

选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。

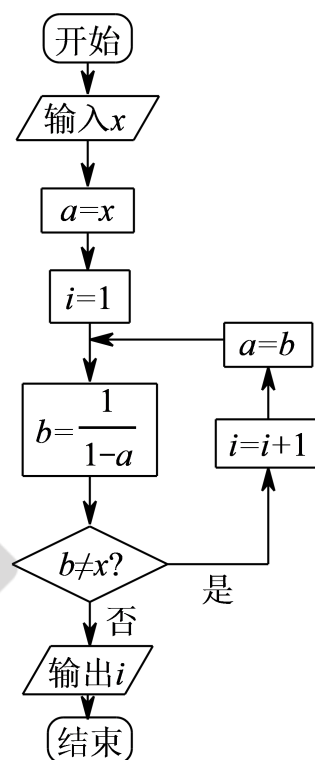
1. 设 A, B 是两个非空集合，定义集合 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$. 若 $A = \{x \in \mathbb{N} | 0 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 10 < 0\}$, 则 $A - B = (\quad)$.

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2, 5\}$

2. 已知复数 $z = \frac{a+i}{2-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数在复平面内对应的点在第三象限，则实数 a 的取值范围是 (\quad) .

- A. $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ C. $(-\infty, -2)$ D. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

3. 执行如图所示的程序框图，若输入的 $x = 2017$ ，则输出的 $i = (\quad)$.



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

4. 已知函数 $f(x) = 2ax - a + 3$, 若 $\exists x_0 \in (-1, 1)$, $f(x_0) = 0$, 则实数 a 的取值范围是 (\quad) .

- A. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -3)$ C. $(-3, 1)$ D. $(1, +\infty)$

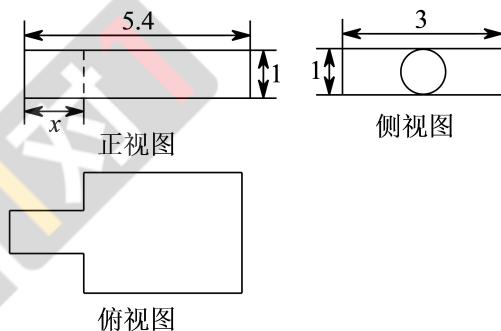
5. 小赵、小钱、小孙、小李到 4 个景点旅游，每人只去一个景点，设事件 $A =$ “4 个人去的景点不相同”，事件 $B =$ “小赵独自去一个景点”，则 $P(A|B) = (\quad)$.

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

6.

中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前344年商鞅督造一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：

寸），若 π 取3，其体积为12.6（立方寸），则图中的 x 为（ ）。



- A. 1.2 B. 1.6 C. 1.8 D. 2.4

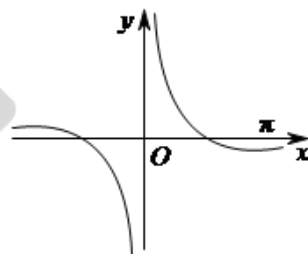
7. 若 $\left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x}\right)^n$ 的展开式中所有项系数的绝对值之和为1024，则该展开式中的常数项是（ ）。

- A. -270 B. 270 C. -90 D. 90

8. 一名法官在审理一起珍宝盗窃案时，四名嫌疑人甲、乙、丙、丁的供词如下，甲说：“罪犯在乙、丙、丁三人之中”；乙说：“我没有作案，是丙偷的”；丙说：“甲、乙两人中有一人是小偷”；丁说：“乙说的是事实”。经过调查核实，四人中有两人说的是真话，另外两人说的是假话，且这四人中只有一人是罪犯，由此可判断罪犯是（ ）。

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

9. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可以是（ ）。



- A. $f(x) = \frac{2-x^2}{2x}$ B. $f(x) = \frac{\cos x}{x^2}$ C. $f(x) = \frac{\cos^2 x}{x}$ D. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

10. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq a \\ x-y \leq -1 \end{cases}$ 且 $z = x + ay$ 的最小值为7，则 $a =$ （ ）。

- A. -5 B. 3 C. -5或3 D. 5或-3

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别为 l_1, l_2 ，经过右焦点 F 垂直于 l_1 的直线分别交 l_1, l_2 于 A, B 两点。若 $|\vec{OA}|, |\vec{AB}|, |\vec{OB}|$ 成等差数列，且 \vec{BF} 与 \vec{FA} 反向，则该双曲线的离心率为（ ）。

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{5}{2}$

12. 在锐角三角形 ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。若 $a = 2b \sin C$ ，则 $\tan A + \tan B + \tan C$ 的最小值是（ ）。

- A. 4 B. $3\sqrt{3}$ C. 8 D. $6\sqrt{3}$

填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.



13. 已知抛物线 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的焦点为 F ，准线与 x 轴的交点为 K ，点 P 在 Γ 上且 $|PK| = \sqrt{2}|PF|$ ，则 $\triangle PKF$ 的面积为 _____ .

14. 函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) - 5\sin x$ 的最大值为 _____ .

15. 已知平面向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 120° ，且 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. 若平面向量 \vec{m} 满足 $\vec{m} \cdot \vec{a} = \vec{m} \cdot \vec{b} = 1$ ，则 $|\vec{m}| =$ _____ .

16. 若四面体 $ABCD$ 的三组对棱分别相等，即 $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$ ，则 _____ . (写出所有正确结论编号)

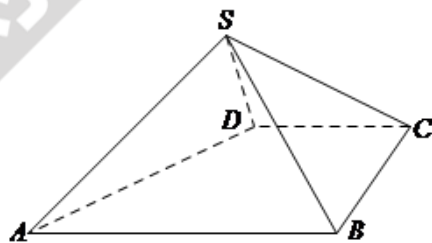
- ①四面体 $ABCD$ 每组对棱相互垂直
- ②四面体 $ABCD$ 每个面的面积相等
- ③从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和大于 90° 而小于 180°
- ④连接四面体 $ABCD$ 每组对棱中点的线段相互垂直平分
- ⑤从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱的长可作为一个三角形的三边长

解析题：本大题共5小题，共70分.

17. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 = 9$ ， a_2 为整数，且 $S_n \leq S_5$.

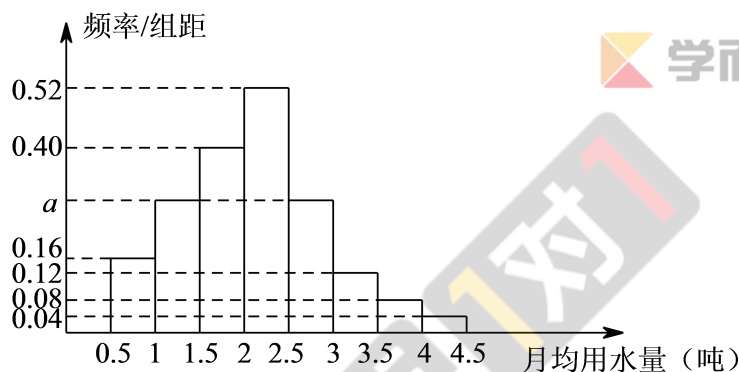
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
- (2) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求证： $T_n \leq \frac{4}{9}$.

18. 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $BC \perp CD$ ，侧面 SAB 为等边三角形， $AB = BC = 2$ ， $CD = SD = 1$.



- (1) 证明： $SD \perp$ 平面 SAB .
- (2) 求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小.

19. 我国是世界上严重缺水的国家，城市缺水问题较为突出. 某市政府为了鼓励居民节约用水，计划在本市试行居民生活用水定额管理，即确定一个合理的居民月用水量标准 x (吨)，用水量不超过 x 的部分按平价收费，超出 x 的部分按议价收费. 为了了解全市居民用水量的分布情况，通过抽样，获得了100位居民某年的月均用水量 (单位：吨)，将数据按照 $[0, 0.5)$, $[0.5, 1)$, \dots , $[4, 4.5]$ 分成9组，制成了如图所示的频率分布直方图.



- (1) 求直方图中 a 的值.
- (2) 若该市政府希望使85%的居民每月的用水量不超过标准 x (吨), 估计 x 的值, 并说明理由.
- (3) 已知平价收费标准为4元/吨, 议价收费标准为8元/吨. 当 $x = 3$ 时, 估计该市居民的月平均水费. (同一组中的数据用该组区间的中点值代替)

20. 设椭圆中心在坐标原点, $A(2, 0), B(0, 1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y = kx (k > 0)$ 与 AB 相交于点 D , 与椭圆相交于 E, F 两点.

- (1) 若 $\overrightarrow{ED} = 6\overrightarrow{DF}$, 求 k 的值;
- (2) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + (1-a)x - a \ln x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.
- (2) 设 $a > 0$, 证明: 当 $0 < x < a$ 时, $f(x+a) < f(a-x)$.
- (3) 设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 证明: $f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > 0$.

请考生在第22、23两题中任选一题作答, 如果两题都做, 则按照所做的第一题给分.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ (t 为参数, $a > 0$). 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -2\sqrt{2}$.

- (1) 设 P 是曲线 C 上的一个动点, 当 $a = 2$ 时, 求点 P 到直线 l 的距离的最小值.
- (2) 若曲线 C 上的所有点均在直线 l 的右下方, 求 a 的取值范围.

23. 设函数 $f(x) = |x-2| + 2x-3$, 记 $f(x) \leq -1$ 的解集为 M .

- (1) 求 M .
- (2) 当 $x \in M$ 时, 证明: $x[f(x)]^2 - x^2 f(x) \leq 0$.