

选择题 (本大题共12小题, 每小题5分, 共60分)

1. 设集合 $A = \{x|x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x|2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $(-3, -\frac{3}{2})$ B. $(-3, \frac{3}{2})$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, 3)$

2. 设 $(1+i)x = 1+yi$, 其中 x, y 是实数, 则 $|x+yi| = ()$.

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前9项的和为27, $a_{10} = 8$, 则 $a_{100} = ()$.

- A. 100 B. 99 C. 98 D. 97

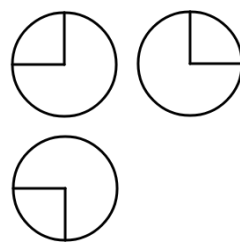
4. 某公司的班车在7:00, 8:00, 8:30发车, 小明在7:50至8:30之间到达发车站乘坐班车, 且到达发车站的时刻是随机的, 则他等车时间不超过10分钟的概率是 $()$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 已知方程 $\frac{x^2}{m^2+n} - \frac{y^2}{3m^2-n} = 1$ 表示双曲线, 且该双曲线两焦点间的距离为4, 则 n 的取值范围是 $()$.

- A. $(-1, 3)$ B. $(-1, \sqrt{3})$ C. $(0, 3)$ D. $(0, \sqrt{3})$

6. 如图, 某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互垂直的半径. 若该几何体的体积是 $\frac{28\pi}{3}$, 则它的表面积是 $()$.



- A. 17π B. 18π C. 20π D. 28π

7. 函数 $y = 2x^2 - e^{|x|}$ 在 $[-2, 2]$ 的图像大致为 $()$.

- A. B. C. D.

8. 若 $a > b > 1$, $0 < c < 1$, 则 $()$.

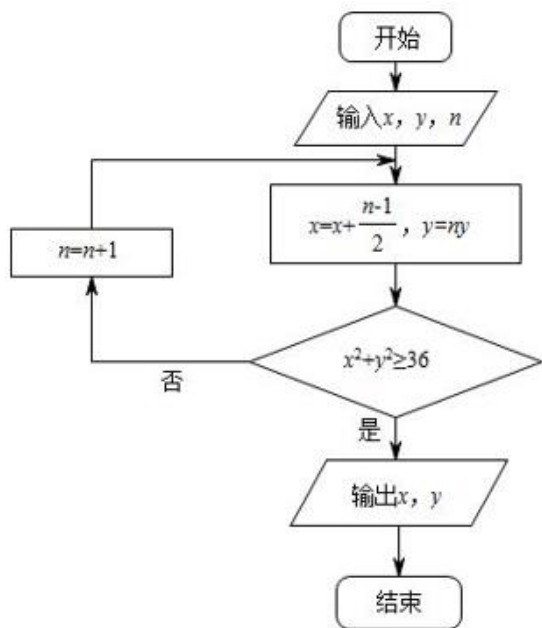
A. $a^c < b^c$

B. $ab^c < ba^c$

C. $a\log_b c < b\log_a c$

D. $\log_a c < \log_b c$

9. 执行右面的程序图, 如果输入的 $x = 0$, $y = 1, n = 1$ 则输出 x, y 的值满足 () .



A. $y = 2x$

B. $y = 3x$

C. $y = 4x$

D. $y = 5x$

10. 以抛物线 C 的顶点为圆心的圆交 C 于 A, B 两点, 交 C 的准线于 D, E 两点. 已知 $|AB| = 4\sqrt{2}$, $|DE| = 2\sqrt{5}$, 则 C 的焦点到准线的距离为 () .

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

11. 平面 α 过正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A , 平面 $\alpha \parallel CB_1D_1$, 平面 $\alpha \cap$ 平面 $ABCD = m$, $\alpha \cap$ 平面 $ABB_1A_1 = n$, 则 m, n 所成角的正弦值为 () .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$), $x = -\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{4}$ 为 $y = f(x)$ 图象的对称轴, 且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{36})$ 单调, 则 ω 的最大值为 () .

A. 11

B. 9

C. 7

D. 5

填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 设向量 $\vec{a} = (m, 1)$, $\vec{b} = (1, 2)$, 且 $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$, 则 $m =$ _____.

14. $(2x + \sqrt{x})^5$ 的展开式中, x^3 的系数是_____. (用数字填写答案)

15. 设等比数列满足 $a_1 + a_3 = 10$, $a_2 + a_4 = 5$, 则 $a_1 a_2 \dots a_n$ 的最大值为_____.

16. 某高科技企业生产产品A和产品B,需要甲、乙两种新型材料.生产一件产品A需要甲材料1.5kg,乙材料1kg,用5个工时;生产一件产品B需要甲材料0.5kg,乙材料0.3kg,用3个工时,生产一件产品A的利润为2100元,生产一件产品B的利润为900元.该企业现有甲材料150kg,乙材料90kg,则在不超过600个工时的条件下,生产产品A、产品B的利润之和的最大值为 _____ 元.

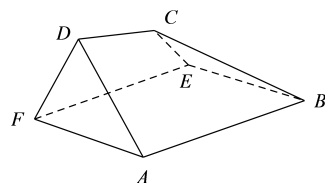
解答题 (本大题共5小题, 共60分)

17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2\cos C(a\cos B + b\cos A) = c$.

(1) 求 C .

(2) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

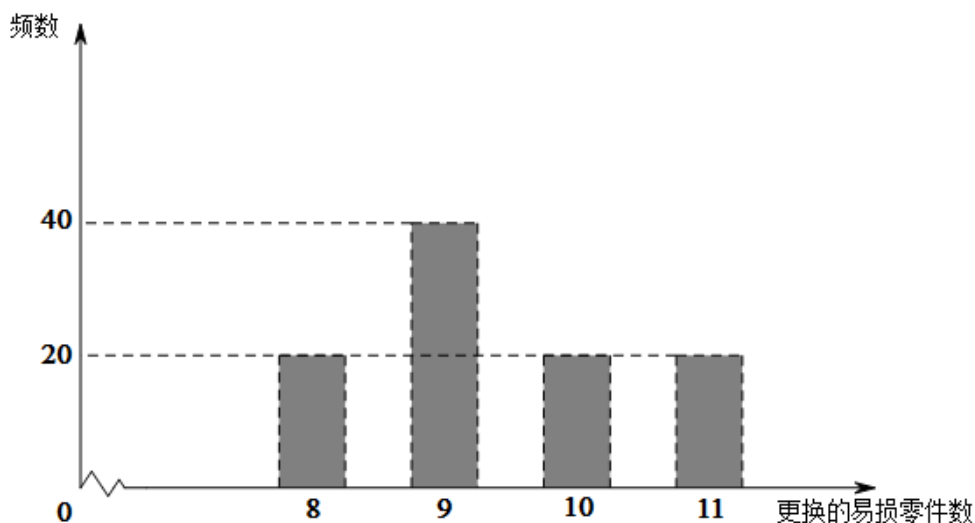
18. 如图, 在已 A, B, C, D, E, F 为顶点的五面体中, 面 $ABEF$ 为正方形, $AF = 2FD$, $\angle AFD = 90^\circ$, 且二面角 $D - AF - E$ 与二面角 $C - BE - F$ 都是 60° .



(1) 证明平面 $ABEF \perp$ 平面 $EFDC$.

(2) 求二面角 $E - BC - A$ 的余弦值.

19. 某公司计划购买2台机器, 该种机器使用三年后即被淘汰, 机器有一易损零件, 在购进机器时, 可以额外购买这种零件作为备件, 每个200元.在机器使用期间, 如果备件不足再购买, 则每个500元.现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件, 为此搜集并整理了100台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数, 得下面柱状图:



以这100台机器更换的易损零件数的频率代替1台机器更换的易损零件数发生的概率, 记 X 表示2台机器三年内共需更换的易损零件数, n 表示购买2台机器的同时购买的易损零件数.

- (1) 求 X 的分布列;
- (2) 要求 $P(X \leq n) \geq 0.5$, 确定 n 的最小值;
- (3) 以购买易损零件所需费用的期望值为决策依据, 在 $n = 19$ 与 $n = 20$ 之中选其一, 应选用哪个?

20. $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 的圆心为 A , 直线 l 过点 $B(1, 0)$ 且与 x 轴不重合, l 交圆 A 于 C, D 两点, 过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E .

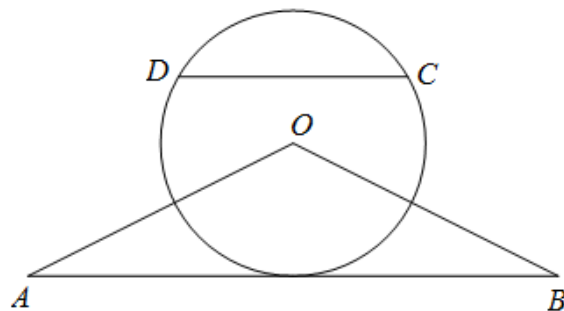
- (1) 证明 $|EA| + |EB|$ 为定值, 并写出点 E 的轨迹方程;
- (2) 设点 E 的轨迹为曲线 C_1 , 直线 l 交 C_1 于 M, N 两点, 过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P, Q 两点, 求四边形 $MPNQ$ 面积的取值范围.

21. 已知函数 $f(x) = (x - 2)e^x + a(x - 1)^2$ 有两个零点.

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 证明: $x_1 + x_2 < 2$.

选做题(本大题共3小题, 选做1题, 共10分)

22. 如图, $\triangle OAB$ 是等腰三角形, $\angle AOB = 120^\circ$, 以 $\odot O$ 为圆心, $\frac{1}{2}OA$ 为半径作圆.



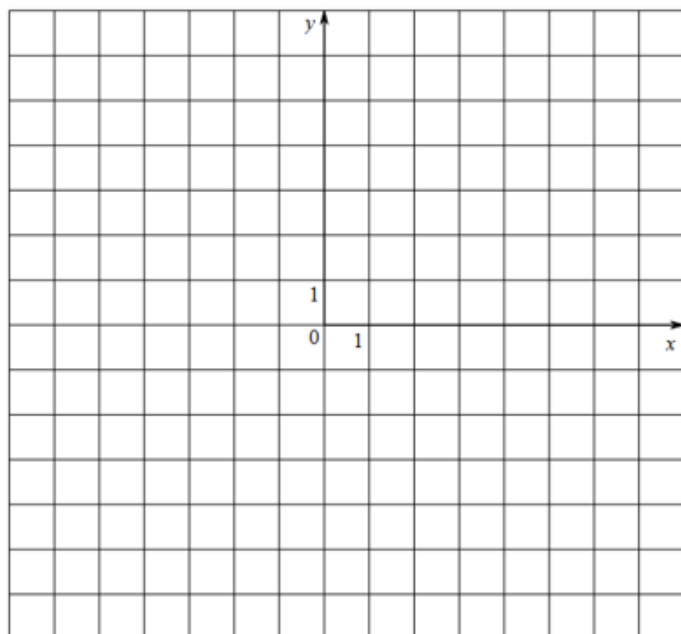
- (1) 证明: 直线 AB 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且 A, B, C, D 四点共圆, 证明: $AB \parallel CD$.

23. 在直线坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = 1 + a \sin t, \end{cases}$ (t 为参数, $a > 0$). 在以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho = 4 \cos \theta$.

- (1) 说明 C_1 是哪种曲线, 并将 C_1 的方程化为极坐标方程;
- (2) 直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta = a_0$, 其中 a_0 满足 $\tan a_0 = 2$, 若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上, 求 a .

24. 已知函数 $f(x) = |x + 1| - |2x - 3|$.

- (1) 在答题卡第(24)题图中画出 $y = f(x)$ 的图像;



(2) 求不等式 $|f(x)| > 1$ 的解集.

