}x + 1$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $AB$  的长.

22. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 且过点  $A(2, 1)$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 若  $P, Q$  是椭圆  $C$  上两个不同的动点, 且使  $\angle PAQ$  的角平分线垂直于  $x$  轴, 试判断直线  $PQ$  的斜率是否为定值? 若是, 求出该值; 若不是, 说明理由.