选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 已知集合$A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\left\{1,x,x^2-x\right\}$，且$B\subseteq A$，则$x=$（　　）．

A. 1　　B. 0　　C. 2　　D. -1

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为2，若a_1，a_3，a_4成等比数列，则a_2等于（　　）．

A. -4　　B. -6　　C. -8　　D. -10

3. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$为非零向量，则“$(x\vec{a}+y\vec{b})\perp(2y\vec{a}-x\vec{b})$对任意非零实数$x$，$y$都成立”是“$\vec{a}\perp\vec{b}$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

4. 已知函数$f(x)=\begin{cases}1+x(x\geqslant 0)\\1-x(x<0)\end{cases}$，并给出以下命题，其中正确的是（　　）．

A. 函数$y=f(\sin x)$是奇函数，也是周期函数

B. 函数$y=f(\sin x)$是偶函数，不是周期函数

C. 函数$y=f(\sin\dfrac{1}{x})$是偶函数，但不是周期函数

D. 函数$y=f(\sin\dfrac{1}{x})$是偶函数，也是周期函数

5. 下列命题中，正确的是（　　）．

A. 若a，b是两条直线，α，β是两个平面，且$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则a，b是异面直线

B. 若a，b是两条直线，且$a//b$，则直线a平行于经过直线b的所有平面

C. 若直线a与平面α不平行，则此直线与平面内的所有直线都不平行

D. 若直线$a//$平面α，点$P\in\alpha$，则平面α内经过点P且与直线a平行的直线有且只有一条

6. 已知二面角$\alpha-I-\beta$的平面角为θ，$PA\perp\alpha$，$PB\perp\beta$，A，B为垂足，$PA=4$，$PB=2$，设A，B到二面角的棱I的距离分别为x，y，当θ变化时点(x,y)的轨迹为（　　）．

A. 圆弧　　B. 双曲线的一段　　C. 线段　　D. 椭圆的一段

7. 已知$\triangle ABC$中，a，b，c分别为角A，B，C所对的边，且$a=4$，$b+c=5$，$\tan A+\tan B+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan A\cdot\tan B$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

8.

已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=a$，其前n项和为S_n，且满足$S_n+S_{n-1}=3n^2+2n+4\,(n\geqslant 2)$，若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，$a_n<a_{n+1}$恒成立，则$a$的取值范围是（　）.

A. $\left(\dfrac{23}{4},\dfrac{29}{4}\right)$　　B. $\left(\dfrac{20}{3},\dfrac{29}{4}\right)$　　C. $\left(\dfrac{23}{4},\dfrac{20}{3}\right)$　　D. $\left(-\infty,\dfrac{20}{3}\right)$

填空题（多空题6分，单空题4分，共36分）

9. 已知双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$．则$b=$ ______ ，若以$(2,1)$为圆心，r为半径的圆与该双曲线的两条渐近线组成的图形只有一个公共点，则半径$r=$ ______ ．

10. 记$z=x+ky+1$，$(k\in\mathbf{R})$，其中x，y满足$\begin{cases}2x-y-2\leqslant 0\\x-2y+2\geqslant 0\\x+y-1\geqslant 0\end{cases}$，若$z$的最大值为$3$，则实数$k$的值为 ______ ，$z$的最小值为 ______ ．

11. 下面几个数中：①$3^{0.4}$；②$\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$；③$\log_2 3\cdot\log_9 8$；④$5^{0.2}$；⑤$3^{\frac{1}{3}}$，最大的是 ______ ，最小的是 ______ （请填写对应数的序号）．

12. 如图，某几何体的三视图位置如图所示，则此几何体的体积为 ______ .（单位：cm^2）.

13. 已知正数x，y满足$xy\leqslant 1$，则$M=\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+2y}$的最小值为 ______ ．

14. 已知函数$f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$，对于任意实数$a$，总存在实数$m$，当$x\in[m,m+1]$时，使得$f(x)\leqslant 0$恒成立，则$b$的取值范围为 ______ ．

15. 在平面直角坐标系中，定义$\begin{cases}x_{n+1}=x_n-y_n\\y_{n+1}=x_n+y_n\end{cases}$，$(n\in\mathbf{N}^*)$为点$P_n(x_n,y_n)$到点$P_{n+1}(x_{n+1},y_{n+1})$的一个变换，我们把它称为点变换，已知$P_1(1,0)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P_3(x_3,y_3)$，$\ldots$是经过点变换得到的一无穷点列，则$P_3$的坐标为 ______ ；设$a_n=\overrightarrow{P_nP_{n+1}\cdot P_{n+1}P_{n+2}}$，则满足$a_1+a_2+\ldots+a_n>1000$的最小正整数$n=$ ______ ．

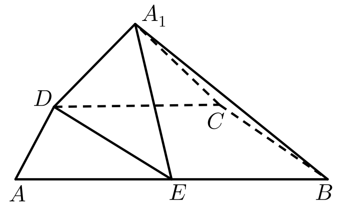
解答题：共5小题，满分74分

16. 已知函数$f(x)=m\sin(\omega x)\cos(\omega x)+n\sin^2(\omega x)(\omega>0)$关于点$\left(\dfrac{\pi}{12},1\right)$对称．

（1）若$m=4$，求$f(x)$的最小值；

（2）若函数$f(x)$的最小正周期是一个三角形的最大内角的值，又$f(x)\leqslant f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$对任意实数$x$成立，求函数$f(x)$的解析式，并写出函数$f(x)$的单调递增区间．

17. 已知直角梯形$ABCD$中，$AB//CD$，$\angle A=\dfrac{\pi}{2}$，$AD=1$，$AB=2CD=4$，E为AB中点，将$\triangle ADE$沿直线DE折起到$\triangle A_1DE$，使得A_1在平面$EBCD$上的射影H在直线CD上．



（1）求证：平面$A_1EC\perp$平面A_1DC.

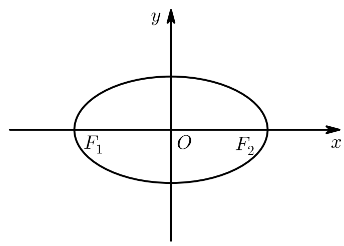
（2）求平面DEA_1与平面A_1BC所成的锐二面角的余弦值．

18. 已知$f(x)=\begin{cases}x^2+ax+1-a(x\geqslant 0)\\ f(x+2)(x<0)\end{cases}$.

（1）若$a=-8$，求当$-6\leqslant x\leqslant 5$时，$|f(x)|$的最大值．

（2）对于任意实数$x_1(x_1\leqslant 3)$，存在$x_2(x_2\neq x_1)$，使得$f(x_2)=f(x_1)$，求实数a的取值范围．

19. 已知$F_1(-\sqrt{3},0)$，$F_2(\sqrt{3},0)$为椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，点$P$在椭圆$C$上，且$\triangle PF_1F_2$面积的最大值为$\sqrt{3}$．



（1）求椭圆C的方程．

（2）若直线I与椭圆C交于A，B两点．$\triangle OAB$的面积为1，$\overrightarrow{OG}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}(s,t\in\mathbf{R})$，当点$G$在椭圆$C$上运动时，试问$s^2+t^2$是否为定值，若是定值，求出这个定值，若不是定值，求出s^2+t^2的取值范围．

20. 已知在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{{a_n}^2}{ta_n+2}$．

（1）若$t=0$，求数列$\{a_n\}$的通项公式．

（2）若$t=1$，求证：$\dfrac{2}{3}\leqslant\dfrac{2a_1}{a_1+2}+\dfrac{4a_2}{a_2+2}+\dfrac{6a_3}{a_3+2}+\cdots+\dfrac{2na_n}{a_n+2}<\dfrac{3}{2}$．