选择题（每小题5分，共40分）

1. 已知集合$A=\{2,0,1,4\}$，集合$B=\{x|0<x\leqslant 4,x\in\mathbf{R}\}$，集合$C=A\cap B$．则集合$C$可表示为（ ）．

A. $\{2,0,1,4\}$

B. $\{1,2,3,4\}$

C. $\{1,2,4\}$

D. $\{x|0<x\leqslant 4,x\in\mathbf{R}\}$

2. 复数z满足$z(1-\mathrm{i})=1$（其中i为虚数单位），则$z=$（ ）．

A. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

B. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

C. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

D. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3. 下列函数中，为奇函数的是（ ）．

A. $y=2^x+\frac{1}{2^x}$

B. $y=x$，$x\in\{0,1\}$

C. $y=x\cdot\sin x$

D. $y=\begin{cases}1,x<0\\0,x=0\\-1,x>0\end{cases}$

4. “$\omega=1$”是“函数$f(x)=\cos\omega x$在区间$[0,\pi]$上单调递减”的（ ）．

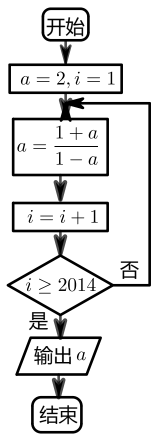
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 执行如图所示的程序框图，则输出的a的值为（ ）．（注：“$a=2$”，即为“$a\leftarrow 2$”或为“$a:=2$”）



A. 2

B. $\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. -3

6. $\left(x-\frac{1}{2x}\right)^4$的展开式中常数项为（ ）．

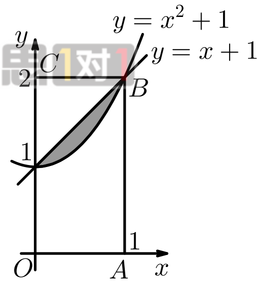
A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

7. 如图，在矩形$OABC$内：记抛物线$y=x^2+1$与直线$y=x+1$围成的区域为M（图中阴影部分）．随机往矩形$OABC$内投一点P，则点P落在区域M内的概率是（ ）．



A. $\frac{1}{18}$　　B. $\frac{1}{12}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 在平面直角坐标系中，定义两点$P(x_1,y_1)$与$Q(x_2,y_2)$之间的“直角距离”为$d(P,Q)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$．给出下列命题：

①若$P(1,2)$，$Q(\sin\alpha,2\cos\alpha)(\alpha\in\mathbf{R})$，则$d(P,Q)$的最大值为$3+\sqrt{5}$；

②若P，Q是圆$x^2+y^2=1$上的任意两点，则$d(P,Q)$的最大值为$2\sqrt{2}$；

③若$P(1,3)$，点Q为直线$y=2x$上的动点，则$d(P,Q)$的最小值为$\frac{1}{2}$．

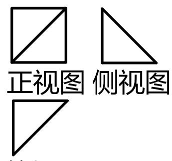
其中为真命题的是（ ）．

A. ①②③　　B. ①②　　C. ①③　　D. ②③

填空题：9-13题为必做题，14-15选做一题，共30分

9. 函数$y=\sqrt{2^x-4}$的定义域为 ______ ．

10. 某几何体的三视图如图所示，其正视图是边长为2的正方形，侧视图和俯视图都是等腰直角三角形，则此几何体的体积是 ______ ．



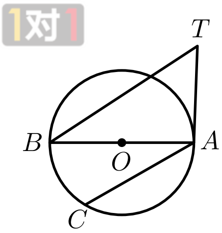
11. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$与椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$有相同的焦点，且双曲线$C$的渐近线方程为$y=\pm2x$，则双曲线$C$的方程为 ______ ．

12. 设实数x，y满足$\begin{cases}x\leqslant y\\y\leqslant 10-2x\\x\geqslant 1\end{cases}$，向量$\vec{a}=(2x-y,m)$，$\vec{b}=(-1,1)$．若$\vec{a}//\vec{b}$，则实数$m$的最大值为 ______ ．

13. 在数列$\{a_n\}$中，已知$a_2=4$，$a_3=15$，且数列$\{a_n+n\}$是等比数列，则$a_n=$ ______ ．

14. 在直角坐标系xOy中，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．若曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=t\\y=\sqrt{1-t^2}\end{cases}$（$t$为参数），曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho\sin\theta-\rho\cos\theta=-1$．则曲线$C_1$与曲线$C_2$的交点个数为 ______ 个．

15. 如图，已知AB是$\odot O$的直径，TA是$\odot O$的切线，过A作弦$AC//BT$，若$AC=4$，$AT=2\sqrt{3}$，则$AB=$______．



解答题（共6题，共80分）

16. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图象经过点$\left(\frac{\pi}{12},1\right)$．

（1） 求φ的值．

（2） 在$\triangle ABC$中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a、b、c，若$a^2+b^2-c^2=ab$，且$f\left(\frac{A}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$．求$\sin B$

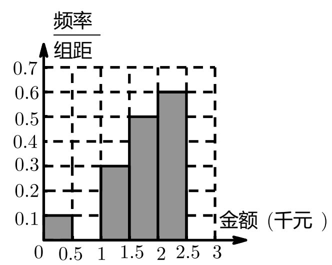
．

17. 某网络营销部门为了统计某市网友2013年11月11日在某淘宝店的网购情况，随机抽查了该市当天60名网友的网购金额情况，得到如下数据统计表（如表）：

网购金额（单位：千元）	频数	频率
$(0,0.5]$	3	0.05
$(0.5,1]$	x	p
$(1,1.5]$	9	0.15
$(1.5,2]$	15	0.25
$(2,2.5]$	18	0.30
$(2.5,3]$	y	q
合计	60	1.00

若网购金额超过2千元的顾客定义为“网购达人”，网购金额不超过ξ千元的顾客定义为“非网购达人”，已知“非网购达人”与“网购达人”人数比恰好为$3:2$．

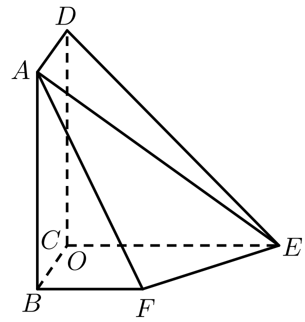
（1） 试确定x，y，p，q的值，并补全频率分布直方图（如图）．



（2） 该营销部门为了进一步了解这60名网友的购物体验，从“非网购达人”、“网购达人”中用分层抽样的方法确定10人，若需从这10人中随机选取3人进行问卷调查．设ξ为选取的3人中“网购达人”的人数，求ξ的分布列和

数学期望.

18. 如图所示，平面$ABCD\perp$平面$BCEF$，且四边形$ABCD$为矩形，四边形$BCEF$为直角梯形，$BF//CE$，$BC\perp CE$，$DC=CE=4$，$BC=BF=2$.



（1） 求证：$AF//$平面CDE.

（2） 求平面ADE与平面$BCEF$所成锐二面角的余弦值.

（3） 求直线EF与平面ADE所成角的余弦值.

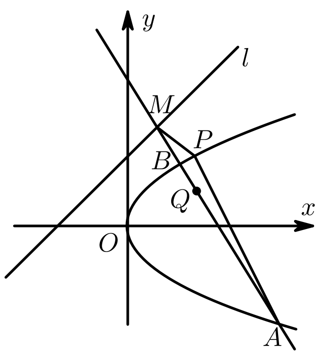
19. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$4(n+1)(S_n+1)=(n+2)^2a_n(n\in\mathbf{N}^+)$.

（1） 求a_1，a_2的值.

（2） 求a_n.

（3） 设$b_n=\dfrac{n+1}{a_n}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<\dfrac{3}{4}$.

20. 如图，直线$l:y=x+b(b>0)$，抛物线$C:y^2=2px(p>0)$，已知点$P(2,2)$在抛物线C上，且抛物线C上的点到直线l的距离的最小值为$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.



（1） 求直线l及抛物线C的方程.

（2） 过点$Q(2,1)$的任一直线（不经过点P）与抛物线C交于A、B两点，直线AB与直线l相交于点M，记直线PA，PB，PM的斜率分别为k_1，k_2，k_3．问：是否存在实数λ，使得$k_1+k_2=\lambda k_3$？若存在，试求出λ的值；若不存在，请说明理由.

21. 已知函数$f(x)=\dfrac{9x}{1+ax^2}(a>0)$.

（1） 求$f(x)$在$\left[\dfrac{1}{2},2\right]$上的最大值.

（2） 若直线$y=-x+2a$为曲线$y=f(x)$的切线，求实数a的值.

（3）当$a=2$时，设x_1，x_2，$\cdots$，$x_{14}\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$，且$x_1+x_2+\cdots+x_{14}=14$，若不等式$f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_{14})\leqslant\lambda$恒成立，求实数$\lambda$的最小值.