

- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{4}{3}$

9. 已知 $f(x) = ax^2 + bx$ ，其中 $-1 \leq a < 0$ ， $b > 0$ ，则“存在 $x \in [0, 1]$ ， $|f(x)| > 1$ ”是“ $a + b > 1$ ”的（ ）。

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 设正实数 x, y ，则 $|x - y| + \frac{1}{x} + y^2$ 的最小值为（ ）。

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$ C. 2 D. $\sqrt[3]{2}$

填空题（多选题6分，单选题4分，满分36分）

11. 已知向量 $\vec{a} = (-2, x)$ ， $\vec{b} = (y, 3)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 直线 $l: x + \lambda y + 2 - 3\lambda = 0 (\lambda \in \mathbf{R})$ 恒过定点 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， $P(1, 1)$ 到该直线的距离最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

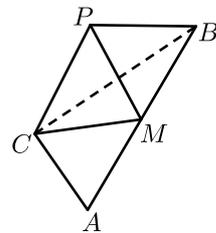
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ e^{f(|x+1|)}, & x < 1 \end{cases}$ ，（ e 为自然对数的底数），则 $f(e) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，函数 $y = f(f(x)) - 1$ 的零点有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个。（用数字作答）

14. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $a \cos B = b \cos A$ ， $4S = 2a^2 - c^2$ ，其中 S 是 $\triangle ABC$ 的面积，则 C 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 用黑白两种颜色随机地染如图所示表格中6个格子，每个格子染一种颜色，则有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个不同的染色方法，出现从左至右数，不管数到哪个格子，总有黑色格子不少于白色格子的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



16. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \sqrt{2}$ ， M 为 AB 的中点，现将 $\triangle ACM$ 沿 CM 折成三棱锥 $P - CBM$ ，当二面角 $P - CM - B$ 大小为 60° 时， $\frac{AB}{PB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



17. 设 $A = \{(x, y) | x^2 - a(2x + y) + 4a^2 = 0\}$, $B = \{(x, y) | |y| \geq b|x|\}$, 对于任意实数 a , 均有 $A \subseteq B$ 成立, 则实数 b 的最大值是 _____ .

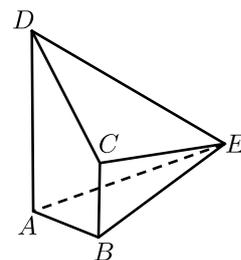
解答题：共5题，共74分

18. 已知直线 $x = \frac{5\pi}{18}$ 是函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ ($-\pi < \varphi < 0$) 图象的一条对称轴.

(1) 求 φ .

(2) 求函数 $y = f(x) + f\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ 的值域.

19. 如图, 在四棱锥 $E-ABCD$ 中, 平面 $CDE \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 1$, $AD = ED = 3$, $EC = 2$.



(1) 证明: $AB \perp$ 平面 BCE .

(2) 求直线 AE 与平面 CDE 所成角的正弦值.

20. 已知函数 $f(x) = x^2 - x^3$, $g(x) = e^x - 1$ (e 为自然对数的底数).

(1) 求证: 当 $x \geq 0$ 时, $g(x) \geq x + \frac{1}{2}x^2$.

(2) 记使得 $kf(x) \leq g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 恒成立的最大实数 k 为 n_0 , 求证: $n_0 \in [4, 6]$.

21. 过椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 右焦点 $F(1, 0)$ 的直线与椭圆 C 交于两点 A, B , 自 A, B 向直线 $x = 5$ 作垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 , 且 $\frac{|AA_1|}{AF} = \sqrt{5}$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 记 $\triangle AFA_1, \triangle FA_1B_1, \triangle BFB_1$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 证明: $\frac{S_1 \cdot S_3}{S_2^2}$ 是定值, 并求出该定值.

22. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = a$, $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n^2 + 1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 证明: 当 $n \geq 2$ 时, $a_n < a_{n+1} < 1$.

(2) 若 $b \in (a_2, 1)$, 求证: 当整数 $k \geq \frac{(b-a_2)(b+1)}{a_2(1-b)} + 1$ 时, $a_{k+1} > b$.

