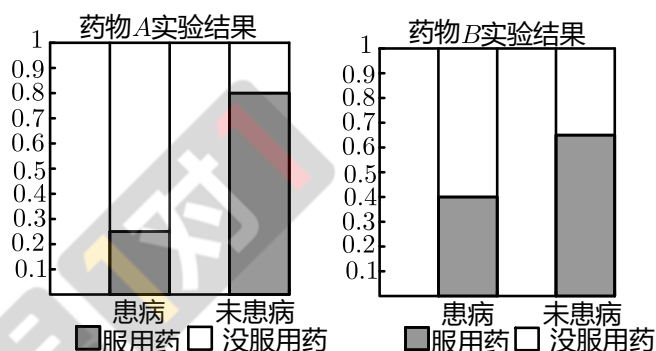
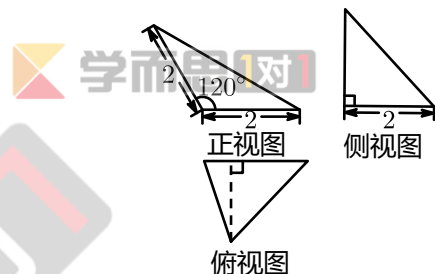


选择题 (共12题, 每题5分)

- 已知集合 $A = \{x | \lg(x-2) < 1\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ().
 A. $(2, 12)$ B. $(-1, 3)$ C. $(-1, 12)$ D. $(2, 3)$
- 已知 i 为虚数单位, 若复数 $\frac{1+i}{1-i} = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 则 $a + b =$ ().
 A. $-i$ B. i C. -1 D. 1
- 现有5人参加抽奖活动, 每人依次从装有5张奖票 (其中3张为中奖票) 的箱子中不放回地随机抽取一张, 直到3张中奖票都被抽出时活动结束, 则活动恰好在第4人抽完结束的概率为 ().
 A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$
- 汽车以 $v = (3t + 2)\text{m/s}$ 作变速运动时, 在第1s至2s之间的1s内经过的路程是 ().
 A. 5m B. $\frac{11}{2}\text{m}$ C. 6m D. $\frac{13}{2}\text{m}$
- 为考察 A、B 两种药物预防某疾病的效果, 进行动物试验, 分别得到如下等高条形图:
 根据图中信息, 在下列各项中, 说法最佳的一项是 ().



- 药物B的预防效果优于药物A的预防效果
 - 药物A的预防效果优于药物B的预防效果
 - 药物A、B对该疾病均有显著的预防效果
 - 药物A、B对该疾病均没有预防效果
- 一个几何体的三视图如图所示, 该几何体的各个表面中, 最大面的面积为 ().



- A. $2\sqrt{15}$ B. $\sqrt{15}$ C. 2 D. 4

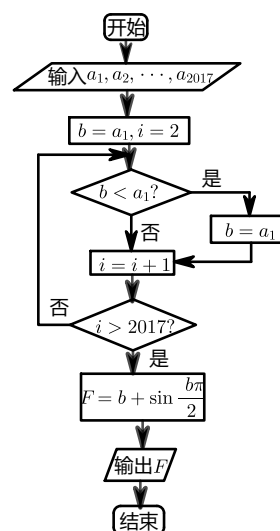
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + (-1)^{n+1}a_n = 2$, 则其前100项和为 ().

- A. 250 B. 200 C. 150 D. 100

8. 已知锐角三角形 ABC , 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b^2 = a(a+c)$, 则 $\frac{\sin^2 A}{\sin(B-A)}$ 的取值范围是 ().

- A. $(0, 1)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ C. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

9. 设 $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ 是数列 $1, 2, \dots, 2017$ 的一个排列, 观察如图所示的程序框图, 则输出的 F 的值为 ().



- A. 2015 B. 2016 C. 2017 D. 2018

10. 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SB \perp BC$, $SA \perp AC$, $SB = BC$, $SA = AC$, $AB = \frac{1}{2}SC$, 且三棱锥 $S-ABC$ 的体积为 $\frac{9\sqrt{3}}{2}$, 则该三棱锥的外接球的半径为 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象交于点 P , 若函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象在 P 处的切线过椭圆的左焦点 $F(-1, 0)$, 则椭圆的离心率是 ().

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2}$

12.

若关于 x 的方程 $\frac{x}{e^x} + \frac{e^x}{x - e^x} + m = 0$ 有3个不相等的实数解 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < 0 < x_2 < x_3$, 其中 $m \in \mathbf{R}$, $e = 2.71828 \dots$

, 则 $\left(\frac{x_1}{e^{x_1}} - 1\right)^2 \left(\frac{x_2}{e^{x_2}} - 1\right) \left(\frac{x_3}{e^{x_3}} - 1\right)$ 的值为 ().



- A. 1 B. $1 - m$ C. $1 + m$ D. e

填空题 (共4题, 每题5分)

13. 已知 $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{a} + \vec{b} = (0, 2)$, 则 $|\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知二项式 $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式的二项式系数之和为32, 则展开式中含 x 项的系数是 .

15. 已知 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 右支上一点, 直线 l 是双曲线的一条渐近线, P 在 l 上的射影为 Q , F_1 是双曲线的左焦点, 则 $|PF_1| + |PQ|$ 的最小值是 .

16. 已知动点 $P(x, y)$ 满足 $\begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ x \geq 1 \\ (x + \sqrt{x^2 + 1})(\sqrt{y^2 + 1} - y) \leq 1 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2 - 6x$ 的最小值是 .

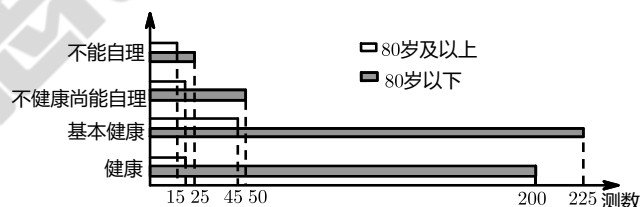
解答题 (共5题, 共60分)

17. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_1 = 1$, 其前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n = \frac{2S_n^2}{2S_n - 1} (n \geq 2)$.

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 是等差数列.

(2) 证明: 当 $n \geq 2$ 时, $S_1 + \frac{1}{2}S_2 + \frac{1}{3}S_3 + \dots + \frac{1}{n}S_n < \frac{3}{2}$.

18. 我们国家正处于老龄化社会中, 老有所依也是政府的民生工程. 某市共有户籍人口400万, 其中老人(年龄60岁及以上)人数约有66万, 为了了解老人们的健康状况, 政府从老人中随机抽取600人并委托医疗机构免费为他们进行健康评估, 健康状况共分为不能自理、不健康尚能自理、基本健康、健康四个等级, 并以80岁为界限分成两个群体进行统计, 样本分布制作成如图:



(1) 若采用分层抽样的方法从样本中的不能自理的老人中抽取8人进一步了解他们的生活状况, 则两个群体中各应抽取多少人?

(2) 估算该市80岁及以上长者占全市户籍人口的百分比.

(3) 据统计该市大约有五分之一的户籍老人无固定收入, 政府计划为这部分老人每月发放生活补贴, 标准如下:

① 80岁及以上长者每人每月发放生活补贴200元;

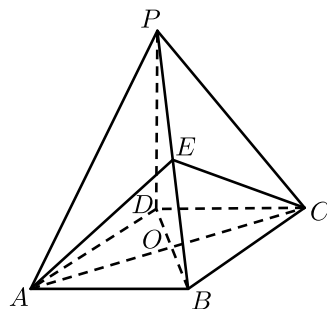
② 80岁以下老人每人每月发放生活补贴120元;

③ 不能自理的老人每人每月额外发放生活补贴100元.

利用样本估计总体，试估计政府执行此计划的年度预算。（单位：亿元，结果保留两位小数）

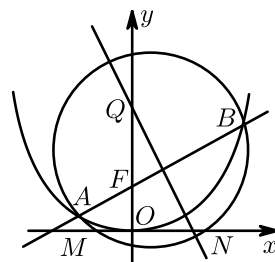


19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， O 为 AC 与 BD 的交点， E 为 PB 上任意一点。



- (1) 证明：平面 $EAC \perp$ 平面 PBD 。
- (2) 若 $PD \parallel$ 平面 EAC ，并且二面角 $B-AE-C$ 的大小为 45° ，求 $PD:AD$ 的值。

20. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F ，过 F 的直线 l 交抛物线 C 于点 A, B ，当直线 l 的倾斜角是 45° 时， AB 的中垂线交 y 轴于点 $Q(0, 5)$ 。



- (1) 求 p 的值。
- (2) 以 AB 为直径的圆交 x 轴于点 M, N ，记劣弧 \widehat{MN} 的长度为 S ，当直线 l 绕 F 旋转时，求 $\frac{S}{|AB|}$ 的最大值。

21. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - 2kx (k \in \mathbf{R})$ 。

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性。
- (2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，证明： $f(x_2) < -\frac{3}{2}$ 。

选做题

解答题：共2题，选做一题计10分

22. 以平面直角坐标系 xOy 的原点为极点， x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，两种坐标系中取相同的长度单位，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \text{ 为参数})$ ，圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$ 。

- (1) 求直线 l 的普通方程与圆 C 的直角坐标方程。
- (2) 设曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点，若 P 点的直角坐标为 $(2, 1)$ ，求 $||PA| - |PB||$ 的值。

23. 已知关于 x 的不等式 $|2x| + |2x - 1| \leq m$ 有解.



(1) 求实数 m 的取值范围.

(2) 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a + b = m$, 证明: $\frac{a^2}{a + 2b} + \frac{b^2}{2a + b} \geq \frac{1}{3}$.