

2017~2018学年广东广州白云区初三上学期期末数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1 下列是一元二次方程的为（ ）.

A. $x - 2y + 1 = 0$

B. $x^2 - 2x - 3 = 0$

C. $2x + 3 = 0$

D. $x^2 + 2y - 10 = 0$

答案 B

解析

A、两个未知数，故不是一元二次方程.

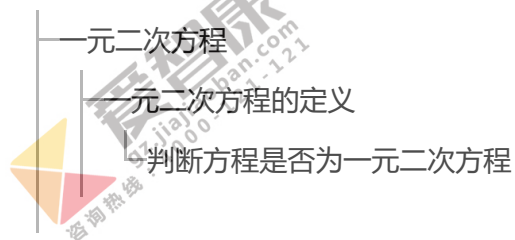
B、含有一个未知数，最高次数为2，故正确.

C、含有一个未知数，最高次数为1，为一元一次方程.

D、含有两个未知数，不是一元二次方程.

考点

一方程与不等式



2 点A(3, -1)关于原点对称的点的坐标为（ ）.

A. (3, 1)

B. (-3, -1)

C. (-3, 1)

D. (1, -3)

答案 C

解析 根据“关于原点对称的点，横坐标和纵坐标都互为相反数”，
可知：点 $A(3, -1)$ 关于原点对称点的坐标为 $(-3, 1)$ 。

考点 一几何变换

图形的旋转

关于原点对称的点的坐标

3 将方程 $x^2 - 2x = 2$ 配成 $(x + a)^2 = k$ 的形式，方程两边需加上（ ）。

A. 1

B. 2

C. 4

D. -1

答案 A

解析 要使方程左边配成一个完全平方式，
需要等式两边同时加上一次项系数一半的平方，即可得出答案，

$$\because x^2 - 2x = 2,$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 2 + 1,$$

$$(x - 1)^2 = 3.$$

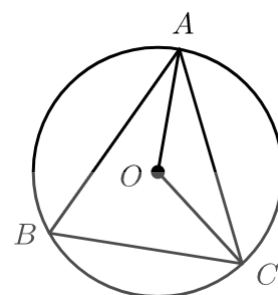
考点 一方程与不等式

一元二次方程

解一元二次方程：配方法

配方法解一元二次方程

4 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，若 $\angle ABC = 70^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数等于（ ）。



A. 140°

B. 130°

C. 120°

D. 110°

答案 A

解析 $\because \angle AOC$ 和 $\angle ABC$ 是同弧所对的圆心角和圆周角,
 $\therefore \angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$.

故选A.

考点

—圆

—圆的基础知识

—圆周角定理

5 在抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 1$ 的对称轴的左侧 ().

A. y 随 x 的增大而增大 B. y 随 x 的增大而减小 C. y 随 x 的减小而增大 D. 以上都不对

答案 A

解析

$$\because y = -\frac{1}{3}x^2 - 1,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} < 0,$$

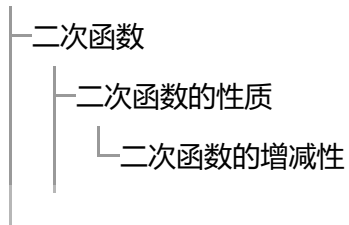
则二次函数的开口向下,

对称轴为直线 $x = 0$,

$\therefore$ 在对称轴左边, y 随 x 的增大而增大.

考点

—函数



- 6 已知 $\odot O$ 的直径为13cm，圆心 O 到直线 l 的距离为8cm，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是（ ）.
- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 相交或相切

答案 C

解析 由题意得， $\odot O$ 的半径为 $\frac{13}{2}$ cm，圆心到直线的距离为8cm，
大于圆的半径 $\frac{13}{2}$ cm，则直线与圆相离，
故A、B、D错误，C正确.

考点 一圆

- 与圆有关的位置关系
 - 直线与圆的位置关系

- 7 下列事件中，属于不可能事件的是（ ）.

- A. 某个数的绝对值小于0 B. 某个数的相反数等于它本身
- C. 某两个数的和小于0 D. 某两个负数的积大于0

答案 A

解析 A、由绝对值的非负性可知，故为不可能事件.

B、0的相反数是它本身，故不是不可能事件.

C、两个负数的和为负数，故不是不可能事件.

D、同号相乘，积大于0，故不是不可能事件.

考点 一统计与概率

概率

可能性的大小

不可能事件

8 下列命题中真命题是 () .

A. 各边相等的多边形是正多边形

B. 正七边形既是轴对称图形, 又是中心对称图形

C. 各角相等的多边形是正多边形

D. 正八边形既是轴对称图形, 又是中心对称图形

答案 D

解析

A、各边相等, 各角也相等的多边形叫正多边形, 故错误.

B、正七边形为轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故错误.

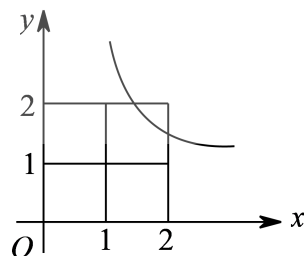
C、各角相等且各边也相等的多边形叫正多边形, 故错误.

D、偶数边的正多边形既是轴对称图形, 又是中心对称图形.

考点 一命题与证明

命题与定理

9 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象如图所示, 则 k 的值可能是 () .



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

答案 C

解析 由反比例函数 k 的几何意义可知

$$2 < k < 4,$$

 $\therefore k$ 可能值为3.

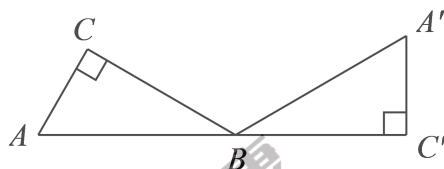
故选C.

考点 一函数

反比例函数

待定系数法求反比例函数解析式

- 10 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 顺时针旋转至 $\triangle A'BC'$ 的位置, 且 A 、 B 、 C' 三点在同一条直线上, 则点 C 经过的最短路线的长度是 () .



A. 12cm

B. $\frac{5\pi}{2}\text{cm}$ C. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{2}\text{cm}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

答案 C

解析 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 6$,

$$\therefore BC = AB \cdot \cos \angle ABC = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CBC' = 150^\circ,$$

$$\therefore \text{点} C \text{ 经过的路线长度是 } \frac{150^\circ \times \pi \times 3\sqrt{3}}{180^\circ} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{2}\text{cm}.$$

考点 一圆

与圆有关的计算

弧长的计算

滚动问题

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

11 若 $x = 1$ 是一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根，则 $m =$ _____.

答案

2

解析

$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根为1,

$\therefore x = 1$ 满足方程 $x^2 - 3x + m = 0$,

$\therefore 1 - 3 + m = 0$,

解得 $m = 2$.

考点

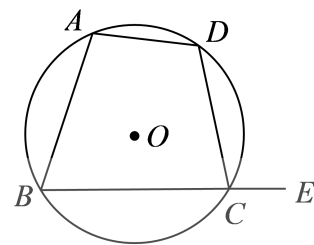
一方程与不等式

一元二次方程

一元二次方程的解

利用根的定义，求参数的值

12 如图， A 、 B 、 C 、 D 均在 $\odot O$ 上， E 为 BC 延长线上的一点，若 $\angle A = 102^\circ$ ，则 $\angle DCE =$ _____.



答案 102°

解析 由题意可知: $\angle BAD + \angle DCB = 180^\circ$,

又 $\angle DCB + \angle DCE = 180^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle DCE = 102^\circ$.

考点

—圆

—圆与四边形

—圆内接四边形

- 13 在一个不透明的盒子中装有2个白球, n 个黄球, 它们除颜色不同外, 其余均相同, 若从中随机摸出一个球, 它是白球的概率为 $\frac{2}{3}$, 则 $n =$ _____.

答案 1

解析 $\because$ 盒子中装有2个白球, n 个黄球, 摸出白球概率为 $\frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{2}{n+2} = \frac{2}{3},$$

$\therefore n = 1$.

考点 —统计与概率

—概率

—概率公式

14 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$, 其根的判别式为 _____ .

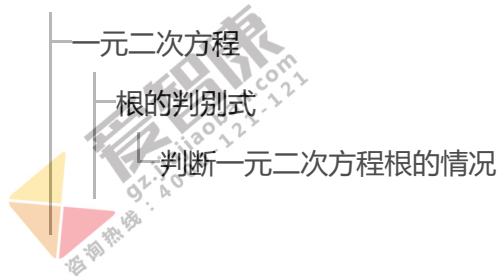
答案 $\Delta = 9 - 4m$

解析 一元二次方程根的判别式为 $\Delta = b^2 - 4ac$,

$\because$ 方程为 $x^2 - 3x + m = 0$,

$\therefore \Delta = 9 - 4m$.

考点 一方程与不等式



15 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 2\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径为 _____ cm .

答案 2

解析 由题意知, 连接 AO , BO ,

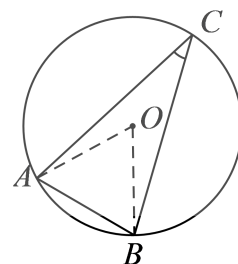
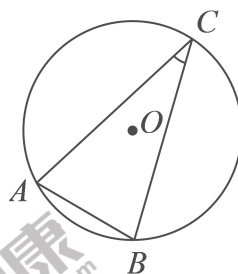
$\because \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

又 $\because OA = OB$,

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形,

$\therefore AO = BO = AB = 2\text{cm}$,



∴⊙O的半径为2cm.

考点 一圆

圆的基础知识

圆周角定理

圆周角定理

- 16 把一根长30cm的铁丝分为两部分，每一部分均弯曲成一个正三角形，它们的面积和的最小值是 _____ cm^2 .

答案

$$\frac{25\sqrt{3}}{2}$$

解析

设第一个等边三角形边长为 $x\text{cm}$,

则第二个等边三角形的边长为 $(10-x)\text{cm}$,

设两个三角形的面积和为 y ,

$$\text{由题意得: } y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}(10-x)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 5\sqrt{3}x + 25\sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(x-5)^2 + \frac{25\sqrt{3}}{2},$$

$$\because \frac{\sqrt{3}}{2} > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x=5 \text{ 时, } y \text{ 取最小值, 最小值为 } \frac{25\sqrt{3}}{2}.$$

考点 一函数

二次函数

二次函数的应用

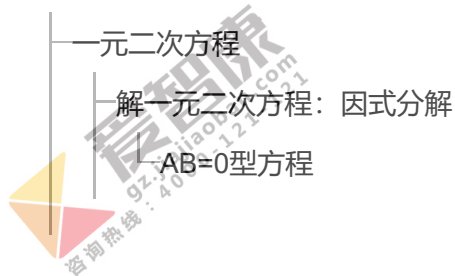
三、解答题 (本大题共10小题, 共102分)

17 解方程: $x^2 - 3x = 0$.

答案 $x_1 = 0, x_2 = 3$.

解析 $x^2 - 3x = 0$,
 $x(x - 3) = 0$,
 $\therefore x_1 = 0, x_2 = 3$.

考点 一方程与不等式

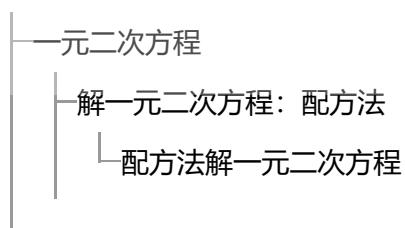


18 解方程: $x^2 - 6x - 9 = 0$.

答案 $x_1 = 3 + 3\sqrt{2}, x_2 = 3 - 3\sqrt{2}$.

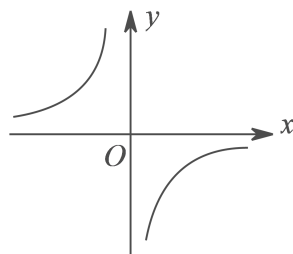
解析 $x^2 - 6x - 9 = 0$,
 $x^2 - 6x + 9 = 18$,
 $(x - 3)^2 = 18$,
 $x - 3 = \pm 3\sqrt{2}$,
 $\therefore x_1 = 3 + 3\sqrt{2}$,
 $x_2 = 3 - 3\sqrt{2}$.

考点 一方程与不等式



19

反比例函数 $y = \frac{2m-3}{x}$ 的图象如图所示.



(1) m 的取值范围是 _____.

(2) 若 $A(-2, a)$, $B(-3, b)$ 是该函数图象上的两点, 试说明 a 与 b 的大小关系.

答案

(1) $m < \frac{3}{2}$

(2) $b < a$.

解析

(1) $\because$ 反比例函数图象在二、四象限,

$$\therefore 2m - 3 < 0,$$

$$2m < 3,$$

$$\text{解得 } m < \frac{3}{2}.$$

(2) 由题意可知, 反比例函数图象在各象限内,

y 随 x 的增大而增大,

$$\because A(-2, a), B(-3, b),$$

$$\text{又 } -3 < -2,$$

$$\therefore b < a.$$

考点

—函数

—反比例函数

—反比例函数的基础

└ 根据反比例函数定义求参数值

—反比例函数的性质

└ 反比例函数每个分支的增减性

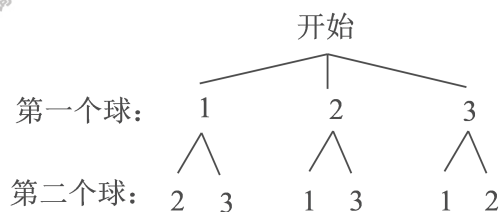
20 一个不透明的袋子中装有3个标号分别为1、2、3的完全相同的小球，随机地摸出一个小球不放回，再随机地摸出一个小球.

- (1) 采用树状图或列表法列出两次摸出小球出现的所有可能结果.
- (2) 求摸出的两个小球号码之和等于4的概率.

答案 (1) 摸出两球出现的所有可能结果共有6种.

(2) $\frac{1}{3}$.

解析 (1) 根据题意，可以画出如下的树状图：



由图可知，摸出两球出现的所有可能结果共有6种.

- (2) 设两个球号码之和等于4为事件A，
摸出的两个球号码之和等于4的结果有2种，

它们是：(1, 3)，(3, 1)，

$$\therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

考点 统计与概率

概率

概率公式

列表法与树状图法

树形图

21 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 1$.

- (1) 该抛物线的对称轴为 _____.
- (2) 用配方法, 求出该抛物线的顶点坐标.
- (3) 把该抛物线向左平移1个单位长度, 求平移后所得函数的解析式.

答案

- (1) $x = 2$
- (2) $(2, -3)$.
- (3) $y = x^2 - 2x - 2$.

解析

- (1) $\because$ 二次函数为 $y = x^2 - 4x + 1$,
 $\therefore y = (x - 2)^2 - 3$,
 $\therefore$ 对称轴为直线 $x = 2$.
- (2) $\because$ 二次函数为 $y = x^2 - 4x + 1$,
 $\therefore y = (x - 2)^2 - 3$,
 $\therefore$ 二次函数顶点为 $(2, -3)$.
- (3) 由 (2) 知抛物线为 $y = (x - 2)^2 - 3$,
顶点为 $(2, -3)$,
平移后顶点坐标为 $(1, -3)$,
 $\therefore$ 平移后抛物线解析式为 $y = (x - 1)^2 - 3$,
即 $y = x^2 - 2x - 2$.

考点

—函数

—二次函数

—二次函数的性质

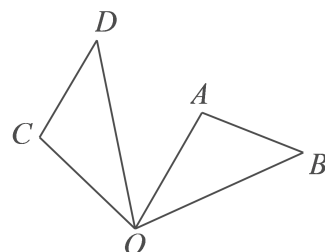
—二次函数对称轴

—二次函数顶点

—二次函数图象与几何变换

—二次函数平移变换

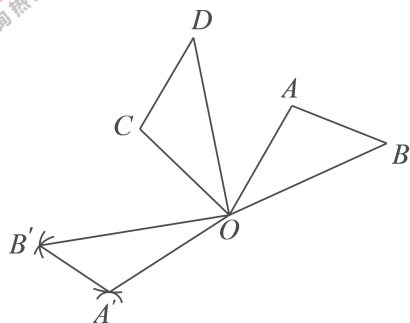
22 如图, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 80° 得到 $\triangle OCD$, 点 A 与点 C 是对应点.



- (1) 画出 $\triangle OAB$ 关于点 O 对称的图形. (保留画图痕迹, 不写画法)
- (2) 若 $\angle A = 110^\circ$, $\angle D = 40^\circ$, 求 $\angle AOD$ 的度数.

答案

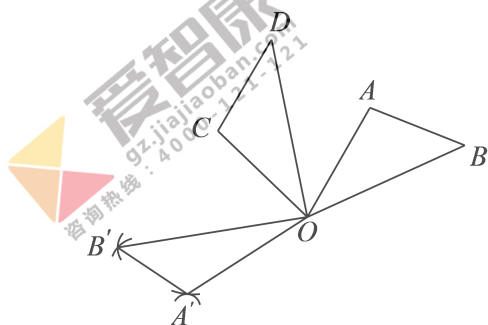
- (1) 如图所示: $\triangle OA'B'$ 即为所求.



- (2) $\angle AOD = 50^\circ$.

解析

- (1) 如图所示: $\triangle OA'B'$ 即为所求.



- (2) $\because \triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 80° 得到 $\triangle OCD$,
 $\therefore \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$, $\angle BOA = \angle COD$, $\angle BOD = 80^\circ$,
 $\because \angle A = 110^\circ$, $\angle D = 40^\circ$,
 $\therefore \angle B = 40^\circ$,

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ.$$

考点

三角形

三角形基础

三角形内角和定理

三角形内角和定理

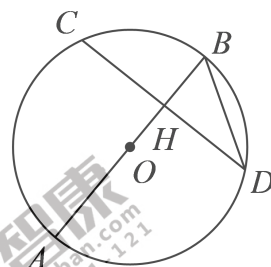
几何变换

图形的旋转

旋转的性质

作图：旋转变换

23 如图， $\odot O$ 中，弦 CD 与直线 AB 交于点 H .



(1) 当 $\angle B + \angle D = 90^\circ$ 时，求证： H 是 CD 的中点.

(2) 若 H 为 CD 的中点，且 $CD = 2\sqrt{2}$ ， $BD = \sqrt{3}$ ，求 AB 的长.

答案

(1) 证明见解析.

(2) $AB = 3$.

解析

(1) 由题可知，

$$\therefore \angle B + \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BHD = 90^\circ,$$

又 $\because AB$ 为直径, CD 为 $\odot O$ 上的弦,

$$\therefore AB \perp CD,$$

由垂径定理可得,

$$CH = DH,$$

$\therefore H$ 为 CD 中点.

(2) 由题可知,

$\therefore H$ 为 CD 中点,

$$\therefore CH = DH,$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore DH = \sqrt{2},$$

$$\text{又} \because BD = \sqrt{3},$$

$$\therefore DH^2 + BH^2 = BD^2, \text{得} BH = 1,$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ,

$$\therefore OH = r - 1, OD = r,$$

$$\text{又} \because OD^2 = OH^2 + DH^2,$$

$$\therefore r^2 = (r - 1)^2 + \sqrt{2}^2,$$

$$\text{解得} r = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AB = 2r = 3.$$

考点

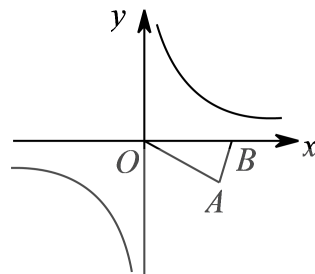
一圆

圆的基础知识

垂径定理

垂径定理

直接利用勾股定理求线段



- (1) 若 $\triangle OA'B'$ 与 $\triangle OAB$ 关于原点 O 成中心对称, 则点 A 、 B 的对称点 A' 、 B' 的坐标分别为 A' _____, B' _____.
- (2) 若将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向左平移 m 个单位, 此时点 A 恰好落在反比例函数 $y = \frac{6\sqrt{3}}{x}$ 的图象上, 求 m 的值.
- (3) 若 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 $\alpha^\circ (0 < \alpha < 90)$.
- ① 当 $\alpha = 30$ 时点 B 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 求 k 的值.
- ② 问点 A 、 B 能否同时落在①中的反比例函数的图象上, 若能, 直接写出 α 的值, 若不能, 请说明理由.

答案

(1) 1: $(-3\sqrt{3}, 3)$

2: $(-6, 0)$

(2) $m = 5\sqrt{3}$.

(3) ① $k = 9\sqrt{3}$.

② $\alpha = 60^\circ$.

解析

(1) $A'(-3\sqrt{3}, 3)$, $B'(-6, 0)$.

(2) 已知 A 点坐标为 $(3\sqrt{3}, -3)$,

平移后的坐标为 $(3\sqrt{3} - m, -3)$,

$\therefore$ 此时 A 点在 $y = \frac{6\sqrt{3}}{x}$ 上,

$$\therefore -3 = \frac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{3} - m},$$

解得 $m = 5\sqrt{3}$.

(3) ① $\because \alpha = 30^\circ$,

$\therefore$ 相应的 B 点坐标是 $(3\sqrt{3}, 3)$,

又 $\because$ 此时 B 点在 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore k = 9\sqrt{3}.$$

② 作 $B''B''' \perp x$ 轴, 于点 B''' ,

$$\therefore A(3\sqrt{3}, -3),$$

$$OA = OB = 6,$$

$\therefore$

$$\sin \angle AOB = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

,

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ,$$

当 $\angle BOA'' = 30^\circ$ 时, 则 $\angle BOB'' = 60^\circ$,

A'' 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 3)$,

B'' 的坐标为 $(3, 3\sqrt{3})$,

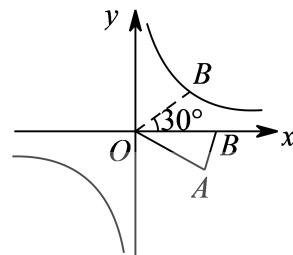
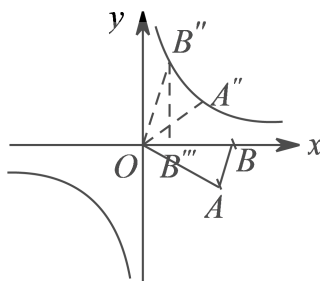
$\therefore$ 此时点 A 、 B 能同时落在①中反比例函数图象上,

同理: $\alpha = 240^\circ$,

又 $\because 0 < \alpha < 90^\circ$,

$\therefore \alpha = 240^\circ$ 不符合题意,

$\therefore \alpha = 60^\circ$.



考点

函数

反比例函数

反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数与几何

反比例函数与直角三角形

反比例函数综合题

几何变换

图形的平移

点的平移

图形的旋转

旋转的性质

关于原点对称的点的坐标

25 已知二次函数 $y = x^2 + (a - 5)x + 5$.

(1) 该抛物线与 y 轴交点的坐标为 _____.

(2) 当 $a = -1$ 时, 求该抛物线与 x 轴的交点坐标.

(3) 已知两点 $A(2, 0)$, $B(3, 0)$, 抛物线 $y = x^2 + (a - 5)x + 5$ 与线段 AB 恰有一个交点, 求 a 的取值范围.

答案

(1) $(0, 5)$

(2) $(1, 0)$, $(5, 0)$.

(3) $\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$ 或 $a = 5 - 2\sqrt{5}$.

解析

(1) 二次函数为 $y = x^2 + (a - 5)x + 5$,

当 $x = 0$ 时, $y = 5$,

$\therefore$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 5)$.

(2) 当 $a = -1$ 时, 抛物线为 $y = x^2 - 6x + 5$,

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $x^2 - 6x + 5 = 0$,

$(x - 5)(x - 1) = 0$,

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 5$,

即与 x 轴的交点为 $(1, 0)$, $(5, 0)$.

(3) $\therefore$ 抛物线与 x 轴有公共点,

$\therefore$ 对于方程 $x^2 + (a - 5)x + 5 = 0$,

判别式 $\Delta = (a - 5)^2 - 20 \geq 0$,

$\therefore a \geq 5 + 2\sqrt{5}$ 或 $a \leq 5 - 2\sqrt{5}$.

① 当 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 或 $a = 5 - 2\sqrt{5}$ 时,

由方程 $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ 或 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$,

解得 $x = -\sqrt{5}$ 或 $x = \sqrt{5}$,

又 $\because 2 < \sqrt{5} < 3$,

$\therefore$ 当 $a = 5 - 2\sqrt{5}$ 时, 符合题意.

②当 $a > 5 + 2\sqrt{5}$ 或 $a < 5 - 2\sqrt{5}$ 时,

当 $x = 2$ 时, 函数值为 $(2a - 1)$,

当 $x = 3$ 时, 函数值为 $(3a - 1)$,

又 $\because$ 抛物线 $y = x^2 + (a - 5)x + 5$ 与线段 AB 恰有一个交点,

$\therefore (2a - 1)(3a - 1) < 0$,

$\therefore \frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$,

综上所述, $\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$ 或 $a = 5 - 2\sqrt{5}$.

考点

—函数

—二次函数

—抛物线与坐标轴的交点

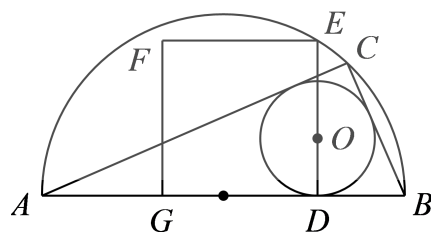
└二次函数图象与y轴交点

└二次函数图象与x轴交点

—二次函数与方程不等式综合

└二次函数与一元二次方程的关系

26 如图, AB 为半圆的直径, C 是半圆弧上一点, 正方形 $DEFG$ 的一边 DG 在直径 AB 上, 另一边 DE 过 $\triangle ABC$ 的内切圆圆心 O , 且点 E 在半圆上.



(1) 当正方形的顶点 F 也在半圆弧上时, 半圆的半径与正方形边长的比为 _____.

- (2) 当正方形 $DEFG$ 的面积为 100, 且 $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 的半径 $r = 4$, 求半圆的直径 AB 的值.
- (3) 若半圆的半径为 R , 直接写出 $\odot O$ 半径 r 可取得的最大值.

答案

- (1) $\sqrt{5}a : 2a = \sqrt{5} : 2$
- (2) $AB = 21$.
- (3) $r = (\sqrt{2} - 1)R$.

解析

- (1) 如图:

根据图和正方形的对称性可知,

$$GH = \frac{1}{2}DG = \frac{1}{2}GF,$$

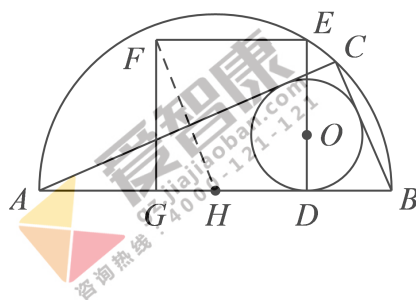
设 $GH = a$, 则 $GF = 2a$,

在 $\text{Rt}\triangle FGH$ 中, $FH^2 = GH^2 + FG^2$,

可得 $HF = \sqrt{5}a$,

$\therefore$ 半圆的半径为 $\sqrt{5}a$, 正方形边长为 $2a$,

圆半径与正方形边长比是 $\sqrt{5}a : 2a = \sqrt{5} : 2$.



- (2) 如图, 过点 O 作 $OJ \perp AC$, $OI \perp BC$,

可得 $OICJ$ 是正方形, 且边长为 4,

设 $BD = x$, $AD = y$, 则 $BD = BI = x$,

$AD = AJ = y$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 = (x+y)^2,$$

$$\therefore 8(x+y) + 32 = 2xy \text{ ①},$$

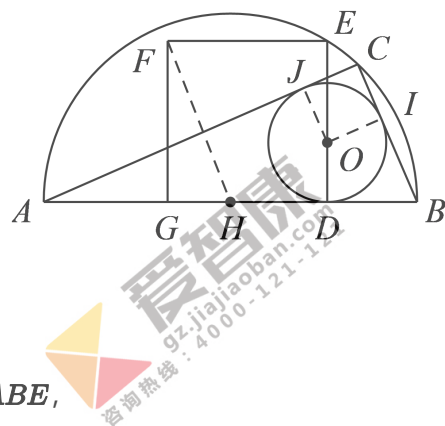
在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 易证 $\triangle ADE \sim \triangle EBD \sim \triangle ABE$,

$$\therefore ED^2 = AD \cdot BD,$$

$$\therefore 100 = xy \text{ ②},$$

②代入①中得 $x + y = 21$,

$$\therefore AB = 21.$$



- (3) 由题意得, 设 $BD = x$, $AD = y$, $DE = a$,

$$\text{由 (2) 得: } (x+r)^2 + (y+r)^2 = (x+y)^2,$$

$$x + y = 2R, \quad xy = a^2,$$

$$\text{化简得: } r(x + y) + r^2 = xy,$$

$$\therefore r^2 + 2Rr - a^2 = 0,$$

$$r = \frac{-2R \pm \sqrt{4R^2 + 4a^2}}{2} = -R \pm \sqrt{R^2 + a^2},$$

$\therefore$ 当 a 取最大时, r 为最大,

$\therefore$ 当 $a = R$ 时, $r = (\sqrt{2} - 1)R$.

考点

三角形

直角三角形

勾股定理

四边形

正方形

正方形的性质

正方形的轴对称性

圆

圆的基础知识

圆的对称性

轴对称型

圆周角定理

直径所对圆周角是直角

圆与三角形

三角形的内切圆与内心

圆中的相似三角形

