选择题（共12题，每题5分）

1. 已知集合$P=\left\{x|y=\sqrt{-x^2+x+2},x\in\mathbf{N}\right\}$， $Q=\{x|\ln x<1\}$，则$P\cap Q=$（　　）．

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $(0,2]$　　D. $(0,\mathrm{e})$

2. 若复数$z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{\mathrm{i}^5-1}$，则复数$z$在复平面内对应的点在（　　）．

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 命题“$\forall x\in[1,2]$，$x^2-3x+2\leqslant 0$”的否定是（　　）．

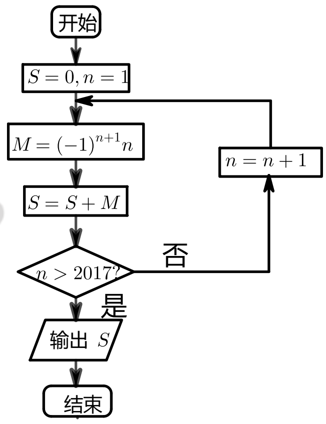
A. $\forall x\in[1,2]$，$x^2-3x+2>0$　　B. $\forall x\notin[1,2]$，$x^2-3x+2>0$

C. $\exists x_0\in[1,2]$，$x_0^2-3x_0+2>0$　　D. $\exists x_0\notin[1,2]$，$x_0^2-3x_0+2>0$

4. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线与直线$3x-y+5=0$垂直，则双曲线$C$的离心率等于（ ）．

A. $\sqrt{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $2\sqrt{2}$

5. 运行如图所示的程序框图，输出的$S=$（　　）．



A. 1009　　B. -1008　　C. 1007　　D. -1009

6. 已知$f(x)=\begin{cases}(2a-1)x+4,(x\leqslant 1)\\ a^x,(x>1)\end{cases}$的定义域为$\mathbf{R}$，数列$\{a_n\}\,(n\in\mathbf{N}^*)$满足$a_n=f(n)$，且$\{a_n\}$是递增数列，则$a$的取值范围是（　　）．

A. $(1,+\infty)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　C. $(1,3)$　　D. $(3,+\infty)$

7. 已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，则$(\vec{a}+\vec{c})\cdot(2\vec{b}-\vec{c})$的最小值为（　　）．

A. -2　　B. $-\sqrt{3}$　　C. -1　　D. 0

8. 《红海行动》是一部现代化海军题材影片，该片讲述了中国海军“蛟龙突击队”奉命执行撤侨任务的故事．撤侨过程中，海军舰长要求队员们依次完成六项任务，并对任务的顺序提出了如下要求：重点任务A必须排在前三位，且任务E、F必须排在一起，则这六项任务的不同安排方案共有（　　）．

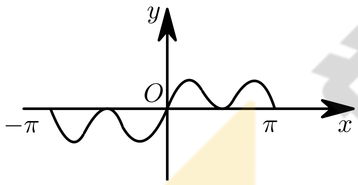
A. 240种　　B. 188种　　C. 156种　　D. 120种

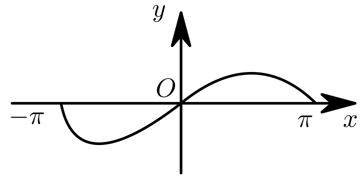
9. 已知函数$f(x)=\sqrt{3}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)-\cos 2x$，若要得到一个奇函数的图象，则可以将函数$f(x)$的图象（　　）．

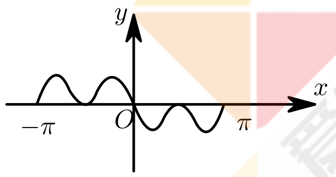
A. 向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度　　B. 向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度

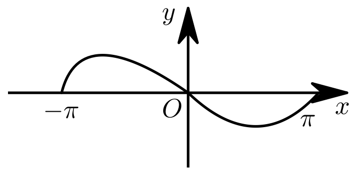
C. 向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度　　D. 向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度

10. 函数$y=\sin x(1+\cos 2x)$在区间$[-\pi,\pi]$上的大致图象为（　　）．

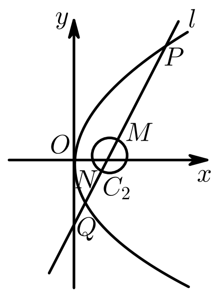
A.


B.


C.


D.


11. 如图，已知抛物线C_1的顶点在坐标原点，焦点在x轴上，且过点$(2,4)$，圆$C_2:x^2+y^2-4x+3=0$，过圆心C_2的直线l与抛物线和圆分别交于P，Q，M，N，则$|PN|+4|QM|$的最小值为（　　）．



A. 23　　B. 42　　C. 12　　D. 52

12. 已知$M=\{\alpha|f(\alpha)=0\}$，$N=\{\beta|g(\beta)=0\}$，若存在$\alpha\in M$，$\beta\in N$，使得$|\alpha-\beta|<n$，则称函数$f(x)$与$g(x)$互为“n度零点函数”，若$f(x)=3^{2-x}-1$与$g(x)=x^2-ae^x$互为“1度零点函数”，则实数a的取值范围为（ ）．

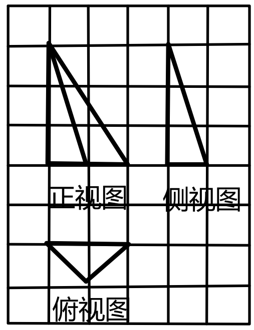
A. $\left(\dfrac{1}{e^2},\dfrac{4}{e}\right]$　　B. $\left(\dfrac{1}{e},\dfrac{4}{e^2}\right]$　　C. $\left[\dfrac{4}{e^2},\dfrac{2}{e}\right)$　　D. $\left[\dfrac{4}{e^3},\dfrac{2}{e^2}\right)$

填空题（共4题，每题5分）

13. 已知二项式$(2x-3)^n$的展开式中二项式系数之和为64，则展开式中x^2的系数为______．

14. 已知实数x，y满足条件$\begin{cases} y\leqslant 2x \\ 2x+y\geqslant 2 \\ x\leqslant 1 \end{cases}$，则$\dfrac{y}{x+3}$的最大值为 ______ .

15. 我国古代数学名著《九章算术》对立体几何有深入的研究，从其中一些数学用语可见，譬如“鳖臑”意指四个面都是直角三角形的三棱锥．某“鳖臑”的三视图（图中网格纸上每个小正方形的边长为 1）如图所示，已知几何体高为$2\sqrt{2}$，则该几何体外接球的表面积为 ______ .



16. 已知椭圆$r:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F(1,0)$，且离心率为$\dfrac{1}{2}$，$\triangle ABC$的三个顶点都在椭圆$r$上，设$\triangle ABC$三条边$AB$、$BC$、$AC$的中点分别为$D$、$E$、$M$，且三条边所在直线的斜率分别为$k_1$、$k_2$、$k_3$，且$k_1$、$k_2$、$k_3$均不为$0$．$O$为坐标原点，若直线$OD$、$OE$、$OM$的斜率之和为$1$．则$\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+\dfrac{1}{k_3}=$ ______ .

解答题（共5题，共60分）

17. $\triangle ABC$内接于半径为R的圆，a，b，c分别是A，B，C的对边，且$2R(\sin^2B-\sin^2A)=(b-c)\sin C$，$c=3$.

（1） 求角A的大小.

（2） 若AD是BC边上的中线，$AD=\dfrac{\sqrt{19}}{2}$，求$\triangle ABC$的面积.

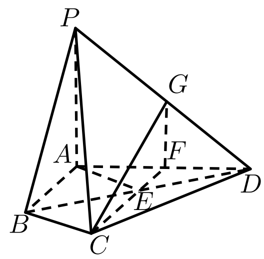
18. 光伏发电是将光能直接转变为电能的一种技术，具有资源的充足性及潜在的经济性等优点，在长期的能源战略中具有重要地位，2015年起，国家能源局、国务院扶贫办联合在6省的30个县开展光伏扶贫试点，在某县居民中随机抽取50户，统计其年用量得到以下统计表．以样本的频率作为概率．

用电量（单位：度）	$(0,200]$	$(200,400]$	$(400,600]$	$(600,800]$	$(800,1000]$
户数	7	8	15	13	7

（1） 在该县居民中随机抽取10户，记其中年用电量不超过600度的户数为X，求X的数学期望．

（2） 在总结试点经验的基础上，将村级光伏电站稳定为光伏扶贫的主推方式．已知该县某自然村有居民300户．若计划在该村安装总装机容量为300千瓦的光伏发电机组，该机组所发电量除保证该村正常用电外，剩余电量国家电网以0.8元/度的价格进行收购．经测算每千瓦装机容量的发电机组年平均发电1000度，试估计该机组每年所发电量除保证正常用电外还能为该村创造直接受益多少元?

19. 如图所示四棱锥$P-ABCD$，$PA\perp$平面$ABCD$，$\triangle DAB\cong\triangle DCB$，$E$为线段$BD$上的一点，且$EB=ED=EC=BC$，连接$CE$并延长交$AD$于$F$.



（1） 若G为PD的中点，求证：平面$PAD\perp$平面CGF.

（2） 若$BC=2$，$PA=3$，求平面BCP与平面DCP所成锐二面角的余弦值.

20. 已知圆$O:x^2+y^2=4$，点$F(1,0)$，P为平面内一动点，以线段FP为直径的圆内切于圆O，设动点P的轨迹为曲线C.

（1） 求曲线C的方程.

（2） M，N是曲线C上的动点，且直线MN经过定点$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，问在$y$轴上是否存在定点$Q$，使得$\angle MQO=\angle NQO$，若存在，请求出定点$Q$，若不存在，请说明理由.

21. 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^x-x^2$.

（1） 求曲线$f(x)$在$x=1$处的切线方程.

（2） 求证：当$x>0$时，$\dfrac{\mathrm{e}^x+(2-\mathrm{e})x-1}{x}\geqslant\ln x+1$.

选做题

解答题：共2题，选做一题计10分

22. 在平面直角坐标系中，以坐标原点为极点，以x轴正半轴为极轴，建立极坐标系，点A的极坐标为$\left(\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4}\right)$，直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=a$，且$l$过点$A$，曲线$C_1$的参数方程为$\begin{cases}x=1\cos\theta\\y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）.

（1） 求曲线C_1上的点到直线l的距离的最大值.

（2） 过点$B(-1,1)$与直线l平行的直线l_1与曲线C_1交于M，N两点，求$|BM|\cdot|BN|$的值.

23. 已知函数$f(x)=|2x-a|+|x-1|$，$a\in\mathbf{R}$.

（1） 若不等式$f(x)+|x-1|\geqslant 2$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立，求实数a的取值范围.

（2） 当$a<2$时，函数$f(x)$的最小值为$a-1$，求实数a的值.