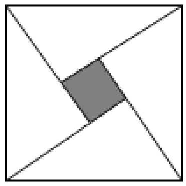
选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1. 已知集合$A=\{x|x(x+1)>0\}$，$B=\{x|y=\sqrt{x-1}\}$，则$A\cap B=$（ ）.

A. $\{x|x>0\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$　　C. $\{x|0<x\leqslant 1\}$　　D. $\mathbf{R}$

2. 在如图所示的“勾股圆方图”中，四个相同的直角三角形与中间小正方形拼成一个边长为2的大正方形，若直角三角形中较小的锐角$\alpha=\frac{\pi}{6}$，现在向该大正方形区域内随机地投掷一枚飞镖，则飞镖落在小正方体内的概率是（ ）.

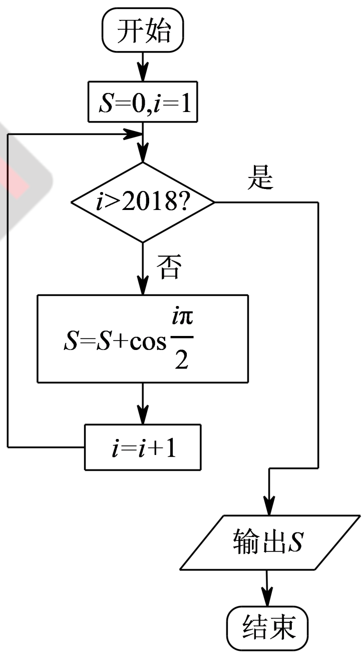


A. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{4-\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 已知$\overline{z}$是z的共轭复数，且$|z|-\overline{z}=3+4\mathrm{i}$，则$z$的虚部是（ ）.

A. $\frac{7}{6}$　　B. $-\frac{7}{6}$　　C. 4　　D. -4

4. 阅读右边的程序框图，输出结果S的值为（ ）.

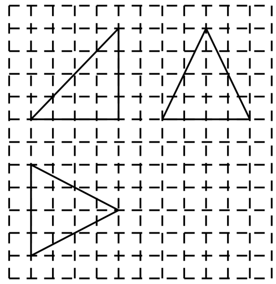


A. -1　　B. 1　　C. -2018　　D. 0

5. 在$\triangle ABC$中，$A=\frac{\pi}{3}$，$AB=2$，$AC=3$，$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=$（ ）.

A. $-\frac{11}{3}$　　B. $-\frac{4}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{11}{3}$

6. 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的各个面的面积中，最小的值为（ ）．



A. $2\sqrt{5}$　　B. 8　　C. $4\sqrt{5}$　　D. $8\sqrt{2}$

7. 已知实数$a>0$，$b>0$，则“$ab>1$”是“$a+b>2$”的（ ）．

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. $\triangle ABC$中，$\angle B=\dfrac{2\pi}{3}$，A、B是双曲线E的左、右焦点，点C在E上，且$AB=BC$，则E的离心率为（ ）．

A. $\sqrt{5}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

9. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$2c\cos B=2a+b$，若$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{\sqrt{3}}{12}c$，则ab的最小值为（ ）．

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{6}$　　D. 3

10. 现某小型服装厂锁边车间有锁边工10名，杂工15名，有7台电脑机，每台电脑机每天可给12件衣服锁边；有5台普通机，每台普通机每天可给10件衣服锁边．如果一天至少有100件衣服需要锁边，用电脑机每台需配锁边工1名，杂工2名，用普通机每台需要配锁边工1名，杂工1名．用电脑机给一件衣服锁边可获利8元，用普通机给一件衣服锁边可获利6元，则该服装厂锁边车间一天最多可获利（ ）元．

A. 760　　B. 780　　C. 800　　D. 820

11. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，$(A>0,\omega>0)$，若$f(x)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$是单调函数，且$f(-\pi)=f(0)=-f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\omega$的值为（ ）．

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2或$\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}$或2

12. 已知函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=\dfrac{x^2-1}{e^x}$，则对任意$m\in\mathbf{R}$，函数$f(f(x))-m=0$的根的个数至多为（ ）．

A. 3　　B. 4　　C. 6　　D. 9

填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知函数$f(x)=2^x-2^{-x}$，则不等式$f(2x+1)+f(1)\geqslant 0$的解集是 ______ .

14. 已知6名嫌疑犯A、B、C、D、E、F中有1人在商场偷走钱包.

路人甲猜测：D或E偷的；

路人乙猜测：C不可能偷；

路人丙猜测：A、B、F当中必有1人偷；

路人丁猜测：D、E、F都不可能偷；

若甲、乙、丙、丁中只有1人猜对，则此人是 ______ .

15. 若$(ax+1)\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^5$展开式中的常数项为$-40$，则$a=$ ______ .

16. 在三棱锥$S-ABC$中，$\triangle ABC$是边长为3的等边三角形，$SA=\sqrt{3}$，$SB=2\sqrt{3}$，二面角$S-AB-C$的大小为120°，则此三棱锥的外接球的表面积为 ______ .

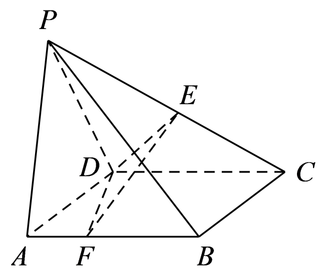
解答题（本大题共5小题，共60分）

17. 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_n{}^2-2na_n-(2n+1)=0$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1） 求a_n.

（2） 若$b_n=(-1)^{n-1}a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

18. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是正方形，$AD=PD=2$，$PA=2\sqrt{2}$，$\angle PDC=120^\circ$，点E为线段PC的中点，点F在线段AB上.



（1） 若$AF=\dfrac{1}{2}$，求证：$CD\perp EF$.

（2） 设平面DEF与平面DPA所成二面角的平面角为θ，试确定点F的位置，使得$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

19. 中国职业男篮CBA总决赛采用七场四胜制，即若有一队先胜四场，则此队为总冠军，比赛就此结束．现甲、乙两支球队进行总决赛，因两队实力相当，每场比赛两队获胜的可能性均为$\dfrac{1}{2}$．据以往资料统计，第一场比赛可获得门票收入400万元，以后每场比赛门票收入比上一场增加100万元.

（1） 求总决赛中获得门票总收入恰好为3000万元的概率.

（2） 设总决赛中获得门票总收入为X，求X的数学期望$E(X)$.

20. 已知$F_1(-\sqrt{3},0)$，$F_2(\sqrt{3},0)$是椭圆E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$的焦点，点$P\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$是椭圆$E$上一点.

（1） 求椭圆E的方程.

（2） 过点F_1的直线l交椭圆于M,N两点，求$\triangle F_2MN$面积取得最大值时，直线l的方程.

21. 已知函数$f(x)=\left(ax^2+x+a\right)\mathrm{e}^{-x}(a\in\mathbf{R})$.

（1） 若$a\geqslant 0$，函数$f(x)$的极大值为$\dfrac{3}{\mathrm{e}}$，求实数a的值.

（2） 若对任意的$a\leqslant 0$，$f(x)\leqslant b\ln(x+1)$在$x\in[0,+\infty)$上恒成立，求实数b的取值范围.

选做题(本大题共2小题，选做1题，共10分)

22. 在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=a+a\cos\beta\\y=a\sin\beta\end{cases}$（$\beta$为参数，且$a>0$），以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3}{2}$.

（1） 若曲线C与l只有一个公共点，求a的值.

（2） A，B为曲线C上的两点，且$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，求$\triangle OAB$的面积最大值.

23. 已知函数$f(x)=|x+1|$.

（1） 求不等式$f(x)<|2x+1|-1$的解集M.

（2） 设$a,b\in M$，证明：$f(ab)>f(a)-f(-b)$.