

选择题（每小题5分，共40分）

1. 【答案】C

2. 【答案】D

3. 【答案】A

4. 【答案】C

5. 【答案】B

6. 【答案】C

7. 【答案】D

8. 【答案】A

填空题：9-13题为必做题，14-15选做一题，共30分

9. 【答案】 $\frac{2}{3}$

10. 【答案】18

11. 【答案】9

12. 【答案】 $4\sqrt{6}$

13. 【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. 【答案】2

15. 【答案】4

解答题（共6题，共80分）

16. 【答案】 (1) $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = -1$.
(2) $f(x_0) = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$.

17. 【答案】 (1)

空气质量	优质	良好	轻度污染	中度污染
AQI值范围	[0, 50)	[50, 100)	[100, 150)	[150, 200)
城市频数	2	12	6	1

(2) ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3
p	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$E\xi = 2$.

18. 【答案】 (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle PCA$ 是直角三角形.
(2) $\sqrt{6}$.
(3) $h = \frac{4\sqrt{21}}{7}$.

19. 【答案】 (1) $a_n = n$.
(2) ① $b_n = \begin{cases} -1, n = 1 \\ \frac{(n - 2 + \lambda)(-1)^n}{n - 1}, n \geq 2 \end{cases}$.
② 存在实数 $\lambda = 1$, 使得数列 $\{b_n\}$ 为等比数列.

20. 【答案】 (1) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.
(2) $x^2 + y^2 = 2$.

21. 【答案】 (1) $f(x) = \begin{cases} x(x - 2), x \in [0, 2] \\ -x(x + 2), x \in [-2, 0) \end{cases}$; 值域为 $[-1, 1]$.
(2) ① 当 $a = \frac{\ln 2}{2}$ 时, 函数 $F(x)$ 有-1、0、1这三个零点;
当 $\frac{\ln 3}{3} < a < \frac{1}{e}$ 时, 函数 $F(x)$ 有四个零点;
当 $a > \frac{1}{e}$ 时, 函数 $F(x)$ 没有零点.
② 证明见解析.