绝密★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型：A

深圳市2019年高三年级第二次调研考试

数 学（理科）

2019．4

本试卷共6页，23小题，满分150分．考试用时120分钟．

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的签字笔在答题卡指定位置填写自己的学校、姓名和考生号，并将条形码正向准确粘贴在答题卡的贴条形码区，请保持条形码整洁、不污损．
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答案涂在答题卷相应的位置上．
3. 非选择题必须用0.5毫米黑色字迹的签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．
4. 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再做答．
5. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将答题卡交回．

第Ⅰ卷

一、**选择题**：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $M=\{x\,|\,x>0\}$，$N=\{x\,|\,x^2-4\geq 0\}$，则 $M\cup N=$

（A）$(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$　（B）$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$　（C）$[2,+\infty)$　（D）$(0,+\infty)$

2．在复平面内，复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{1-2\mathrm{i}}$ 所对应的点位于

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

3．2019年是新中国成立70周年，也是全面建成小康社会的关键之年．为喜迎祖国70周年生日，全民齐心奋力建设小康社会，某校特举办“喜迎国庆，共建小康”知识竞赛活动．下面的茎叶图是参赛两组选手的答题得分情况，则下列说法正确的是

（A）甲组选手得分的平均数小于乙组选手得分的平均数

（B）甲组选手得分的中位数大于乙组选手得分的平均数

（C）甲组选手得分的中位数等于乙组选手得分的中位数

（D）甲组选手得分的方差大于乙组选手得分的方差

甲		乙
5	7	7
7 3 2	8	3 4 5
3	9	1

（第 3 题图）

4．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{1}{2}$，且$a_2\cdot a_4=4(a_3-1)$，则$a_5=$

（A）8　　（B）16　　（C）32　　（D）64

5．已知函数$f(x)=ax^2+(1-a)x+\dfrac{2}{x}$是奇函数，则曲线$y=f(x)$在$x=1$ 处的切线的倾斜角为

（A）$\dfrac{\pi}{4}$　　（B）$\dfrac{3\pi}{4}$　　（C）$\dfrac{\pi}{3}$　　（D）$\dfrac{2\pi}{3}$

6．在平行四边形$ABCD$中，E为CD的中点，F为AE的中点．设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{FB}=$

（A）$-\dfrac{3}{4}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　（B）$\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}+\dfrac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　（C）$\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}-\dfrac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　（D）$\dfrac{3}{4}\boldsymbol{a}-\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$

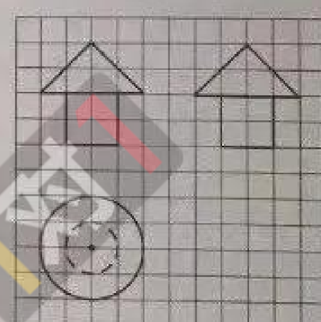
7．如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线和粗虚线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的表面积为

（A）$(8+4\sqrt{2})\pi$

（B）$(9+4\sqrt{2})\pi$

（C）$(8+8\sqrt{2})\pi$

（D）$(9+8\sqrt{2})\pi$



（第 7 题图）

8．十九世纪末，法国学者贝特朗在研究几何概型时提出了“贝特朗悖论”，即“在一个圆内任意选一条弦，这条弦的弦长长于这个圆的内接等边三角形边长的概率是多少？”贝特朗用“随机半径”、“随机端点”、“随机中点”三种方法求解，所得结果均不相同．该悖论的矛头直击概率概念本身，这极大地促进了概率论基础的严格化．已知“随机端点”的方法如下：设A为圆O上一个定点，在圆周上随机取一点B，连结AB，求所得弦长AB大于圆O的内接等边三角形边长的概率．记该概率为p，则$p=$

（A）$\dfrac{1}{5}$　　（B）$\dfrac{1}{4}$　　（C）$\dfrac{1}{3}$　　（D）$\dfrac{1}{2}$

. 已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{x}+\ln x-1$ 有且仅有一个零点，则实数 a 的取值范围为

（A）$(-\infty,0]\cup\{1\}$　　（B）$[0,1]$　　（C）$(-\infty,0]\cup\{2\}$　　（D）$[0,2]$

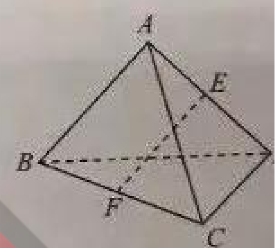
0. 设点 F_1、F_2 分别为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点，点 A、B 分别为椭圆 C 的右顶点和下顶点，且点 F_1 关于直线 AB 的对称点为 M．若 $MF_2\perp F_1F_2$，则椭圆 C 的离心率为

（A）$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{3}-1}{3}$　　（C）$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

1. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x\ (\omega>0)$ 在区间 $[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}]$ 上恰有一个最大值点和一个最小值点，则实数 ω 的取值范围为

（A）$[\dfrac{8}{3},7)$　　（B）$[\dfrac{8}{3},4)$　　（C）$[4,\dfrac{20}{3})$　　（D）$(\dfrac{20}{3},7)$

2. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，$AB=CD=2$，$AC=BD=\sqrt{3}$，$AD=BC=\sqrt{5}$，E、F 分别是 AD、BC 的中点．若用一个与直线 EF 垂直，且与四面体的每个面都相交的平面 α 去截该四面体，由此得到一个多边形截面，则该多边形截面面积的最大值为



（第 12 题图）

（A）$\sqrt{6}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　（C）$\dfrac{5}{2}$　　（D）$\dfrac{5}{4}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第（13）题～第（21）题为必考题，每个试题考生必须做答．第（22）题～第（23）题为选考题，考生根据要求做答．

、**填空题**：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

设实数 x，y 满足 $\begin{cases}2\le x\le 3,\\1\le y\le 2,\\x+y\le 4,\end{cases}$ 则 $\dfrac{y}{x-1}$ 的最大值为________．

14. 已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，且圆$E$：$(x-2)^2+y^2=1$的圆心是双曲线$C$的右焦点，若圆$E$与双曲线$C$的渐近线相切，则双曲线$C$的方程是________.

15. 精准扶贫是全面建成小康社会、实现中华民族伟大"中国梦"的重要保障．某单位拟组成4男3女共7人的扶贫工作队，派驻到3个贫困地区A、B、C进行精准扶贫工作．若每个地区至少派驻1男1女两位工作人员，且男性甲必须派驻到A地区，则不同的派驻方式有______种．

16. 设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_1=3$，当$n\geq 2$时，有$S_n+S_{n-1}-2S_nS_{n-1}=2na_n$，则使得$S_1S_2\cdots S_m\geq 2019$成立的正整数$m$的最小值为________.

三、**解答题**：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. （本小题满分12分）

已知△ABC中，$AB=\sqrt{2}BC$，$AC=2\sqrt{5}$，点D在边AC上，且$AD=2CD$，$\angle ABD=2\angle CBD$．

（1）求$\angle ABC$的大小；

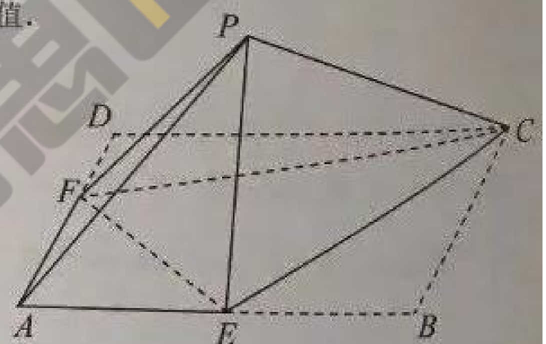
（2）求△ABC的面积．

18. （本小题满分12分）

在边长为4的正方形$ABCD$中，点E、F分别为边AB、AD的中点，以CE，CF为折痕将△DFC和△BCE折起，使点B、D重合于点P，连结PA，得到如图所示的四棱锥$P-AECF$．

（1）求证：$EF\perp PC$；

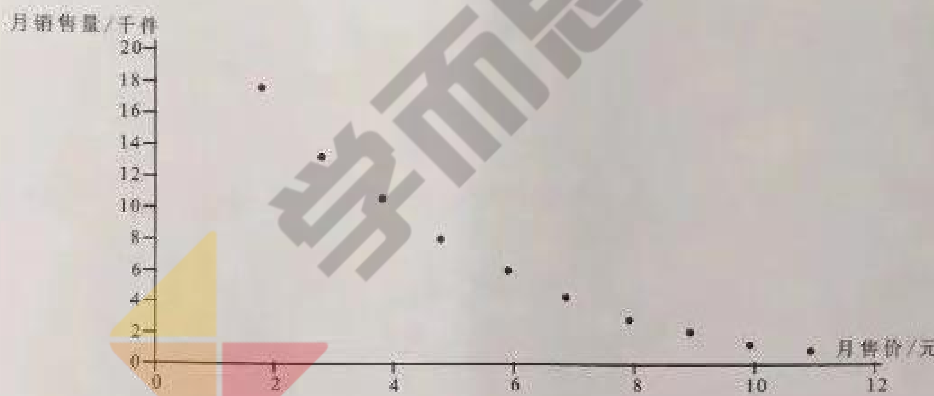
（2）求直线PA与平面PEC所成角的正弦值．



（第18题图）

19．（本小题满分 12 分）

某网店销售某种商品，为了解该商品的月销量 y（单位：千件）与月售价 x（单位：元/件）之间的关系，对近几年的月销售量 y_i 和月销售价 x_i $(i=1,2,3,\cdots,10)$ 数据进行了统计分析，得到了下面的散点图：



（1）根据散点图判断，$y=c+d\ln x$ 与 $y=bx+a$ 哪一个更适宜作为月销量 y 关于月销售价 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不需说明理由），并根据判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（2）利用（1）中的结果回答问题：已知该商品的月销售额为 z（单位：千元），当月销售量为何值时，商品的月销售额预报值最大？(月销售额=月销售量×当月售价)

参考公式、参考数据及说明：

①对一组数据 $(v_1,w_1),(v_2,w_2),\cdots,(v_n,w_n)$，其回归直线 $w=\alpha+\beta v$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(w_i-\overline{w})(v_i-\overline{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(v_i-\overline{v})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{w}-\hat{\beta}\overline{v}$．

②参考数据：

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{u}$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(u_i-\overline{u})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(u_i-\overline{u})(y_i-$
.50	6.60	1.75	82.50	2.70	-143.25	-27.54

表中 $u_i=\ln x_i$，$\overline{u}=\dfrac{1}{10}\sum\limits_{i=1}^{10}u_i$．

③计算时，所有的小数都精确到 0.01，如 $\ln 4.06\approx 1.40$．

20. （本小题满分 12 分）

已知抛物线 $C: x^2 = 4y$，过点 $(2,3)$ 的直线 l 交 C 于 A、B 两点，抛物线 C 在点 A、B 处的切线交于点 P．

（1）当点 A 的横坐标为 4 时，求点 P 的坐标；

（2）若 Q 是抛物线 C 上的动点，当 $|PQ|$ 取最小值时，求点 Q 的坐标及直线 l 的方程．

21. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-ae^{-x}-(a+1)x$（$a\in\mathbf{R}$）．（其中常数 e=2.718 28…，是自然对数的底数）．

（1）求函数 $f(x)$ 的极值点；

（2）若对于任意 $0<a<1$，关于 x 的不等式 $[f(x)]^2<\lambda(e^{a-1}-a)$ 在区间 $(a-1,+\infty)$ 上存在实数解，求实数 λ 的取值范围．

22. （本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\alpha, \\ y=\sin\alpha, \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），圆 C_2 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，射线 l 的极坐标方程为 $\theta=\theta_0$ $(\rho\geq 0)$．

（1）求曲线 C_1 和圆 C_2 的极坐标方程；

（2）当 $0<\theta_0<\dfrac{\pi}{2}$ 时，射线 l 与曲线 C_1 和圆 C_2 分别交于异于点 O 的 M、N 两点，若 $|ON|=2|OM|$，求 $\triangle MC_2N$ 的面积．

23. （本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-m|+|x+\dfrac{1}{m}|\,(m>1)$．

（1）当 $m=2$ 时，求不等式 $f(x)>3$ 的解集；

（2）证明：$f(x)+\dfrac{1}{m(m-1)}\geq 3$．