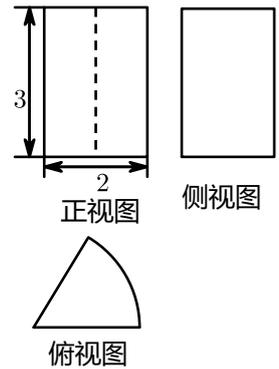


选择题 (每小题5分, 共40分)

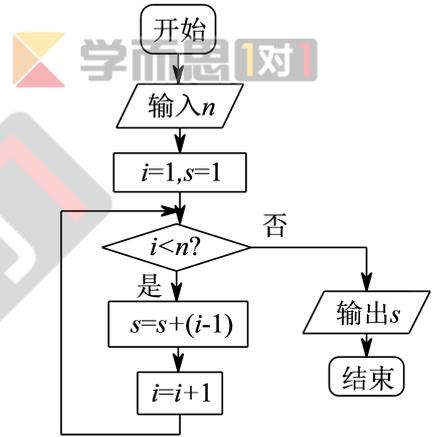
1. 已知函数 $y = \lg x$ 的定义域为 A , $B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, 则 $A \cap B = ()$.
- A. $(0, +\infty)$ B. $[0, 1]$ C. $[0, 1)$ D. $(0, 1]$
2. 设 i 为虚数单位, 若复数 $z = (m^2 + 2m - 3) + (m - 1)i$ 是纯虚数, 则实数 $m = ()$.
- A. -3 B. -3 或 1 C. 3 或 -1 D. 1
3. 设函数 $y = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x$ 的最小正周期为 T , 最大值为 A , 则 $()$.
- A. $T = \pi, A = \sqrt{2}$ B. $T = \pi, A = 2$ C. $T = 2\pi, A = \sqrt{2}$ D. $T = 2\pi, A = 2$

4. 某由圆柱切割获得的几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是中心角为 60° 的扇形, 则该几何体的体积为 $()$.



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. 2π
5. 给定命题 p : 若 $x^2 \geq 0$, 则 $x \geq 0$; 命题 q : 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 则 " $\vec{a} \perp \vec{b}$ " 是 " $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ " 的充要条件. 则下列各命题中, 假命题的是 $()$.
- A. $p \vee q$ B. $(\neg p) \vee q$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases}$. 若 $f(-a) + f(a) \leq 2f(1)$, 则 a 的取值范围是 $()$.
- A. $[-1, 0)$ B. $[0, 1]$ C. $[-1, 1]$ D. $[-2, 2]$

7. 执行如图所示的程序框图, 若输入 n 的值为 22 , 则输出的 s 的值为 $()$.



- A. 232 B. 211 C. 210 D. 191

8. 将 n^2 个正整数 $1, 2, 3, \dots, n^2 (n \geq 2)$ 任意排成 n 行 n 列的数表. 对于某一个数表, 计算某行或某列中的任意两个数 $a, b (a > b)$ 的比值 $\frac{a}{b}$, 称这些比值中的最小值为这个数表的“特征值”. 当 $n = 2$ 时, 数表的所有可能的“特征值”的最大值为

- ().
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

填空题: 9-13题为必做题, 14-15选做一题, 共30分

9. 一个总体分为甲、乙两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为20的样本. 已知乙层中每个个体被抽到的概率都为 $\frac{1}{9}$, 则总体中的个体数为 _____ .

10. 不等式 $x + 3 > |2x - 1|$ 的解集为 _____ .

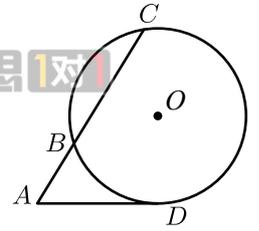
11. 若 $(x - 1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $a_0 + a_2 + a_4$ 的值为 _____ .

12. 设 F_1, F_2 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{24} = 1$ 的两个焦点, P 是双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的一个公共点, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 _____ .

13. 如果实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$, 若直线 $x + ky - 1 = 0$ 将可行域分成面积相等的两部分, 则实数 k 的值为 _____ .

14. 在极坐标系中, 设曲线 $C_1: \rho \cos \theta = 1$ 与 $C_2: \rho = 4 \cos \theta$ 的交点分别为 A, B , 则 $|AB| =$ _____ .

15. 如图, 从圆 O 外一点 A 引圆的切线 AD 和割线 ABC , 已知 $AD = 3, AC = 3\sqrt{3}$, 圆 O 的半径为 $\sqrt{5}$, 则圆心 O 到 AC 的距离为 _____ .



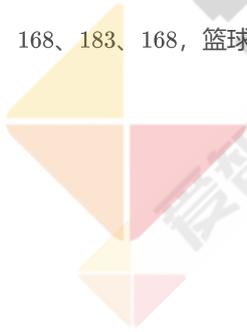
解答题 (共6题, 共80分)

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 且 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}b$, $B = C$.

(1) 求 $\cos B$ 的值.

(2) 设函数 $f(x) = \sin(2x + B)$, 求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

17. 佛山某中学高三(1)班排球队和篮球队各有10名同学, 现测得排球队10人的身高(单位: cm)分别是: 162、170、171、182、163、158、179、168、183、168, 篮球队10人的身高(单位: cm)分别是: 170、159、162、173、181、165、176、168、178、179.

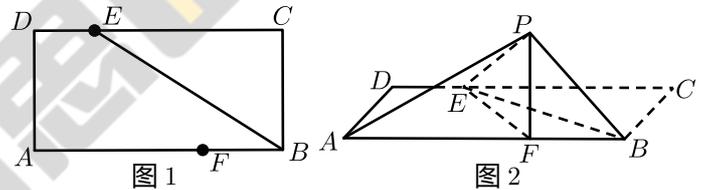


排球队	篮球队

(1) 请把两队身高数据记录在如图所示的茎叶图中, 并指出哪个队的身高数据方差较小(无需计算).

(2) 利用简单随机抽样的方法, 分别在两支足球队身高超过170cm的队员中各抽取一人做代表, 设抽取的两人中身高超过178cm的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

18. 如图1, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 12$, $AD = 6$, E 、 F 分别为 CD 、 AB 边上的点, 且 $DE = 3$, $BF = 4$, 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折起至 $\triangle PBE$ 位置(如图2所示), 连结 AP 、 EF 、 PF , 其中 $PF = 2\sqrt{5}$.

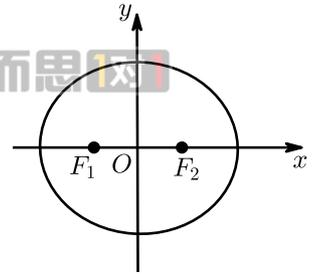


(1) 求证: $PF \perp$ 平面 $ABED$.

(2) 求直线 AP 与平面 PEF 所成角的正弦值.

19. 如图所示, 已知椭圆 C 的两个焦点分别为 $F_1(-1, 0)$ 、 $F_2(1, 0)$, 且 F_2 到直线 $x - \sqrt{3}y - 9 = 0$ 的距离等于椭圆的短轴长.





(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 若圆 P 的圆心为 $P(0, t)$ ($t > 0$), 且经过 F_1, F_2 , Q 是椭圆 C 上的动点且在圆 P 外, 过 Q 作圆 P 的切线, 切点为 M , 当 $|QM|$ 的最大值为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时, 求 t 的值.

20. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的每一项都是正数, $a_1 = 8, b_1 = 16$, 且 a_n, b_n, a_{n+1} 成等差数列, b_n, a_{n+1}, b_{n+1} 成等比数列, $n = 1, 2, 3, \dots$.

(1) 求 a_2, b_2 的值.

(2) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式.

(3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1 - 1} + \frac{1}{a_2 - 1} + \dots + \frac{1}{a_n - 1} < \frac{2}{7}$.

21. 已知函数 $f(x) = x|x + a| - \frac{1}{2}\ln x$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.

(2) 求函数 $f(x)$ 的极值点.

(3) 若 $f(x) > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

