

九年级下学期开学考试（数学试卷）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 下列 4 个数： $\sqrt{9}$, $\frac{22}{7}$, π , $(\sqrt{3})^0$, 其中无理数有 () 个

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=1$, $AC=2$, 则 $\tan A$ 的值为 ()

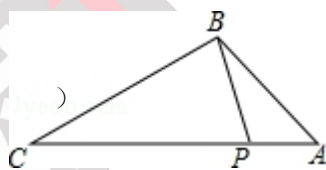
A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+8x+q=0$ 有两个不相等的实数根, 则 q 的取值范围是 ()

A. $q < 16$ B. $q > 16$ C. $q \leq 4$ D. $q \geq 4$

4. 如图, 已知点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上, 下列条件中, 不能判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ 的是 ()

A. $\angle ABP = \angle C$ B. $\angle APB = \angle ABC$ C. $AB^2 = AP \cdot AC$ D. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$



5. 将抛物线 $y=x^2-2$ 向左平移 1 个单位后再向上平移 1 个单位所得抛物线的表达式为 ()

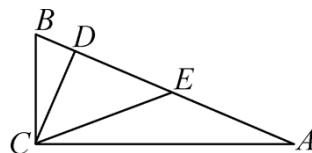
A. $y=(x-1)^2-1$ B. $y=(x+1)^2-1$ C. $y=(x+1)^2+1$ D. $y=(x-1)^2+1$

6. 圆内接正六边形的边长为 3, 则该圆内接正三角形的边长为 ()

A. $6\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 点 E 是 AB 的中点, $CD=DE=a$, 则 AB 的长为 ()

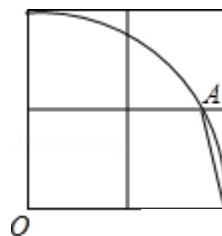
A. $2a$ B. $2\sqrt{2}a$ C. $3a$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a$



8. 如图, 在 2×2 的网格中, 以顶点 O 为圆心, 以 2 个单位长度为半径作圆弧,

交图中格线于点 A , 则 $\tan \angle ABO$ 的值为 ()

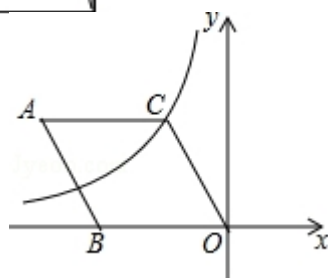
A. $2-\sqrt{3}$ B. 2 C. $2+\sqrt{3}$ D. 3



9. 如图, 在菱形 $ABOC$ 中, $\angle A=60^\circ$, 它的一个顶点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

若将菱形向下平移 2 个单位, 点 A 恰好落在函数图象上, 则反比例函数解析式为 ()

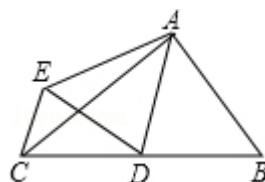
A. $y=-\frac{3\sqrt{3}}{x}$ B. $y=-\frac{\sqrt{3}}{x}$ C. $y=-\frac{3}{x}$ D. $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$



10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$

沿 AD 翻折得到 $\triangle AED$, 连 CE , 则线段 CE 的长等于 ()

A. 2 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{7}{5}$



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 把多项式 $16m^3 - mn^2$ 分解因式的结果是_____.

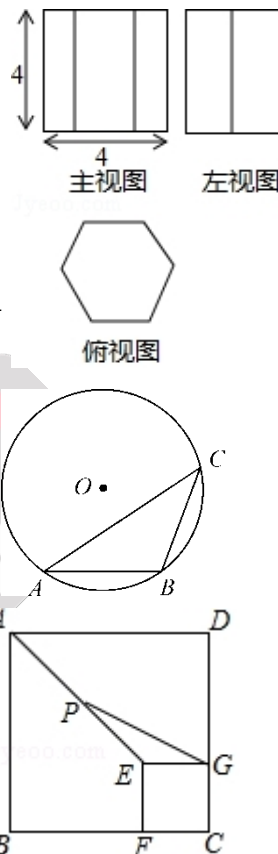
12. 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图为正六边形，则该几何体的表面积为_____.

13. 有 5 张看上去无差别的卡片，正面分别写着 1, 2, 3, 4, 5，洗匀后正面向下放在桌子上，从中随机抽取 2 张，抽出的卡片上的数字恰好是两个连续整数的概率是_____.

14. 如图，在半径为 5 的 $\odot O$ 中，弦 $AB=6$ ，点 C 是优弧 $\widehat{AB}$ 上一点（不与 A, B 重合），则 $\cos C$ 的值为_____.

15. 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFCG$ 的边长分别为 3 和 1，点 F, G 分别在边 BC, CD 上， P 为 AE 的中点，连接 PG ，则 PG 的长为_____.

16. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(-1, 0)$ ，且对称轴为直线 $x=1$ ，有下列结论：① $abc < 0$ ；② $10a+3b+c > 0$ ；③ 抛物线经过点 $(4, y_1)$ 与点 $(-3, y_2)$ ，则 $y_1 > y_2$ ；④ 无论 a, b, c 取何值，抛物线都经过同一个点 $(-\frac{c}{a}, 0)$ ；⑤ $am^2+bm+a \geq 0$ ，其中所有正确的结论是_____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

17. (12 分) (1) 计算： $\sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (\pi - 3)^0 + (-\frac{1}{3})^{-2}$

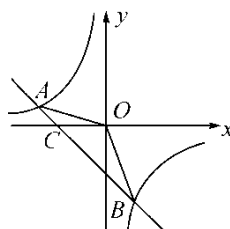
(2) 解方程： $x^2 - 6x - 4 = 0$.

18. (14 分) 已知 $A(-4, 2)$, $B(n, -4)$ 两点是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 图象的两个交点.

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 观察图象，直接写出关于 x 的不等式 $kx+b-\frac{m}{x} > 0$ 的解集.

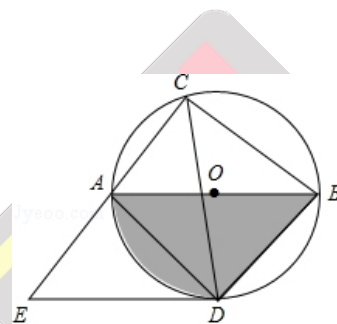


19. (14 分) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=10$, 弦 $AC=6$, $\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于 D , 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 CA 的延长线于点 E , 连接 AD , BD .

(1) 由 AB , BD , $\widehat{AD}$ 围成的曲边三角形的面积是_____;

(2) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 求线段 DE 的长.

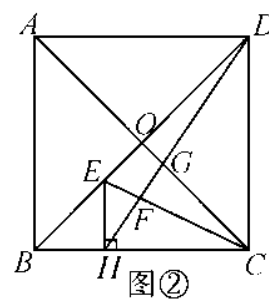
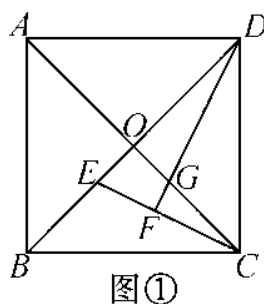


20. (15 分) 已知正方形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O .

(1) 如图①, E , G 分别是 OB , OC 上的点, CE 与 DG 的延长线相交于点 F . 若 $DF \perp CE$, 求证: $OE=OG$;

(2) 如图②, H 是 BC 上的点, 过点 H 作 $EH \perp BC$, 交线段 OB 于点 E , 连结 DH 交 CE 于点 F , 交 OC 于点 G . 若 $OE=OG$.

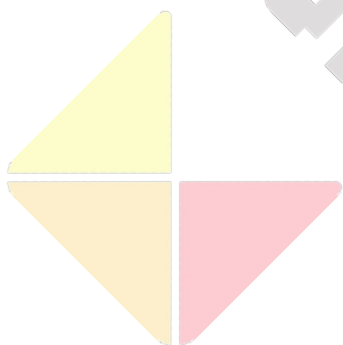
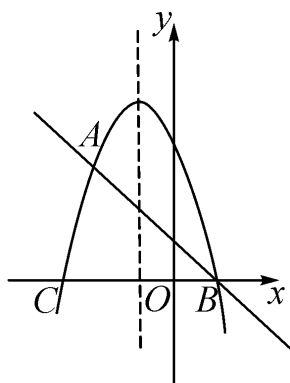
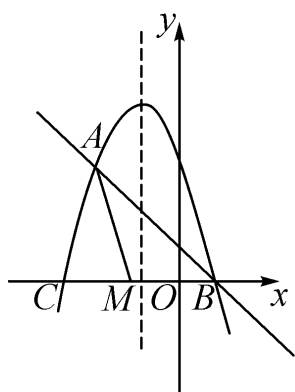
①求证: $\angle ODG = \angle OCE$; ②当 $AB=1$ 时, 求 HC 的长.



21. (15 分) 在平面直角坐标系中, 我们定义直线 $y=ax-a$ 为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的“梦想直线”; 有一个顶点在抛物线上, 另有一个顶点在 y 轴上的三角形为其“梦想三角形”.

已知抛物线 $y=-\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 与其“梦想直线”交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 x 轴负半轴交于点 C .

- (1) 填空: 该抛物线的“梦想直线”的表达式为_____, 点 A 的坐标为_____, 点 B 的坐标为_____;
- (2) 如图, 点 M 为线段 CB 上一动点, 将 $\triangle ACM$ 以 AM 所在直线为对称轴翻折, 点 C 的对称点为 N , 若 $\triangle AMN$ 为该抛物线的“梦想三角形”, 求点 N 的坐标;
- (3) 当点 E 在抛物线的对称轴上运动时, 在该抛物线的“梦想直线”上, 是否存在点 F , 使得以点 A, C, E, F 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 请直接写出点 E, F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



九年级下学期开学考试数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. A. 2. B. 3. A. 4. D. 5. B. 6. B. 7. B 8. C. 9. A. 10. D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. $m(4m+n)(4m-n)$ 12. $48+12\sqrt{3}$.

13. 解：列表如下：

	1	2	3	4	5
1	- - -	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)
2	(1, 2)	- - -	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	- - -	(4, 3)	(5, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	- - -	(5, 4)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	- - -

所有等可能的情况有 20 种，其中恰好是两个连续整数的情况有 8 种，

则 $P(\text{恰好是两个连续整数}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ，故答案为： $\frac{2}{5}$

14. $\frac{4}{5}$ 15. $\sqrt{5}$ 16. ②④⑤

三、解答题（本大题共 7 小题，共 70 分）

17. 解：（1）原式=10；

（2）这里 $a=1$ ， $b=-6$ ， $c=-4$ ， $\therefore \Delta=36+16=52$ ， $\therefore x = \frac{6 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 3 \pm \sqrt{13}$ ，

解得： $x_1=3+\sqrt{13}$ ， $x_2=3-\sqrt{13}$ 。

18. 解：（1）把 $A(-4, 2)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ， $m=2 \times (-4) = -8$ ， $\therefore$ 反比例函数表达式 $y = -\frac{8}{x}$ ，

把 $B(n, -4)$ 代入 $y = -\frac{8}{x}$ ，得 $-4n = -8$ ，解得 $n=2$ ， $\therefore B(2, -4)$ 。

把 $A(-4, 2)$ 和 $B(2, -4)$ 代入 $y=kx+b$ ，得 $\begin{cases} -4k+b=2, \\ 2k+b=-4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=-2, \end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y = -x - 2$ ；

（2） $y = -x - 2$ 中，令 $y=0$ ，则 $x=-2$ ， $\therefore$ 点 $C(-2, 0)$ ， $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 6$ ；

（3）由图可得，不等式 $kx+b-\frac{m}{x} > 0$ 的解集为： $x < -4$ 或 $0 < x < 2$ 。

19. 解：（1）如图，连接 OD，

$$\therefore \angle ABD = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ, \quad \therefore \angle AOD = 90^\circ,$$

(2) 由 (1) 知 $\angle AOD = 90^\circ$, 即 $OD \perp AB$, $\because DE \parallel AB$, $\therefore OD \perp DE$, $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$\therefore AF=OD=FD=5, \therefore \angle EAF=90^\circ - \angle CAB=\angle ABC, \therefore \tan \angle EAF=\tan \angle CBA,$$

20. 解(1)如题图①中, $\because$ 四边形 ABCD 是正方形, $\therefore AC \perp BD$, $OD = OC$,

$\because DF \perp CE, \therefore \angle OEC + \angle ODG = 90^\circ, \therefore \angle ODG = \angle OCE, \therefore \triangle DOG \cong \triangle COE (A. S. A.), \therefore OE = OG;$

$$\therefore \triangle ODG \cong \triangle OCE, \therefore \angle ODG = \angle OCE;$$

$\because EH \perp BC, \therefore \angle BEH = \angle EBH = 45^\circ, \therefore EH = BH = 1 - x.$

$$\because EH \perp BC, \therefore \angle EHC = \angle HCD = 90^\circ, \therefore \triangle CHE \sim \triangle DCH, \therefore \frac{EH}{HC} = \frac{HC}{CD},$$

21. 解: (1) $y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $(-2, 2\sqrt{3})$; $(1, 0)$;

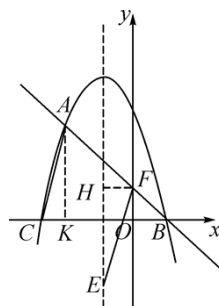
在 $y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$ 中, 令 $y=0$ 可求得 $x=-3$ 或 $x=1$,

由翻折的性质可知 $AN=AC=\sqrt{13}$,

在 $\text{Rt}\triangle AND$ 中, 由勾股定理可得 $DN = \sqrt{AN^2 - AD^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$,

∴N 点坐标为 $(0, 2\sqrt{3}-3)$ 或 $(0, 2\sqrt{3}+3)$ 。

过 F 作对称轴的垂线 FH, 过 A 作 $AK \perp x$ 轴于点 K,



则有 $AC \parallel EF$ 且 $AC=EF$, $\therefore \angle ACK = \angle EFH$.

在 $\triangle ACK$ 和 $\triangle EFH$ 中, $\begin{cases} \angle ACK = \angle EFH, \\ \angle AKC = \angle EHF, \\ AC = EF, \end{cases} \therefore \triangle ACK \cong \triangle EFH (AAS),$

$\therefore FH = CK = 1, HE = AK = 2\sqrt{3},$

$\therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x = -1$, $\therefore F$ 点的横坐标为 0 或 -2 .

$\therefore$ 点 F 在直线 AB 上, $\therefore$ 当 F 点横坐标为 0 时, 则 $F(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$, 此时点 E 在直线 AB 下方,

$\therefore E$ 到 y 轴的距离为 $EH - OF = 2\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 即 E 点纵坐标为 $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $\therefore E(-1, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$;

当 F 点的横坐标为 -2 时, 则 F 与 A 重合, 不合题意, 舍去;

当 AC 为平行四边形的对角线时,

$\therefore C(-3, 0)$, 且 $A(-2, 2\sqrt{3})$, $\therefore$ 线段 AC 的中点坐标为 $(-2.5, \sqrt{3})$.

设 $E(-1, t)$, $F(x, y)$, 则 $x - 1 = 2 \times (-2.5)$, $y + t = 2\sqrt{3}$, $\therefore x = -4, y = 2\sqrt{3} - t$,

代入直线 AB 表达式可得 $2\sqrt{3} - t = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \times (-4) + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 解得 $t = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore E(-1, -\frac{4\sqrt{3}}{3}), F(-4, \frac{10\sqrt{3}}{3})$; 综上可知存在满足条件的点 F ,

此时 $E(-1, -\frac{4\sqrt{3}}{3}), F(0, \frac{4\sqrt{3}}{3})$ 或 $E(-1, -\frac{4\sqrt{3}}{3}), F(-4, \frac{10\sqrt{3}}{3})$.

