

2017~2018学年北京海淀区中国人民大学附属中学高二上学期理科期末数学试卷

I卷

选择题（本大题共8小题，每小题4分，共32分）

1. 直线 $2x + y - 1 = 0$ 在 y 轴上的截距为（ ）.

- A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

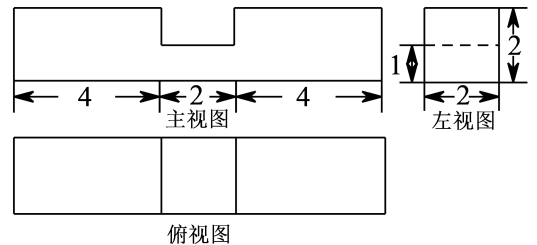
2. 在空间直角坐标系中，已知点 $A(1, 0, 1)$ ， $B(3, 2, 1)$ ，则线段 AB 的中点的坐标是（ ）.

- A. $(1, 1, 1)$ B. $(2, 1, 1)$ C. $(1, 1, 2)$ D. $(1, 2, 3)$

3. 已知圆 $x^2 + y^2 - 3x + m + 1 = 0$ 经过原点，则实数 m 等于（ ）.

- A. $-\frac{3}{2}$ B. -1 C. 1 D. $\frac{3}{2}$

4. 鲁班锁是曾广泛流传于民间的智力玩具，它起源于中国古代建筑中首创的榫卯结构，不用钉子和绳子，完全靠自身结构的连接支撑，它看似简单，却凝结着不平凡的智慧，下图为鲁班锁的其中一个零件的三视图，则该零件的体积为（ ）.



- A. 32 B. 34 C. 36 D. 40

5. 已知平面 α ， β ，直线 m ， n ，下列命题中假命题是（ ）.

- A. 若 $m \perp \alpha$ ， $m \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $m \parallel n$ ， $m \perp \alpha$ ，则 $n \perp \alpha$
C. 若 $m \perp \alpha$ ， $m \subset \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $m \parallel \alpha$ ， $\alpha \parallel \beta$ ， $n \subset \beta$ ，则 $m \parallel n$

6. 椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的焦点为 F_1 ， F_2 ，若点 M 在 C 上且满足 $|MF_1| - |MF_2| = 2$ ，则 $\triangle F_1MF_2$ 中最大角为（ ）.

- A. 90° B. 105° C. 120° D. 150°

7. “ $m < 0$ ”是“方程 $x^2 + my^2 = m$ 表示双曲线”的（ ）.

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. 平面 α, β, γ 两两互相垂直, 在平面 α 内有一点 A 到平面 β , 平面 γ 的距离都等于1. 则在平面 α 内与点 A , 平面 β , 平面 γ 距离都相等的点的个数为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

9. 直线 $l: x + y - 1 = 0$ 的倾斜角为 _____, 经过点 $(1, 1)$ 且与直线 l 平行的直线方程为 _____.

10. 直线 $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 = 1$ 所截得的弦长为 _____.

11. 请从正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的8个顶点中, 找出4个点构成一个三棱锥, 使得这个三棱锥的4个面都是直角三角形, 则这4个点可以是 _____. (只需写出一组)

12. 在空间直角坐标系中, 已知点 $A(1, 2, 0)$, $B(x, 3, -1)$, $C(4, y, 2)$, 若 A, B, C 三点共线, 则 $x + y =$ _____.

13. 已知椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的中心均为原点, 且焦点均在 x 轴上, 从每条曲线上取两个点, 将其坐标记录于右表中, 则双曲线的离心率为 _____.

x	0	4	$2\sqrt{6}$
y	$2\sqrt{2}$	-2	$2\sqrt{2}$

14. 曲线 W 的方程为 $(x^2 + y^2)^3 = 8x^2y^2$.

(1) 请写出曲线 W 的两条对称轴方程 _____.

(2) 请写出曲线 W 上的两个点的坐标 _____.

(3) 曲线 W 上的点到原点的距离的取值范围是 _____.

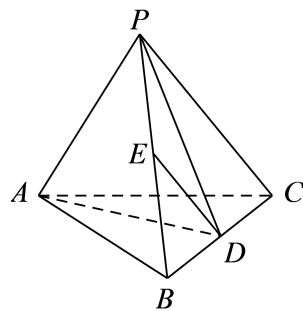
解答题 (本大题共4小题, 共44分)

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的半径为1, 其圆心在射线 $y = x (x \geq 0)$ 上, 且 $|OC| = 2\sqrt{2}$.

(1) 求圆 C 的方程.

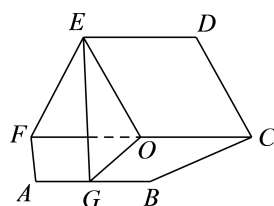
(2) 若直线 l 过点 $P(1, 0)$ 且与圆 C 相切, 求直线 l 的方程.

16. 如图, 在三棱锥 $P - ABC$ 中, $PB = PC$, $AB = AC$, 且点 D, E 分别是 BC, PB 的中点.



- (1) 求证： $DE \parallel$ 平面 PAC .
 (2) 求证：平面 $ABC \perp$ 平面 PAD .

17. 如图，平面 $ABCF \perp$ 平面 $FCDE$ ，四边形 $ABCF$ 和 $FCDE$ 是全等的等腰梯形，其中 $AB \parallel FC \parallel ED$ ，且 $AB = BC = \frac{1}{2}FC = 2$ ，点 O 为 FC 的中点，点 G 是 AB 的中点 .



- (1) 请在图中所给的点中找出两个点，使得这两点所在直线与平面 EGO 垂直，并给出证明 .
 (2) 求二面角 $O - EG - F$ 的余弦值 .
 (3) 在线段 CD 上是否存在点 H ，使得 $BH \parallel$ 平面 EGO ？如果存在，求出 DH 的长度，如果不存在，请说明理由 .
18. 已知抛物线 $W: y^2 = 4x$ ，直线 $x = 4$ 与抛物线 W 交于 A, B 两点 . 点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 < 4, y_0 \geq 0$) 为抛物线上一动点，直线 PA, PB 分别与 x 轴交于 M, N .
- (1) 若 $\triangle PAB$ 的面积为4，求点 P 的坐标 .
 (2) 当直线 $PA \perp PB$ 时，求线段 PA 的长 .
 (3) 若 $\triangle PMN$ 与 $\triangle PAB$ 面积相等，求 $\triangle PMN$ 的面积 .

II卷

选择题 (本大题共3小题，每小题6分，共18分)

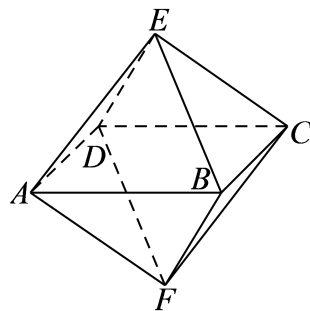
19. 已知 p, q 是简单命题，那么“ $p \wedge q$ 是真命题”是“ $\neg p$ 是真命题”的 () .
- A. 充分而不必要条件
 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件
 D. 既不充分也不必要条件
20. 设直线 $l: 3x + 4y + a = 0$ ，圆 $C(x-2)^2 + y^2 = 2$ ，若在圆 C 上存在两点 P, Q ，在直线 l 上存在一点 M ，使得 $\angle PMQ = 90^\circ$ ，则 a 的取值范围是 () .
- A. $[-18, 6]$
 B. $[6 - 5\sqrt{2}, 6 + 5\sqrt{2}]$

C. $[-16, 4]$ D. $[-6 - 5\sqrt{2}, -6 + 5\sqrt{2}]$

21. 如图，已知一个八面体的各条棱长均为1，四边形 $ABCD$ 为正方形，给出下列命题：

- ①不平行的两条棱所在的直线所成的角是 60° 或 90° ；
 ②四边形 $AECF$ 是正方形；
 ③点 A 到平面 BCE 的距离为1；
 ④平面 ADE 与平面 BCE 所成的锐二面角的余弦值为 $\frac{1}{2}$ 。

其中正确的命题有（ ）。



A. 0个

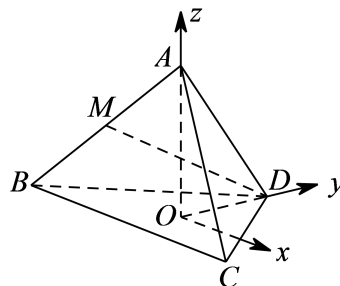
B. 1个

C. 2个

D. 3个

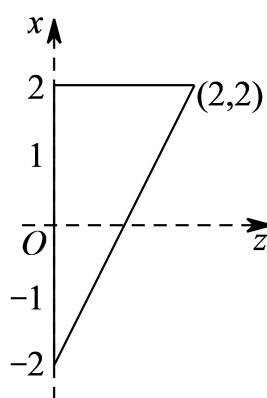
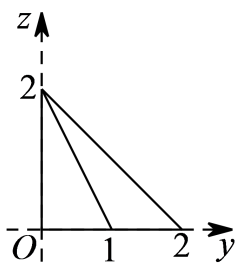
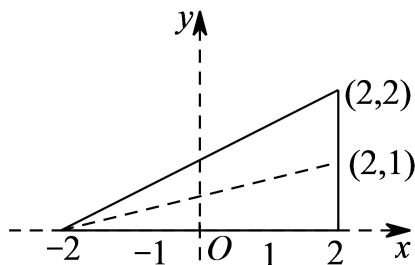
填空题（本大题共3小题，每小题6分，共18分）

22. 已知棱长为1的正四面体 $ABCD$ ， O 为 A 在底面 BCD 上的正射影，如图建立空间直角坐标系， M 为线段 AB 的中点，则 M 点坐标是 _____，直线 DM 与平面 BCD 所成角的正弦值是 _____。



23. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1 、 A_2 ，若椭圆上存在点 P ，使 $\angle A_1PA_2 = 120^\circ$ ，则椭圆 C 的离心率的取值范围为 _____。

24. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，四面体 $A-BCD$ 在 xOy ， yOz ， zOx 坐标平面上的一组正投影图像如图所示（坐标轴用细虚线表示）。该四面体的体积是 _____。



解答题（本大题共1小题，满分14分）

25. 已知一动点 $M(x, y)$ ， $(x \geq 0)$ 到点 $F\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ 的距离减去它到 y 轴距离的差都是 $\frac{1}{4}$ ．

（1）求动点的轨迹方程．

（2）设动点 M 的轨迹为 C ，已知定点 $A(2, 1)$ 、 $B(-2, 0)$ ，直线 AM 、 BM 与轨迹 C 的另一个交点分别为 M_1 、 M_2 ．

（i）点 A 能否为线段 MM_1 的中点，若能，求出直线 M_1M_2 的方程，若不能，说明理由．

（ii）求证：直线 M_1M_2 过定点．

