选择题（本大题共12小题，每小题5分，满分60分）

1. 设集合$A=\{x|x-1<0\}$，集合$B=\{x|x^2<4\}$，则$A\cap B=$（ ）．

A. $(-2,1)$

B. $(-\infty,2)$

C. $(-\infty,-2)$

D. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

2. 已知i为虚数单位，则复数$z=\dfrac{|\sqrt{3}-i|}{1+\mathrm{i}}$的共轭复数$\bar{z}$为（ ）．

A. $2+2\mathrm{i}$

B. $2-2\mathrm{i}$

C. $1+\mathrm{i}$

D. $1-\mathrm{i}$

3. 某学校拟从甲、乙等5位同学中随机选派3人去参加国防教育活动，则甲、乙均被选中的概率为（ ）．

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{10}$

4. 设S_n，为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1=S_3=3$，则S_4的值为（ ）．

A. -3

B. 0

C. 3

D. 6

5. 已知点$P(1,m)$在椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的外部，则直线$y=2mx+\sqrt{3}$与圆$x^2+y^2=1$的位置关系为（ ）．

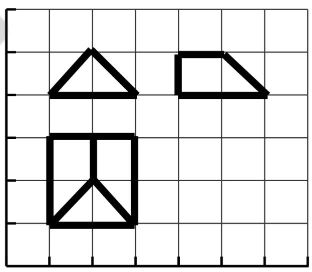
A. 相离

B. 相交

C. 相切

D. 相交或相切

6. 如图，网格纸上的小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（ ）．



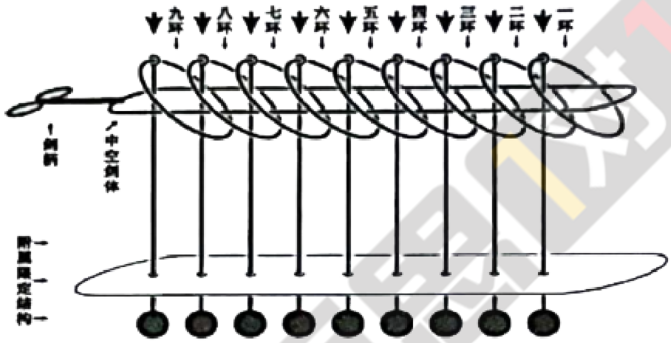
A. $\frac{2}{3}$

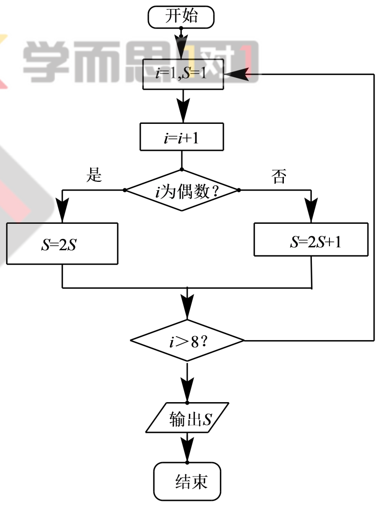
B. 1

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

7. 九连环是我国一种传统的智力玩具，其构造如图：





要将9个圆环全部从框架上解下（或套上），无论是哪种情形，都需遵循一定的规则．解下（或套上）全部9个圆环所需的最少移动次数可由右图所示的程序框图得到．执行该程序框图，则输出结果为（ ）．

A. 170　　B. 256　　C. 341　　D. 682

8. 已知椭圆，$\dfrac{x^2}{4+m^2}+\dfrac{y^2}{m^2}=1$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$有共同的焦点，且其中的一个焦点$F$到双曲线的两条渐近线的距离之和为$2\sqrt{3}$，则双曲线的离心率为（ ）．

A. 2　　B. 3　　C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

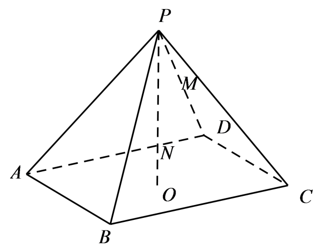
9. 已知定义在$\mathbf{R}$上的偶函数$f(x)$对任意实数x都有$f(x-4)=f(x+4)$，当$0\leqslant x\leqslant 4$时，$f(x)=x^2-2x$，则$f(x)$在区间$[12,16]$上（ ）．

A. 有最小值$f(16)$　　B. 有最小值$f(15)$　　C. 有最小值$f(13)$　　D. 有最小值$f(12)$

10. 已知点P_1，P_2为曲线$y=\sqrt{2}\sin\omega x-\cos\omega x(x\in\mathbf{R})$（常数$\omega>0$）的两个相邻的对称中心．若该曲线在点$P_1$，$P_2$处的切线互相垂直，则$\omega$的值为（ ）．

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

11. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，顶点P在底面的投影O恰为正方形$ABCD$的中心，且$AB=\sqrt{2}$．设点M、N分别为线段PD、PO上的动点．已知当$AN+MN$取得最小值时，动点M恰为PD的中点，则该四棱锥的外接球的表面积为（ ）．



A. $\dfrac{9\pi}{2}$　　B. $\dfrac{16\pi}{3}$　　C. $\dfrac{25\pi}{4}$　　D. $\dfrac{64\pi}{9}$

12.

已知对$\forall n \in \mathbf{N}*$，关于$x$的函数$f_n(x) = x + (1 - a_n)lnx(n < x < n+1)$都不单调，其中$a_n(n = 1, 2, \cdots, k, \cdots)$为常数．定义$[x]$为不超过实数$x$的最大整数，如$[0.8] = 0$，$[\pi] = 3$．设$b_n = [\sqrt[3]{a_n}]$，记数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则$S_{100}$的值为（ ）．

A. 310　　B. 309　　C. 308　　D. 307

填空题（本大题共4小题，每小题5分，满分20分）

13. 已知向量$\vec{a} = (-3, 4)$，$\vec{b} = (-1, t)$，若$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|$，则实数$t =$ ______ ．

14. 已知$a < 0$，实数x，y满足$\begin{cases} x + 1 \geqslant 0 \\ x + y + a \leqslant 0 \\ x - y - 2 \leqslant 0 \end{cases}$，若$z = x + 2y$的最大值为$5$，则$a =$ ______ ．

15. 若$\left(x - \dfrac{4}{x}\right)^n$的展开式中各项系数的和为$81$，则该展开式中的常数项为 ______ ．

16. 已知A、B、C为某信号（该信号的传播速度为1公里/秒）的三个接收站，其中A、B相距600公里，且B在A的正东方向；A、C相距$600\sqrt{3}$公里，且C在A的东偏北30°方向，现欲选址兴建该信号的发射站T，若在T站发射信号时，A站总比B站要迟200秒才能接收到信号，则C站比A站最多迟 ______ 秒可接收到该信号．（A、B、C、T站均可视为同一平面上的点）

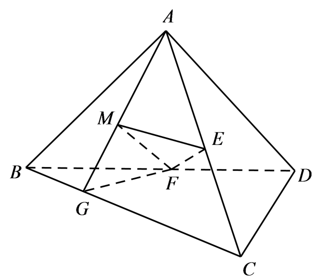
解答题（本大题共6小题，满分70分）

17. $\triangle ABC$的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知B为锐角，且$a\cos B + b\sin B = c$．

（1） 求角C的大小．

（2） 若$B = \dfrac{\pi}{3}$，延长线段AB至点D，使得$CD = \sqrt{3}$，且$\triangle ACD$的面积为$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，求线段BD的长度．

18. 如图，在三棱锥$A - BCD$中，$\triangle ABD$和$\triangle BDC$均为等腰直角三角形，且$\angle BAD = \angle BDC = 90^\circ$．已知侧面$ABD$与底面$BDC$垂直，点$E$是$AC$的中点，点$F$是$BD$的中点，点$G$在棱$BC$上，且$BC = 4BG$，点$M$是$AG$上的动点．



（1） 证明：$BC \perp MF$．

（2） 当$MF//$平面ACD时，求二面角$G - MF - E$的余弦值．

19. 为了缓解日益拥堵的交通状况，不少城市实施车牌竞价策略，以控制车辆数量．某地车牌竞价的基本规则是：①“盲拍”，即所有参与竞拍的人都是网络报价，每个人并不知晓其他人的报价，也不知道参与当期竞拍的总人数；②竞价时间截止后，

系统根据当期车牌配额，按照竞拍人的出价从高到低分配名额．某人拟参加2018年4月份的车牌竞拍，他为了预测最低成交价，根据竞拍网站的公告，统计了最近5个月参与竞拍的人数（见下表）：

月份	2017.11	2017.12	2018.01	2018.02	2018.03
月份编号t	1	2	3	4	5
竞拍人数y（万人）	0.5	0.6	1	1.4	1.7

参考公式及数据：①回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，

其中$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}+\hat{b}\overline{x}$；

②$\sum\limits_{i=1}^{5}t_i^2=55$，$\sum\limits_{i=1}^{5}t_iy_i=18.8$，$\sqrt{1.7}\approx1.3$；

③若随机变量Z服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)=0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<Z<\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma)=0.9974$．

（1） 由收集数据的散点图发现，可用线性回归模型拟合竞拍人数y（万人）与月份编号t之间的相关关系．请用最小二乘法求y关于t的线性回归方程：$\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$，并预测2018年4月份参与竞拍的人数．

（2） 某市场调研机构对200位拟参加2018年4月份车牌竞拍人员的报价价格进行了一个抽样调查，得到如下的一份频数表：

报价区间（万元）	$[1,2)$	$[2,3)$	$[3,4)$	$[4,5)$	$[5,6)$	$[6,7]$
频数	20	60	60	30	20	10

① 求这200位竞拍人员报价X的平均值$\overline{x}$和样本方差s^2（同一区间的报价可用该价格区间的中点值代替）．

② 假设所有参与竞价人员的报价X可视为服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，且μ与σ^2可分别由（ⅰ）中所求的样本平均数$\overline{x}$及s^2估值．若2018年4月份实际发放车牌数量为3174，请你合理预测（需说明理由）竞拍的最低成交价．

20. 已知实数$p>0$，且过点$M(0,-p^2)$的直线l与曲线$C:x^2=2py$交于A、B两点．

（1） 设O为坐标原点，直线OA、OB的斜率分别为k_1、k_2，若$k_1k_2=1$，求p的值．

（2） 设直线MT_1、MT_2与曲线C分别相切于点T_1、T_2，点N为直线T_1T_2与弦AB的交点，且$\overrightarrow{MA}=\lambda\overrightarrow{MN}$，$\overrightarrow{MB}=\mu\overrightarrow{MN}$，证明：$\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{\mu}$为定值．

21. 已知函数$f(x)=xe^{ax}$，（其中常数$e=2.71828\cdots$，是自然对数的底数）．

（1） 求函数$f(x)$的极值．

（2） 当$a=1$时，若$f(x)-\ln x-bx\geqslant1$恒成立，求实数b的取值范围．

22. 在极坐标系中，曲线C的极坐标方程为$\rho=\sqrt{\dfrac{3}{1+2\sin^2\theta}}$，点$A\left(\rho_1,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$B\left(\rho_2,-\dfrac{\pi}{2}\right)$，以极点为坐标原点，极轴为$x$轴正半轴建立直角坐标系．

(1) 在直角坐标系中，求曲线C的参数方程．

(2) 若点A、B在曲线C上，且点M（异于A、B两点）为曲线C上的动点．在直角坐标系中，设直线MA，MB在x轴上的截距分别为a，b，求$|a+b|$的最小值．

23. 已知函数$f(x)=|x-a|+\left|x+a+\dfrac{1}{a}\right|(a\neq 0)$．

(1) 证明：$f(x)\geqslant 2\sqrt{2}$．

(2) 若$f(2)\leqslant 3$，求实数a的取值范围．