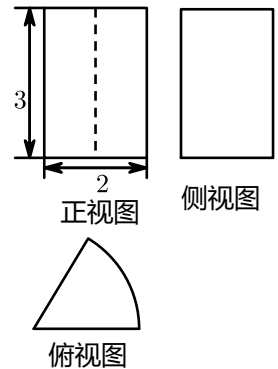


选择题 (每小题5分, 共40分)

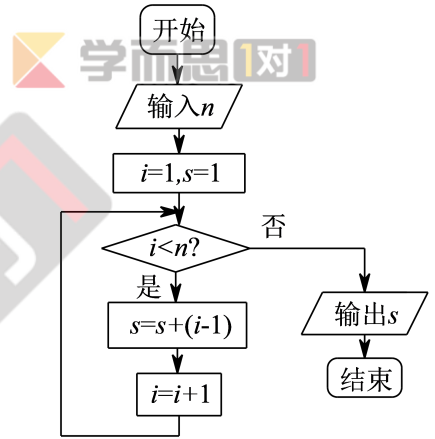
1. 已知函数  $y = \lg x$  的定义域为  $A$ ,  $B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ , 则  $A \cap B = ( )$ .
- A.  $(0, +\infty)$                       B.  $[0, 1]$                       C.  $[0, 1)$                       D.  $(0, 1]$
2. 设  $i$  为虚数单位, 若复数  $z = (m^2 + 2m - 3) + (m - 1)i$  是纯虚数, 则实数  $m = ( )$ .
- A.  $-3$                                   B.  $-3$  或  $1$                       C.  $3$  或  $-1$                       D.  $1$
3. 设函数  $y = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x$  的最小正周期为  $T$ , 最大值为  $A$ , 则  $( )$ .
- A.  $T = \pi, A = \sqrt{2}$                       B.  $T = \pi, A = 2$                       C.  $T = 2\pi, A = \sqrt{2}$                       D.  $T = 2\pi, A = 2$

4. 某由圆柱切割获得的几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是中心角为  $60^\circ$  的扇形, 则该几何体的体积为  $( )$ .



- A.  $\frac{\pi}{3}$                                   B.  $\frac{2\pi}{3}$                                   C.  $\pi$                                   D.  $2\pi$
5. 给定命题  $p$ : 若  $x^2 \geq 0$ , 则  $x \geq 0$ ; 命题  $q$ : 已知非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 则 " $\vec{a} \perp \vec{b}$ " 是 " $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ " 的充要条件. 则下列各命题中, 假命题的是  $( )$ .
- A.  $p \vee q$                                   B.  $(\neg p) \vee q$                                   C.  $(\neg p) \wedge q$                                   D.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$
6. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases}$ . 若  $f(-a) + f(a) \leq 2f(1)$ , 则  $a$  的取值范围是  $( )$ .
- A.  $[-1, 0)$                                   B.  $[0, 1]$                                   C.  $[-1, 1]$                                   D.  $[-2, 2]$

7. 执行如图所示的程序框图, 若输入  $n$  的值为  $22$ , 则输出的  $s$  的值为  $( )$ .



- A. 232                                      B. 211                                      C. 210                                      D. 191

8. 将 $n^2$ 个正整数 $1, 2, 3, \dots, n^2 (n \geq 2)$ 任意排成 $n$ 行 $n$ 列的数表. 对于某一个数表, 计算某行或某列中的任意两个数 $a, b (a > b)$ 的比值 $\frac{a}{b}$ , 称这些比值中的最小值为这个数表的“特征值”. 当 $n = 2$ 时, 数表的所有可能的“特征值”的最大值为 ( ).

- A.  $\frac{4}{3}$                                       B.  $\frac{3}{2}$                                       C. 2                                      D. 3

**填空题: 9-13题为必做题, 14-15选做一题, 共30分**

9. 一个总体分为甲、乙两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为20的样本. 已知乙层中每个个体被抽到的概率都为 $\frac{1}{9}$ , 则总体中的个体数为 \_\_\_\_\_ .

10. 不等式 $x + 3 > |2x - 1|$ 的解集为 \_\_\_\_\_ .

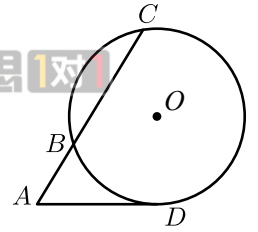
11. 若 $(x - 1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ , 则 $a_0 + a_2 + a_4$ 的值为 \_\_\_\_\_ .

12. 设 $F_1, F_2$ 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{24} = 1$ 的两个焦点,  $P$ 是双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的一个公共点, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 \_\_\_\_\_ .

13. 如果实数 $x, y$ 满足  $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$ , 若直线 $x + ky - 1 = 0$ 将可行域分成面积相等的两部分, 则实数 $k$ 的值为 \_\_\_\_\_ .

14. 在极坐标系中, 设曲线 $C_1: \rho \cos \theta = 1$ 与 $C_2: \rho = 4 \cos \theta$ 的交点分别为 $A, B$ , 则 $|AB| =$  \_\_\_\_\_ .

15. 如图, 从圆 $O$ 外一点 $A$ 引圆的切线 $AD$ 和割线 $ABC$ , 已知 $AD = 3, AC = 3\sqrt{3}$ , 圆 $O$ 的半径为 $\sqrt{5}$ , 则圆心 $O$ 到 $AC$ 的距离为 \_\_\_\_\_ .



解答题 (共6题, 共80分)

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边分别为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 且 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}b$ ,  $B = C$ .

(1) 求 $\cos B$ 的值.

(2) 设函数 $f(x) = \sin(2x + B)$ , 求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

17. 佛山某中学高三(1)班排球队和篮球队各有10名同学, 现测得排球队10人的身高(单位: cm)分别是: 162、170、171、182、163、158、179、168、183、168, 篮球队10人的身高(单位: cm)分别是: 170、159、162、173、181、165、176、168、178、179.

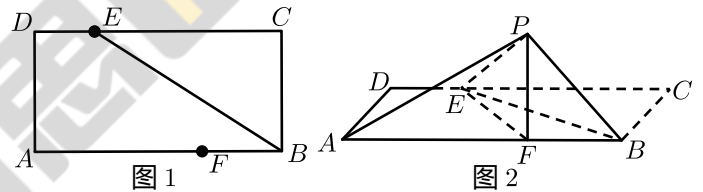


排球队	篮球队

(1) 请把两队身高数据记录在如图所示的茎叶图中, 并指出哪个队的身高数据方差较小(无需计算).

(2) 利用简单随机抽样的方法, 分别在两支足球队身高超过170cm的队员中各抽取一人做代表, 设抽取的两人中身高超过178cm的人数为 $X$ , 求 $X$ 的分布列和数学期望.

18. 如图1, 矩形 $ABCD$ 中,  $AB = 12$ ,  $AD = 6$ ,  $E$ 、 $F$ 分别为 $CD$ 、 $AB$ 边上的点, 且 $DE = 3$ ,  $BF = 4$ , 将 $\triangle BCE$ 沿 $BE$ 折起至 $\triangle PBE$ 位置(如图2所示), 连结 $AP$ 、 $EF$ 、 $PF$ , 其中 $PF = 2\sqrt{5}$ .

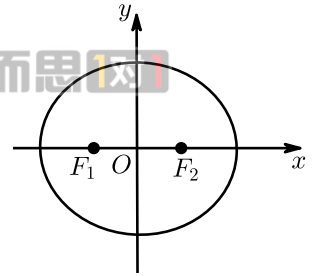


(1) 求证:  $PF \perp$  平面 $ABED$ .

(2) 求直线 $AP$ 与平面 $PEF$ 所成角的正弦值.

19. 如图所示, 已知椭圆 $C$ 的两个焦点分别为 $F_1(-1, 0)$ 、 $F_2(1, 0)$ , 且 $F_2$ 到直线 $x - \sqrt{3}y - 9 = 0$ 的距离等于椭圆的短轴长.





(1) 求椭圆 $C$ 的方程.

(2) 若圆 $P$ 的圆心为 $P(0, t)$  ( $t > 0$ ), 且经过 $F_1, F_2$ ,  $Q$ 是椭圆 $C$ 上的动点且在圆 $P$ 外, 过 $Q$ 作圆 $P$ 的切线, 切点为 $M$ , 当 $|QM|$ 的最大值为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时, 求 $t$ 的值.

20. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的每一项都是正数,  $a_1 = 8, b_1 = 16$ , 且 $a_n, b_n, a_{n+1}$ 成等差数列,  $b_n, a_{n+1}, b_{n+1}$ 成等比数列,  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

(1) 求 $a_2, b_2$ 的值.

(2) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式.

(3) 证明: 对一切正整数 $n$ , 有 $\frac{1}{a_1 - 1} + \frac{1}{a_2 - 1} + \dots + \frac{1}{a_n - 1} < \frac{2}{7}$ .

21. 已知函数 $f(x) = x|x + a| - \frac{1}{2}\ln x$ .

(1) 若 $a = 1$ , 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.

(2) 求函数 $f(x)$ 的极值点.

(3) 若 $f(x) > 0$ 恒成立, 求 $a$ 的取值范围.

