绝密★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型：A

深圳市2019年高三年级第二次调研考试

数学（文科）

2019．4

本试卷共6页，23小题，满分150分．考试用时120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色字迹的签字笔在答题卡指定位置填写自己的学校、姓名和考生号，并将条形码正向准确粘贴在答题卡的贴条形码区，请保持条形码整洁、不污损．

2．选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答案涂在答题卷相应的位置上．

3．非选择题必须用0.5毫米黑色字迹的签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．

4．作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答．

5．考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将答题卡交回．

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设集合 $A=\{x|x^2-2x<0\}$ ，$B=\{x|1<x<3\}$，则 $A\cap B=$

（A）$(0,1)$　　（B）$(0,3)$　　（C）$(1,2)$　　（D）$(2,3)$

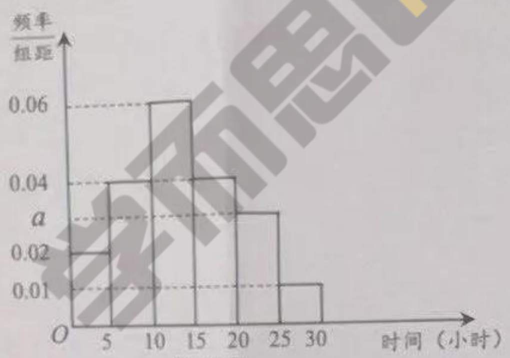
2．复数 $\dfrac{2}{1+i}$ 的共轭复数是

（A）$1+i$　　（B）$1-i$　　（C）$-1+i$　　（D）$-1-i$

3．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，则该双曲线的焦距为

（A）$\sqrt{2}$　　（B）2　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）4

4. 某学校随机抽取了部分学生，对他们每周使用手机的时间进行统计，得到如下的频率分布直方图．若从每周使用时间在$[15,20)$，$[20,25)$，$[25,30]$三组内的学生中，用分层抽样的方法选取8人进行访谈，则应从使用时间在$[20,25)$内的学生中选取的人数为



第4题图

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

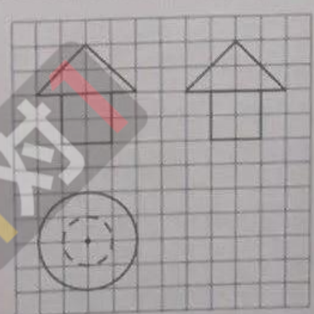
5. 已知角α为第三象限角，若$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=3$，则$\sin\alpha=$

（A）$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（B）$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　（C）$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗实（虚）线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为

（A）$\frac{8\pi}{3}$　　（B）$\frac{10\pi}{3}$

（C）$\frac{14\pi}{3}$　　（D）10π


第6题图

7. 若函数$f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$ $(\omega>0)$图象的两个相邻最高点的距离为π，则函数$f(x)$的一个单调递增区间为

（A）$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$　　（B）$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$　　（C）$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$　　（D）$\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$

8．函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\lg|x|}$ 的图象大致为

（A）　　（B）　　（C）　　（D）

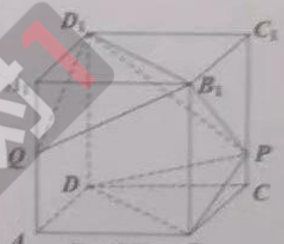
9．十九世纪末，法国学者贝特朗在研究几何概型时提出了“贝特朗悖论”，即：“在一个圆内任意选一条弦，这条弦的弦长大于这个圆的内接正三角形边长的概率是多少？”贝特朗给出了“随机半径”、“随机端点”、“随机中点”三个合理求解的方法，但结果都不相同，这类悖论的矛头直击概率概念本身，强烈地刺激了概率论基础的严格化．其中“随机端点”的求法如下：设 A 为圆 O 上的一个定点，在圆周上随机取一点 B，连接 AB，求所得弦长大于圆 O 的内接正三角形边长的概率．则由“随机端点”求法所求得的概率为

（A）$\dfrac{1}{5}$　　（B）$\dfrac{1}{4}$　　（C）$\dfrac{1}{3}$　　（D）$\dfrac{1}{2}$

10．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，P 为棱 CC_1 上的动点，Q 为棱 AA_1 的中点，设直线 m 为平面 BDP 与平面 B_1D_1P 的交线，以下关系中正确的是

（A）$m\,//\,D_1Q$　　（B）$m\,//$ 平面 B_1D_1Q

（C）$m\perp B_1Q$　　（D）$m\perp$ 平面 ABB_1A_1



第 10 题图

11．已知 F_1、F_2 分别是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，点 A 是 F_1 关于直线 $bx+ay=ab$ 的对称点，且 $AF_2\perp x$ 轴，则椭圆 C 的离心率为

（A）$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

12．若函数 $f(x)=x-\sqrt{x}-a\ln x$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上存在零点，则实数 a 的取值范围为

（A）$(0,\dfrac{1}{2})$　　（B）$(\dfrac{1}{2},\mathrm{e})$　　（C）$(0,+\infty)$　　（D）$(\dfrac{1}{2},+\infty)$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第 13～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22～23 题为选考题，考生根据要求作答．

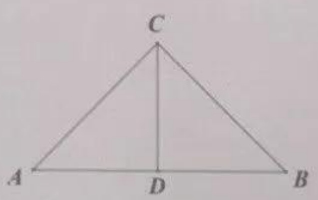
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+3x, & x\geq 0, \\ f(x+2), & x<0, \end{cases}$ 则 $f(-3)=$________．

14．设 ΔABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $c=\sqrt{6}$，$\cos C=-\dfrac{1}{4}$，$\sin A=2\sin B$，则 $b=$________．

15．已知等边 ΔABC 的边长为2，若点 D 满足 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=$________．

16．如图（1），在等腰直角 ΔABC 中，斜边 $AB=4$，D 为 AB 的中点，将△ ACD 沿 CD 折叠得到如图（2）所示的三棱锥 $C-A'BD$．若三棱锥 $C-A'BD$ 的外接球的半径为 $\sqrt{5}$，则 $\angle A'DB=$________．



第 16 题图(1)

第 16 题图(2)

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2, a_{n+1}=a_n+2^n+2\ (n\in \mathbf{N}^*)$．

（1）判断数列 $\{a_n-2^n\}$ 是否为等差数列，并说明理由；

（2）记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，求 S_n．

18．（本小题满分 12 分）

某网店经销某商品，为了解该商品的月销量 y（单位：千件）与当月售价 x（单位：元/件）之间的关系，收集了 5 组数据进行了初步处理，得到如下数表：

x	5	6	7	8	9
y	8	6	4.5	3.5	3

（1）统计学中用相关系数 r 来衡量两个变量之间线性相关关系的强弱，若 $|r|\in[0.75,1]$，则认为相关性很强；若 $|r|\in[0.3,0.75)$，则认为相关性一般；若 $|r|\in[0,0.25]$，则认为相关性较弱. 请根据上表数据计算 y 与 x 之间的相关系数 r（精确到0.01），并说明 y 与 x 之间的线性相关关系的强弱；

（2）求 y 关于 x 的线性回归方程；

（3）根据（2）中的线性回归方程，估计当售价 x 定为多少时，月销售金额最大？(月销售金额=月销售量×当月售价)

附注：

参考数据：$\sqrt{165}\approx 12.85$，

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，

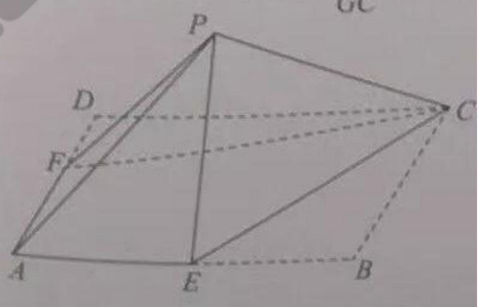
线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

19.（本小题满分 12 分）

在边长为4的正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别为边 AB、AD 的中点，以 CE 和 CF 为折痕把△DFC 和△BEC 折起，使点 B、D 重合于点 P 位置，连结 PA，得到如图所示的四棱锥 $P-AECF$.

(1)在线段 PC 上是否存在一点 G，使 PA 与平面 EFG 平行？若存在，求 $\dfrac{PG}{GC}$ 的值；若不存在，请说明理由.

（2）求点 A 到平面 PEC 的距离.



第 19 题图

20．（本小题满分 12 分）

设点 P 是直线 $y=-2$ 上一点，过点 P 分别作抛物线 $C:x^2=4y$ 的两条切线 PA、PB，其中 A、B 为切点.

（1）若点 A 的坐标为 $(1,\frac{1}{4})$，求点 P 的横坐标；

（2）当△ABP 的面积为 $\frac{27}{2}$ 时，求 $|AB|$.

21．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ae^x+2x-1$，其中常数 $e=2.71828\ldots\ldots$，是自然对数的底数.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）证明：对任意的 $a\geq 1$，当 $x>0$ 时，$f(x)\geq(x+ae)x$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答．注意：只能做所选定的题目．如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22．（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha,\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），圆 C_2 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，射线 l 的极坐标方程为 $\theta=\theta_0\ (\rho\geq 0)$.

（1）求曲线 C_1 和圆 C_2 的极坐标方程；

（2）当 $0<\theta_0<\frac{\pi}{2}$ 时，若射线 l 与曲线 C_1 和圆 C_2 分别交于异于点 O 的 M、N 两点，且 $|ON|=2|OM|$，求△MC_2N 的面积.

23．（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-m|+|x+\frac{1}{m}|\ (m>1)$.

（1）当 $m=2$ 时，求不等式 $f(x)>3$ 的解集；

（2）证明：$f(x)+\frac{1}{m(m-1)}\geq 3$.