

选择题：每题4分,共40分

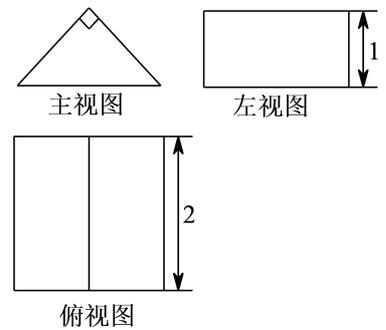
1. 已知集合 $M = \{x|0 \leq x \leq 6\}$, $N = \{x|2^x \leq 32\}$, 则 $M \cup N = (\quad)$.

- A. $(-\infty, 6]$ B. $(-\infty, 5]$ C. $[0, 6]$ D. $[0, 5]$

2. 已知函数 $f(x) = e^x + 2 \sin x$, 则 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 () .

- A. $x + y - 1 = 0$ B. $x + y + 1 = 0$
C. $3x - y + 1 = 0$ D. $3x - y - 1 = 0$

3. 《九章算术》中，将底面是直角三角形的直三棱柱称之为“堑堵”。已知某“堑堵”的三视图如图所示，俯视图中间的实线平分矩形的面积，则该“堑堵”的侧面积为 () .



- A. 2 B. $4 + 2\sqrt{2}$ C. $4 + 4\sqrt{2}$ D. $4 + 6\sqrt{2}$

4. 设不等式组 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases}$ 表示的平面区域为 M , 点 $P(x, y)$ 是平面区域内的动点, 直线 $l: y = k(x - 2)$ 上存在区域 M 内的点, 则 k 的取值范围是 () .

- A. $(-\infty, -3]$ B. $[-1, +\infty)$ C. $[-3, -1]$ D. $(-\infty, -1]$

5. 已知实数 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $ab \geq 2$ ” 是 “ $a^2 + b^2 \geq 4$ ” 成立的 () .

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条

6. 若函数 $f(x) = \cos^2 x + a \sin x + b$, 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M - m$ 的值 () .

- A. 与 a 有关, 且与 b 有关 B. 与 a 有关, 但与 b 无关
C. 与 a 无关, 但与 b 有关 D. 与 a 无关, 且与 b 无关

7. 设随机变量的分布列为下表所示且 $E\xi = 1.6$, 则 $a - b = (\quad)$.

--	--	--	--	--

ξ	0	1	2	3
p	0.1	a	b	0.1

A. 0.2

B. 0.1

C. -0.2

D. -0.4

8. 设 $A(0, b)$, 点 B 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点, 线段 AB 交双曲线一条渐近线于 C 点, 且满足 $\cos \angle OCB = \frac{3}{5}$, 则该双曲线的离心率为 () .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\sqrt{5}$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 2 (x \leq 0) \\ \ln x (x > 0) \end{cases}$, 则下列关于函数 $y = f[f(kx) + 1] + 1 (k \neq 0)$ 的零点个数的判断正确的是 () .

A. 当 $k > 0$ 时, 有3个零点; 当 $k < 0$ 时, 有4个零点

B. 当 $k > 0$ 时, 有4个零点; 当 $k < 0$ 时, 有3个零点

C. 无论 k 为何值, 均有3个零点

D. 无论 k 为何值, 均有4个零点

10. 设点 M 是棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AD 的中点, 点 P 在面 BCC_1B_1 所在的平面内, 若平面 D_1PM 分别与平面 $ABCD$ 和平面 BCC_1B_1 所成的锐二面角相等, 则点 P 到点 C_1 的最短距离是 () .

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

填空题：每题6分,共36分

11. 设 $a \in \mathbf{R}$, 若复数 $\frac{a+i}{1+i}$ (i 为虚数单位) 的实部和虚部相等, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\bar{z}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $(1+ax)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, 若 $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, 则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$, n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 120^\circ$, $AB = 1$, $BC = \sqrt{13}$, $\vec{BD} = \frac{1}{2}\vec{DC}$, 则 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$; $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公差为 d , 关于 x 的不等式 $\frac{d}{2}x^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)x + c \geq 0$ 的解集为 $[0, 10]$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$, 使数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 最大的正整数 n 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 某学校在一天的上午的5节课中, 安排语文、数学、英语三门文化课和音乐、美术两门艺术课各1节, 且相邻两节文化课之间最多安排1节艺术课. 则不同的排课方法共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种 (用数字作答) .

16. 已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} , 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 且 $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$, 记 $f(\lambda) = |\lambda\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ 的最小值为 $M(\vec{c})$. 则 $M(\vec{c})$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 已知 $x, y > 0$, 且 $x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{19}{4}$, 则 $\frac{3}{x} - \frac{7}{16y}$ 的最小值是 _____ .

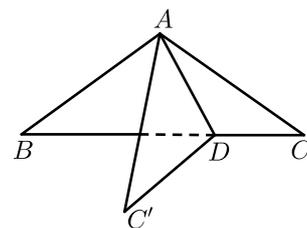
解答题：共5小题，共74分

18. 已知函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x + 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期 .

(2) 若 $f(x) \geq m$ 在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 上恒成立, 求 m 的取值范围 .

19. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, D 为线段 BC 上一点, 且 $DC = \frac{2}{5}BC$, 让 $\triangle ADC$ 绕直线 AD 翻折到 $\triangle ADC'$ 且使 $AC' \perp BC$.



(1) 在线段 BC 上是否存在一点 E , 使平面 $AEC' \perp$ 平面 ABC ?

请证明你的结论 .

(2) 求直线 $C'D$ 与平面 ABC 所成的角 .

20. 设函数 $f(x) = (x - 1)e^x - kx^2$ (其中 $k \in \mathbf{R}$) .

(1) 若 $k = 1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间 .

(2) 当 $k \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[0, k]$ 上的最大值 M .

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 $F(1, 0)$, 过 F 且垂直于 x 轴的弦长为 3, 直线 l 与圆

$(x - 1)^2 + y^2 = 1$ 相切, 且与椭圆 C 交于 A, B 两点, Q 为椭圆的右顶点 .

(1) 求椭圆 C 的方程 .

(2) 用 S_1, S_2 分别表示 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ABQ$ 的面积, 求 $S_1 \cdot S_2$ 的最大值 .

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = ca_n^2 + 1 - c, n \in \mathbf{N}^*$, 其中常数 $c \in (0, 2]$.

(1) 若 $a_2 \geq a_1$, 求 a_1 的取值范围 .

(2) 若 $a_1 \in [-1, 1]$, 求证: 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $a_n \in [-1, 1]$.

(3) 当常数 $c = 2$ 时, 设 $T_n = 2^n a_1 a_2 \cdots a_n$, 若存在实数 A 使得 $|T_n| < A$ 恒成立, 求 a_1 的取值范围 .

