

## 2015-2016 学年第二学期初三年级质量检测

### 数学 (2016-02)

- 说明: 1. 全卷共 2 页, 分两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。  
 2. 考试时间 90 分钟, 满分 100 分, 全卷共 23 小题。  
 3. 请将姓名、考号、答案和解答过程等写在答题卷指定位置上。  
 4. 考试结束, 监考人员将答题卷收回。

#### 第一部分 选择题

(本部分共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 每小题给出的四个选项, 只有一项是正确的)

1. 方程  $x^2=3x$  的根是

- A. 3      B. -3 或 0      C. 3 或 0      D. 0

2. 如图是一个几何体的俯视图, 则该几何体可能是



3. 若反比例函数  $y = -\frac{1}{x}$  的图象经过点 A (3, m), 则 m 的值是

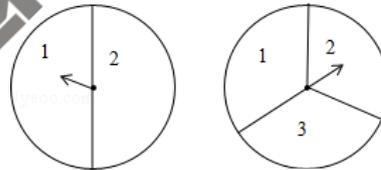
- A. -3      B. 3      C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

4. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $a=4$ ,  $b=3$ , 则  $\cos A$  的值是

- A.  $\frac{3}{5}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{5}{4}$

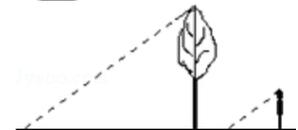
5. 如图, 现分别旋转两个标准的转盘, 则转盘所转到的两个数字之积为奇数的概率是

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{3}{5}$   
 C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{6}$



6. 如图, 在同一时刻, 身高 1.6 米的小丽在阳光下的影长为 2.5 米, 一棵大树的影长为 5 米, 则这棵树的高度为

- A. 7.8 米      B. 3.2 米      C. 2.3 米      D. 1.5 米



7. 某种商品原价是 100 元, 经两次降价后的价格是 90 元. 设平均每次降价的百分率为 x, 可列方程为

- A.  $100x(1-2x)=90$       B.  $100(1+2x)=90$       C.  $100(1+x)^2=90$       D.  $100(1-x)^2=90$

8. 关于二次函数  $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$  的图象与性质, 下列结论错误的是

- A. 抛物线开口方向向下      B. 当  $x=3$  时, 函数有最大值-2

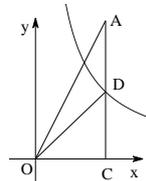
C. 当  $x > 3$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小      D. 抛物线可由  $y = \frac{1}{2}x^2$  经过平移得到

9. 正方形 ABCD 的一条对角线长为 8, 则这个正方形的面积是

- A.  $4\sqrt{2}$       B. 32      C. 64      D. 128

10. 如图,  $\text{Rt}\triangle AOC$  的直角边  $OC$  在  $x$  轴上,  $\angle ACO=90^\circ$ , 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  经过另一条直角边  $AC$  的中点  $D$ ,  $S_{\triangle AOC} = 3$ , 则  $k =$

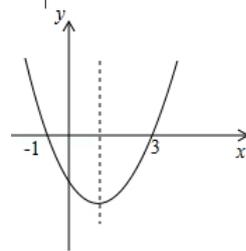
- A. 2      B. 4      C. 6      D. 3



11. 如图, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴的交点的横坐标分别为 -1, 3, 则下列结论正确的个数有

- ①  $ac < 0$     ②  $2a + b = 0$     ③  $4a + 2b + c > 0$     ④ 对于任意  $x$  均有  $ax^2 + bx \geq a + b$

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

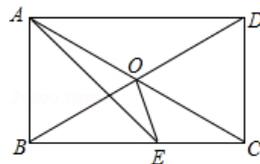


12. 如图, 矩形 ABCD 中,  $AE$  平分  $\angle BAD$  交  $BC$  于  $E$ ,  $\angle CAE = 15^\circ$ , 则下列结论:

- ①  $\triangle ODC$  是等边三角形;    ②  $BC = 2AB$ ;  
③  $\angle AOE = 135^\circ$ ;    ④  $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle COE}$ ,

其中正确的结论的个数有

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

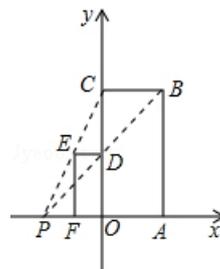


### 第二部分 非选择题

填空题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

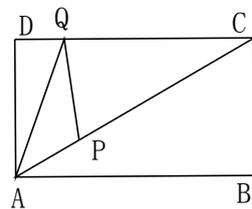
13.  $\sqrt{2} \cos 45^\circ =$

14. 关于  $x$  的一元二次方程  $(k - 1)x^2 - 2x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_



15. 如图, 已知矩形 OABC 与矩形 ODEF 是位似图形,  $P$  是位似中心, 若点  $B$  的坐标为  $(2, 4)$ , 点  $E$  的坐标为  $(-1, 2)$ , 则点  $P$  的坐标为 \_\_\_\_\_

16. 如图, 矩形 ABCD 中,  $AD = 4$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ , 点  $P$  是线段  $AC$  上的动点, 点  $Q$  是线段  $CD$  上的动点, 则  $AQ + QP$  的最小值是 \_\_\_\_\_



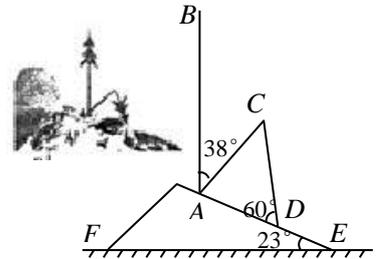
解答题 (本题共 7 小题, 其中第 17 小题 5 分, 第 18 小题 6 分, 第 19 小题 7 分, 第 20 小题 8 分, 第 21 小题 8 分, 第 22 小题 9 分, 第 23 小题 9 分, 共 52 分)

17. 计算:  $(-\frac{1}{2})^{-2} - |-1 + \sqrt{3}| + 2 \sin 60^\circ + (\pi - 4)^0$

18. 九年级(1)班现要从 A、B 两位男生和 C、D 两位女生中, 选派学生代表本班参加全校“中华好诗词”大赛.

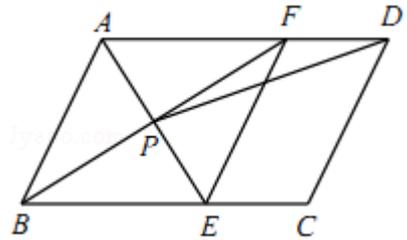
- (1) 如果选派一位学生代表参赛, 求选派到的代表是 A 的概率;
- (2) 如果选派两位学生代表参赛, 求恰好选派一男一女两位同学参赛的概率.

19. 2013 年 9 月 23 日强台风“天兔”登录深圳, 伴随着就是狂风暴雨. 梧桐山山坡上有一棵与水平面垂直的大树, 台风过后, 大树被刮倾斜后折断倒在山坡上, 树的顶部恰好接触到坡面(如图所示). 已知山坡的坡角  $\angle AEF=23^\circ$ , 量得树干的倾斜角为  $\angle BAC=38^\circ$ , 大树被折断部分和坡面所成的角  $\angle ADC=60^\circ$ ,  $AD=3m$ .



- (1) 求  $\angle DAC$  的度数;
- (2) 求这棵大树折断前的高度。(结果保留根号)

20. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AE$  平分  $\angle BAD$ , 交  $BC$  于点  $E$ ,  $BF$  平分  $\angle ABC$ , 交  $AD$  于点  $F$ ,  $AE$  与  $BF$  交于点  $P$ , 连接  $EF$ ,  $PD$ .



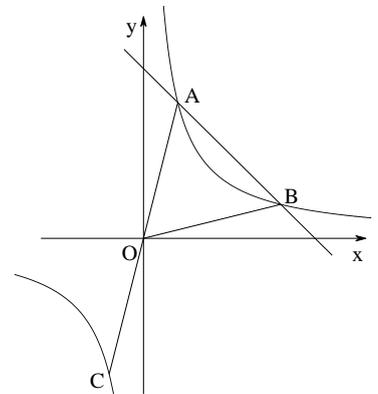
- (1) 求证: 四边形 ABEF 是菱形;
- (2) 若  $AB=4$ ,  $AD=6$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ , 求  $\tan \angle DPF$  的值.

21. 如图, 直线  $y = -x + b$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象相交于

$A(1,4)$ ,  $B$  两点, 延长  $AO$  交反比例函数图象于点  $C$ , 连接  $OB$

- (1) 求  $k$  和  $b$  的值;
- (2) 直接写出一次数值小于反比例函数值的自变量  $x$  的取值范围;
- (3) 在  $y$  轴上是否存在一点  $P$ , 使  $S_{\triangle PAC} = \frac{2}{5} S_{\triangle AOB}$  ?

若存在请求出点  $P$  坐标, 若不存在请说明理由.



22. 东门天虹商场购进一批“童乐”牌玩具, 每件成本价 30 元, 每件玩具销售单价  $x$  (元) 与每天的销售量  $y$  (件) 的关系如下表:

$x$ (元)	...	35	40	45	50	...
$y$ (件)	...	750	700	650	600	...

若每天的销售量  $y$  (件) 是销售单价  $x$  (元) 的一次函数

- (1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式;
- (2) 设东门天虹商场销售“童乐”牌儿童玩具每天获得的利润为  $w$  (元), 当销售单价  $x$  为何值时,

每天可获得最大利润？此时最大利润是多少？

(3) 若东门天虹商场销售“童乐”牌玩具每天获得的利润最多不超过 15000 元，最低不低于 12000 元，那么商场该如何确定“童乐”牌玩具的销售单价的波动范围？请你直接给出销售单价  $x$  的范围。

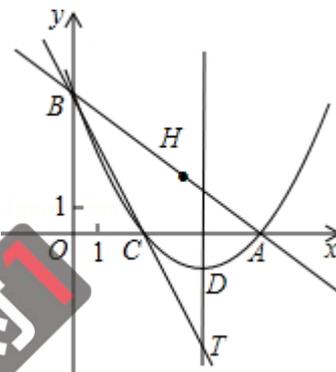
23. 已知：如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  与  $x$  轴、 $y$  轴的交点分别为  $A$ 、 $B$ ，

将  $\angle OBA$  对折，使点  $O$  的对应点  $H$  落在直线  $AB$  上，折痕交  $x$  轴于点  $C$ 。

(1) 直接写出点  $C$  的坐标，并求过  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的抛物线的解析式；

(2) 若抛物线的顶点为  $D$ ，在直线  $BC$  上是否存在点  $P$ ，使得四边形  $ODAP$  为平行四边形？若存在，求出点  $P$  的坐标；若不存在，说明理由；

(3) 设抛物线的对称轴与直线  $BC$  的交点为  $T$ ， $Q$  为线段  $BT$  上一点，直接写出  $|QA - QO|$  的取值范围。



# 参考答案及评分意见

## 第一部分 选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	C	A	A	B	D	D	B	D	C	C

## 第二部分 非选择题

### 填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

题号	13	14	15	16
答案	1	$k < 2$ 且 $k \neq 1$	$(-2, 0)$	$4\sqrt{3}$

### 解答题（本题共 7 小题，其中第 17 题 5 分，第 18 题 6 分，第 19 题 7 分，第 20 题 8 分，第 21 题 8 分，第 22 题 9 分，第 23 题 9 分，共 52 分）

17. 解：原式  $= 4 + 1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$  .....1+2+1+1 分  
 $= 6$ . .....5 分

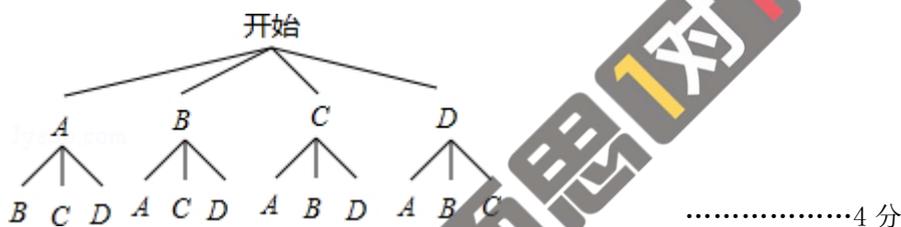
（注：运算的第一步正确一项给 1 分。）

18. 解：（1）∵ 九年级（1）班现要从 A、B 两位男生和 C、D 两位女生中，选派学生代表本班参加全校“中华好诗词”大赛，

∴ 如果选派一位学生代表参赛，那么选派到的代表是 A 的概率是： $\frac{1}{4}$ ;

故答案为： $\frac{1}{4}$ ; .....2 分

（2）画树状图得：



∴ 共有 12 种等可能的结果，恰好选派一男一女两位同学参赛的有 8 种情况，

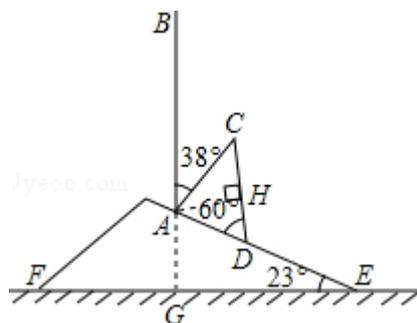
∴ 恰好选派一男一女两位同学参赛的概率为： $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ . .....6 分

19. 解：（1）延长 BA 交 EF 于一点 G，  
 则  $\angle DAC = 180^\circ - \angle BAC - \angle GAE$   
 $= 180^\circ - 38^\circ - (90^\circ - 23^\circ) = 75^\circ$ ; .....2 分

（2）过点 A 作 CD 的垂线，设垂足为 H，  
 则 Rt $\triangle ADH$  中，  
 $\because \angle ADC = 60^\circ, \angle AHD = 90^\circ, \therefore \angle DAH = 30^\circ,$   
 $\therefore AD = 3,$

$\therefore DH = \frac{3}{2}, AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ . .....4 分

Rt $\triangle ACH$  中，



$\therefore \angle CAH = \angle CAD - \angle DAH = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ , .....5分

$\therefore \angle C = 45^\circ$ ,

故  $CH = AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $AC = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ . .....6分

故树高  $\frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}$  (米). .....7分

20. (1) 证明:  $\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$ .

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$ . .....1分

$\because AE$  是角平分线,  $\therefore \angle DAE = \angle BAE$ .

$\therefore \angle BAE = \angle AEB$ .

$\therefore AB = BE$ . .....2分

同理  $AB = AF$ .  $\therefore AF = BE$ .

$\therefore$  四边形 ABEF 是平行四边形. ....3分

$\because AB = BE$ ,  $\therefore$  四边形 ABEF 是菱形. ....4分

(2) 解: 延长 BF, 作  $DH \perp PH$  于 H,

$\because$  四边形 ABEF 是菱形,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ ,

$\therefore AB = AF = 4$ ,  $\angle ABF = \angle AFB = 30^\circ$ ,  $\angle DFH = 30^\circ$ , .....5分

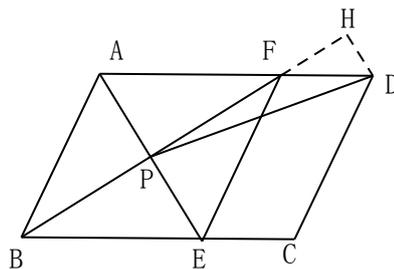
$\because AD = 6$ ,  $AF = 4$ ,  $\therefore DF = 1$ ,

$\because DH \perp PH$ ,  $\angle DFH = 30^\circ$ ,

$\therefore \tan \angle DFH = \frac{DH}{HF} \therefore FH = \sqrt{3}$ , .....6分

$\therefore$  在  $Rt\triangle APF$  中,  $PF = AF \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$ ,  $PH = 3\sqrt{3}$  .....7分

$\therefore \tan \angle DPF = \frac{DH}{PH} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ . .....8分



21. (1) 解: 将  $A(1,4)$  分别代入  $y = -x + b$  和  $y = \frac{k}{x}$

得  $b = 5$ ,  $k = 4$  .....2分

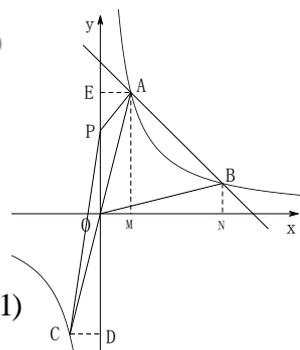
$\therefore$  直线:  $y = -x + 5$  反比例函数的表达式为:  $y = \frac{4}{x}$

(2)  $x > 4$  或  $0 < x < 1$  .....4分

(3) 过 A 作  $AM \perp x$  轴, 过 B 作  $BN \perp x$  轴, 由  $-x + 5 = \frac{4}{x}$  解得  $B(4,1)$

$S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形}AMNB} = \frac{1}{2}(AM + BN)MN = \frac{1}{2}(1 + 4) \times 3 = \frac{15}{2}$  .....5分

$\therefore S_{\triangle PAC} = \frac{2}{5} S_{\triangle AOB}$ ,  $\therefore S_{\triangle PAC} = \frac{2}{5} \times \frac{15}{2} = 3$  .....6分



过 A 作  $AE \perp y$  轴, 过 C 作  $CD \perp y$  轴, 设  $P(0, t)$

$$\therefore S_{\Delta PAC} = \frac{1}{2}OP \times CD + \frac{1}{2}OP \times AE = \frac{1}{2}OP(CD + AE) = |t| = 3 \quad \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$\therefore t = 3, t = -3, \therefore P(0,3) P(0,-3) \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

22 解: (1) 设函数解析式为  $y=kx+b$ ,

$$\begin{cases} 40k + b = 700 \\ 45k + b = 650 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -10 \\ b = 1100 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$y = -10x + 1100; \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$(2) y = (x-30)(-10x+1100) \\ = -10x^2 + 1400x - 33000 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = 70, \text{ 最大值: } w = 16000. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

当销售单价为 70 元时, 每天可获得最大利润. 最大利润是 16000 元.  $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

$$(3) 15000 = -10x^2 + 1400x - 33000,$$

解得  $x=60$  或  $80$ ;

$$12000 = -10x^2 + 1400x - 33000,$$

解得  $x=50$  或  $90$ ,

$$\therefore 50 \leq x \leq 60 \text{ 或 } 80 \leq x \leq 90. \quad \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

23. (1) 解: (1) 点 C 的坐标为 (3, 0).  $\dots\dots\dots (1 \text{分})$

$\therefore$  点 A、B 的坐标分别为 A (8, 0), B (0, 6),

$\therefore$  可设过 A、B、C 三点的抛物线的解析式为  $y=a(x-3)(x-8)$ .

将  $x=0, y=6$  代入抛物线的解析式, 得  $a = \frac{1}{4}$ .  $\dots\dots\dots (2 \text{分})$

$\therefore$  过 A、B、C 三点的抛物线的解析式为  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{11}{4}x + 6$ .  $\dots\dots\dots (3 \text{分})$

(2) 可得抛物线的对称轴为直线  $x = \frac{11}{2}$ , 顶点 D 的坐标为  $(\frac{11}{2}, -\frac{25}{16})$ ,

设抛物线的对称轴与 x 轴的交点为 G.

直线 BC 的解析式为  $y = -2x + 6$ .  $\dots\dots\dots (4 \text{分})$

解法一:

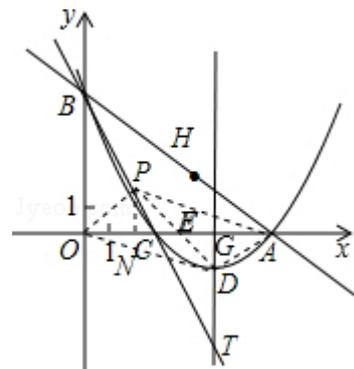
如图, 取 OA 的中点 E,

作点 D 关于点 E 的对称点 P, 作  $PN \perp x$  轴于点 N.

则  $\angle PEN = \angle DEG, \angle PNE = \angle DGE, PE = DE$ .

可得  $\Delta PEN \cong \Delta DEG$ .

由  $OE = \frac{OA}{2} = 4$ , 可得 E 点的坐标为 (4, 0).



$$NE=EG=\frac{3}{2}, ON=OE-NE=\frac{5}{2}, NP=DG=\frac{25}{16}$$

∴ 点 P 的坐标为  $(\frac{5}{2}, \frac{25}{16})$ . …………… (5分)

∵  $x=\frac{5}{2}$  时,  $-2x+6=-2 \times \frac{5}{2}+6=1 \neq \frac{25}{16}$ , ∴ 点 P 不在直线 BC 上.

∴ 直线 BC 上不存在符合条件的点 P. …………… (6分)

解法二: 如图, 作  $OP \parallel AD$  交直线 BC 于点 P, 连接 AP, 作  $PM \perp x$  轴于点 M.

∵  $OP \parallel AD$ ,

∴  $\angle POM = \angle GAD$ ,  $\tan \angle POM = \tan \angle GAD$ , ∴  $\frac{PM}{OM} = \frac{DG}{GA}$ ,

$$\text{即 } \frac{-2x+6}{x} = \frac{\frac{25}{16}}{8-\frac{11}{2}}. \quad \text{解得 } x = \frac{16}{7}. \quad \text{经检验 } x = \frac{16}{7} \text{ 是原方程的解.}$$

此时点 P 的坐标为  $(\frac{16}{7}, \frac{10}{7})$ . …………… (5分)

但此时  $OM = \frac{16}{7}$ ,  $GA = \frac{5}{2}$ ,  $OM < GA$ .

∴  $OP = \frac{OM}{\cos \angle POM}$ ,  $AD = \frac{GA}{\cos \angle GAD}$ ,  $\angle POM = \angle GAD$ ,

∴  $OP < AD$ , 即四边形的对边 OP 与 AD 平行但不相等,

∴ 直线 BC 上不存在符合条件的点 P. …………… (6分)

(3)  $|QA - QO|$  的取值范围是  $0 \leq |QA - QO| \leq 4$ . …………… (9分)

当 Q 在 OA 的垂直平分线上与直线 BC 的交点时, (如点 K 处),

此时  $OK = AK$ , 则  $|QA - QO| = 0$ ,

当 Q 在 AH 的延长线与直线 BC 交点时, 此时  $|QA - QO|$  最大,

直线 AH 的解析式为:  $y = -\frac{3}{4}x + 6$ , 直线 BC 的解析式为:  $y = -2x + 6$ ,

联立可得: 交点为  $(0, 6)$ , ∴  $OQ = 6$ ,  $AQ = 10$ , ∴  $|QA - QO| = 4$ ,

∴  $|QA - QO|$  的取值范围是:  $0 \leq |QA - QO| \leq 4$ .

