选择题：每题4分,共40分

1. 已知$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|-1<x<1\}$，则$\complement_U A=$（　　）．

A. $(-1,1)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

2. 已知定义在复数集C上的函数$f(x)$满足$f(x)=\begin{cases}1+x,x\in\mathbf{R}\\(1-\mathrm{i})x,x\notin\mathbf{R}\end{cases}$，则$f(1+\mathrm{i})$等于（　）．

A. -2　　B. 0　　C. 2　　D. $2+\mathrm{i}$

3. 已知互相垂直的平面α，β交于直线l，若直线m，n满足$m//\alpha$，$n\perp\beta$，则（　）．

A. $m//l$　　B. $m//n$　　C. $n\perp l$　　D. $m\perp n$

4. 对任意的实数有$x^4=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+\cdots+a_4(x-2)^4$，则$a_2$等于（　　）．

A. 24　　B. 16　　C. 8　　D. 32

5. 已知实数x，y满足$\begin{cases}y\leqslant x\\y\geqslant -x\\x\leqslant 1\end{cases}$，则$x^2+y^2-2y$的取值范围为（　　）．

A. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{5}\right]$　　B. $\left[\frac{1}{2},5\right]$　　C. $\left[-\frac{1}{2},4\right]$　　D. $[0,4]$

6. 将函数$y=\sin x\cos x$的图象沿直线$y=\sqrt{3}x$向左下方平移两个单位，得到$y=f(x)$，则$f(x)$的解析式为（　　）．

A. $y=2\sin(2x+2)-\sqrt{3}$　　B. $y=2\sin(2x+1)-\sqrt{3}$

C. $y=\frac{1}{2}\sin(2x+2)-\sqrt{3}$　　D. $y=\frac{1}{2}\sin(2x+1)-\sqrt{3}$

7. 若$|y-x^2|=4x$，$0<x<2$，则实数y的取值范围为（　　）．

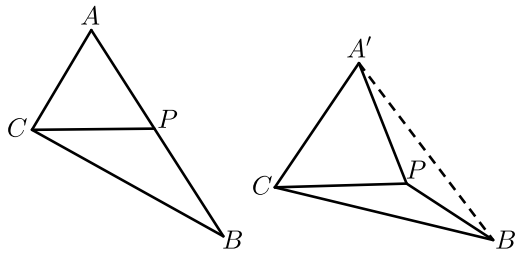
A. $(-4,0)$　　B. $(0,12)$　　C. $(-4,12)$　　D. $(-4,0)\cup(0,12)$

8. 设a，b，c是不全相等的实数，随机变量ξ取值为a，b，c的概率都是$\frac{1}{3}$，随机变量η取值为$\frac{a+b}{2}$，$\frac{b+c}{2}$，$\frac{c+a}{2}$的概率也都是$\frac{1}{3}$，则（　　）．

A. $E\xi<E\eta$，$D\xi<D\eta$　　B. $E\xi=E\eta$，$D\xi>D\eta$

C. $E\xi<E\eta$，$D\xi=D\eta$　　D. $E\xi=E\eta$，$D\xi=D\eta$

9. 如图，P是$\triangle ABC$边AB上一点，将$\triangle ACP$沿CP折成直二面角$A'-CP-B$，要使$|A'B|$最短，则CP是（　　）．



A. $\triangle ABC$中AB边上的中线

B. $\triangle ABC$中AB边上的高线

C. $\triangle ABC$中$\angle ACB$的平分线

D. 要视$\triangle ABC$的具体情况而定

10. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式为：$a_n=4n+1$，$b_n=3^n\,(n\in\mathbf{N}^*)$，在数列$\{a_n\}$中存在连续的$k(k>1,k\in\mathbf{N}^*)$项和是数列$\{b_n\}$中的某一项，则$k$的取值集合为（　　）．

A. $\{k|k=2^\alpha,\alpha\in\mathbf{N}^*\}$

B. $\{k|k=3^\alpha,\alpha\in\mathbf{N}^*\}$

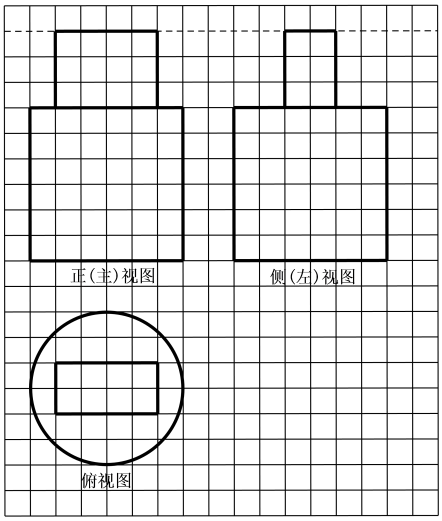
C. $\{k|k=2\alpha,\alpha\in\mathbf{N}^*\}$

D. $\{k|k=3\alpha,\alpha\in\mathbf{N}^*\}$

填空题：每题6分,共36分

11. 已知抛物线$x^2=8y$的准线方程为 _____ ；焦点坐标为 _____ ．

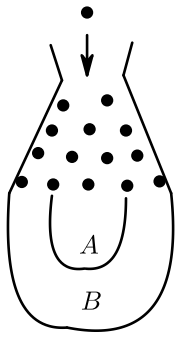
12. “榫卯”是我国古代工匠极为精巧的发明，它是在两个构件上采用凹凸部位相结合的一种连接方式．我国的北京紫禁城，山西悬空寺，福建宁德的廊桥等建筑都用到了榫卯结构．图中网格小正方形的边长为1，粗实线画出的是一种榫卯构件中榫的三视图，则其体积为 _____ ；表面积分别为 _____ ．



13. 已知数列$\{a_n\}$是正项等比数列，满足$\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，且$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=2$，则公比$q=$ _____ ；$\log_2(a_{51}+a_{52}+a_{53}+a_{54}+a_{55})=$ _____ ．

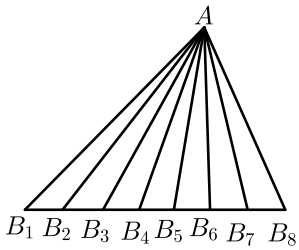
14. 将一个半径适当的小球放入如图所示的容器最上方的入口处，小球将自由下落．小球在下落的过程中，将3次遇到黑色障碍物，最后落入A袋或B袋中．已知小球每次遇到黑色障碍物时，向左、右两边下落的概率都是$\frac{1}{2}$，则小球落入A袋中的概率

为 _____ .



15. 已知两个同心圆的半径分别为3和4，圆心为O．点P、Q分别是大圆、小圆上的任意一点，线段PQ的中垂线为l．若光线从点O射出，经直线l（入射光线与直线l的公共点为A）反射后经过点Q，则$|OA|-|AQ|$的取值范围是 _____ .

16. 如图，在$\triangle AB_1B_8$中，已知$\angle B_1AB_8=\dfrac{\pi}{3}$，$AB_1=6$，$AB_8=4$，点$B_2$，$B_3$，$B_4$，$B_5$，$B_6$，$B_7$分别为边$B_1B_8$的7等分点，则当$i+j=9(1\leqslant i\leqslant 8)$时，$\overrightarrow{AB_i}\cdot\overrightarrow{AB_j}$的最大值为 _____ .



17. 已知a，b，$c\in\mathbf{R}$，$a+b+c=3$，$a\geqslant b\geqslant c$，方程$ax^2+bx+c=0$有实根，则a的最小值为 _____ .

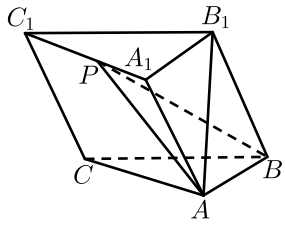
解答题 ：共5小题，共74分

18. 已知向量$\vec{m}=(\sqrt{3}\sin x,\sin x)$，$\vec{n}=(\cos x,\sin x)$，函数$f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}-\dfrac{1}{2}\cdot(x\in\mathbf{R})$．

（1）求函数$f(x)$的最大值和单调递增区间．

（2）在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对边分别为a，b，c，满足$b^2=ac$且$f(B)=\dfrac{1}{2}$，求$\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan C}$值．

19. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB\perp BC$，$AB_1\perp$平面ABC，且$AB=BC=AB_1=2$．



（1）证明：平面$C_1CBB_1\perp$平面A_1ABB_1．

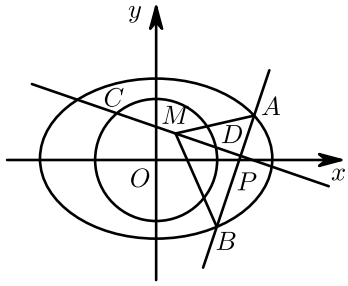
（2）若点P为A_1C_1的中点，求直线BP与平面A_1ACC_1所成角的正弦值．

20. 已知函数$f(x)=lnx-2\sqrt{x}$．

（1）当$x>1$时，证明：$f(x)<-\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$．

（2）当$\dfrac{1}{4}\leqslant x\leqslant 1$时，证明：$f(x)\geqslant\dfrac{2}{3}x-\dfrac{8}{3}$．

21. 已知F_1，F_2为椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$的左、右焦点，离心率$e=\dfrac{1}{2}$，椭圆上的点作以$F_1F_2$为直径的圆$O$的切线，切线长最短为$\sqrt{2}$．



（1）求椭圆C的方程．

（2）设斜率存在且不为零的直线l_1：$x=ty+m(m>1)$交椭圆C于A，B两点，与x轴交于点P，过点P与l_1垂直的直线l_2交圆O于C，D两点，M为线段CD中点，求$\triangle MAB$面积最大时m的取值范围．

22. 已知正项数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}^2-a_{n+1}-a_n^2+1=0$，$n\in\mathbf{N}^*$．证明：

（1）$1<a_n<a_{n+1}$．

（2）$\dfrac{n+7}{4}\leqslant a_n\leqslant n+1$．

（3）$\dfrac{1}{2a_1^2-3}+\dfrac{1}{2a_2^2-3}+\cdots+\dfrac{1}{2a_n^2-3}<1$．