选择题（每小题5分，共40分）

1. 已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$M=\{3,4,5\}$，$N=\{1,2,5\}$，则集合$\{1,2\}$可以表示为（ ）.

A. $M\cap N$　　B. $(\complement_U M)\cap N$　　C. $M\cap(\complement_U N)$　　D. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$

2. 已知向量$\vec{a}=(3,4)$，若$|\lambda\vec{a}|=5$，则实数λ的值为（　　）.

A. $\frac{1}{5}$　　B. 1　　C. $\pm\frac{1}{5}$　　D. ±1

3. 若某市8所中学参加中学生合唱比赛的得分用茎叶图表示（如图），其中茎为十位数，叶为个位数，则这组数据的中位数和平均数分别是（　　）.

8	8 7
9	1 7 4 2 0 3

A. 91，91.5　　B. 91，92　　C. 91.5，91.5　　D. 91.5，92

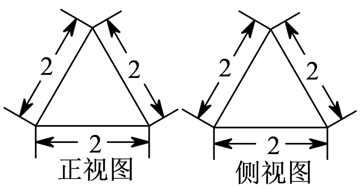
4. 直线$x+ay+1=0$与圆$x^2+(y-1)^2=4$的位置关系是（　　）.

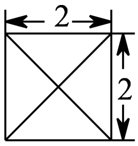
A. 相交　　B. 相切　　C. 相离　　D. 不能确定

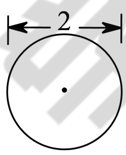
5. 若直线$y=3x$上存在点(x,y)满足约束条件$\begin{cases}x+y+4>0\\2x-y+8\geqslant0\\x\leqslant m\end{cases}$，则实数$m$的取值范围是（　　）.

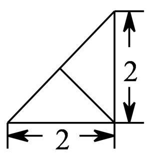
A. $(-1,+\infty)$　　B. $[-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-\infty,-1)$

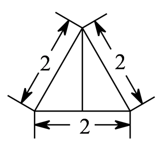
6. 已知某锥体的正视图和侧视图如图，其体积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，则该锥体的俯视图可以是（　　）.



A. 

B. 

C. 

D. 

7. 已知a为实数，则$|a|\geqslant1$是关于x的绝对值不等式$|x|+|x-1|\leqslant a$有解的（　　）.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 已知i是虚数单位，C是全体复数构成的集合，若映射$f:C\to R$满足：对任意z_1，$z_2\in C$，以及任意$\lambda\in\mathbf{R}$，都有$f(\lambda z_1+(1-\lambda)z_2)=\lambda f(z_1)+(1-\lambda)f(z_2)$，则称映射$f$具有性质$P$．给出如下映射：

①$f_1:C\to R$，$f_1(z)=x-y$，$z=x+y\mathrm{i}(x,y\in\mathbf{R})$；

②$f_2:C\to R$，$f_2(z)=x^2-y$，$z=x+y\mathrm{i}(x,y\in\mathbf{R})$；

③$f_3:C\to R$，$f_3(z)=2x+y$，$z=x+y\mathrm{i}(x,y\in\mathbf{R})$；

其中，具有性质P的映射的序号为（　　）．

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

填空题（每小题5分，其中9-13题为必做题，14-15题选做一题，共30分）

9. 已知$\tan\alpha=2$，则$\tan 2\alpha$的值为 ______ ．

10. 已知e为自然对数的底数，则曲线$y=x\mathrm{e}^x$在点$(1,\mathrm{e})$处的切线斜率为 ______ ．

11. 已知随机变量x服从正态分布$N(2,1)$．若$P(1\leqslant x\leqslant 3)=0.6826$，则$P(x>3)$等于 ______ ．

12. 已知，幂函数$f(x)=x-m^2-2m+3(m\in\mathbf{Z})$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是增函数，则$f(2)$的值为 ______ ．

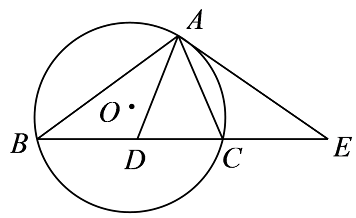
13. 已知n，$k\in\mathbf{N}*$，且$k\leqslant n$，$k\mathrm{C}_n^k=n\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$，则可推出

$\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+2\mathrm{C}_n^3+\cdots+k\mathrm{C}_n^k+\cdots+n\mathrm{C}_n^n=n(\mathrm{C}_{n-1}^0+\mathrm{C}_{n-1}^1+\cdots+\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}+\cdots+\mathrm{C}_{n-1}^{n-1})=n\cdot 2^{n-1}$，

由此，可推出$\mathrm{C}_n^1+2^2\mathrm{C}_n^2+3^2\mathrm{C}_n^3+\cdots+k^2\mathrm{C}_n^k+\cdots+n^2\mathrm{C}_n^n=$ ______ ．

14. 在直角坐标系xOy中，曲线C_1和C_2的参数方程分别为$\begin{cases}x=\cos\theta+\sin\theta\\y=\cos\theta-\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）和$\begin{cases}x=2-t\\y=t\end{cases}$（$t$为参数）．以原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴，建立极坐标系，则曲线$C_1$与$C_2$的交点的极坐标为 ______ ．

15. 如图，BC是圆O的一条弦，延长BC至点E，使得$BC=2CE=2$，过E作圆O的切线，A为切点，$\angle BAC$的平分线AD交BC于点D，则DE的长为 ______ ．



解答题（其中16-17题12分，18-21题14分，共80分）

16. 已知函数$f(x)=A\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)(A>0,\omega>0)$的图象在$y$轴右侧的第一个最高点和第一个最低点的坐标分别为$(x_0,2)$和$\left(x_0+\dfrac{\pi}{2},-2\right)$．

(1) 求函数$f(x)$的解析式．

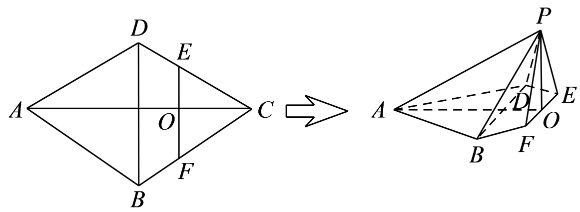
(2) 求$\sin\left(x_0+\dfrac{\pi}{4}\right)$的值．

17. 袋子中装有大小相同的白球和红球共7个，从袋子中任取2个球都是白球的概率为$\dfrac{1}{7}$，每个球被取到的机会均等．现从袋子中每次取1个球，如果取出的是白球则不再放回，设在取得红球之前已取出的白球个数为x．

(1) 求袋子中白球的个数．

(2) 求x的分布列和数学期望．

18. 如图所示，在边长为4的菱形$ABCD$中，$\angle DAB=60^\circ$，点E，F分别是边CD，CB的中点，$EF\cap AC=O$，沿EF将$\triangle CEF$翻折到$\triangle PEF$，连接PA，PB，PD，得到五棱锥$P-ABFED$，且$PB=\sqrt{10}$．



(1) 求证：$BD\perp$平面POA．

(2) 求二面角$B-AP-O$的正切值．

19. 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，其前n项和为S_n，且满足$a_1=1$，$a_{n+1}=2\sqrt{S_n}+1$，$n\in\mathbf{N}*$．

(1) 求a_2的值．

(2) 求数列$\{a_n\}$的通项公式．

(3) 是否存在正整数k，使a_k，S_{2k-1}，a_{4k}成等比数列？若存在，求k的值，若不存在，请说明理由．

20. 已知椭圆C_1的中心在坐标原点，两焦点分别为双曲线$C_2:\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$的顶点，直线$x+\sqrt{2}y=0$与椭圆C_1交于A、B两点，且点A的坐标为$(-\sqrt{2},1)$，点P是椭圆C_1上异于点A、B的任意一点，点Q满足$\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{AP}=0$，$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，且$A$，$B$，$Q$三点不共线．

(1) 求椭圆C_1的方程．

(2) 求点Q的轨迹方程．

(3) 求$\triangle ABQ$面积的最大值及此时点Q的坐标．

21. 已知函数$f(x)=\ln(1+x)+\dfrac{a}{2}x^2-x(a\geqslant 0)$．

(1) 若$f(x)>0$对$x\in(0,+\infty)$都成立，求a的取值范围．

(2) 已知e为自然对数的底数，证明：$\forall n\in\mathbf{N}*$，$\sqrt{\mathrm{e}}<\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)\left(1+\dfrac{2}{n^2}\right)\cdots\left(1+\dfrac{n}{n^2}\right)<\mathrm{e}$．