

# 2017~2018学年广东广州天河区天河中学高一下 学期期中数学试卷

## 一、选择题：每题5分,共60分

1 已知向量 $\vec{a} = (4, 2)$ ，向量 $\vec{b} = (x, 3)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $x$ 等于( )。

- A. 9                      B. 6                      C. 5                      D. 3

2 若角 $960^\circ$ 的终边上有一点 $(-4, a)$ ，则 $a$ 的值是( )。

- A.  $4\sqrt{3}$                       B.  $-4\sqrt{3}$                       C.  $\pm 4\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

3 已知 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 为( )。

- A.  $\sqrt{23}$                       B.  $\sqrt{47}$                       C.  $\sqrt{14}$                       D. 14

4 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega > 0$ )的最小正周期为 $\pi$ ，则该函数的图像( )。

- A. 关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称                      B. 关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称  
C. 关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称                      D. 关于点 $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ 对称

5  $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ$ 等于( )。

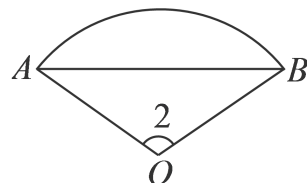
- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C. -1                      D. 1

6 函数 $f(x) = 3 + \sin(\pi + x) - \cos(2x)$ 的最大值和最小值之和是( )。

- A. 9                      B. 8                      C.  $\frac{15}{2}$                       D. 7

- 7 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是非零向量且满足 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{a}$ ， $(\vec{b} - 2\vec{a}) \perp \vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是( ) .
- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

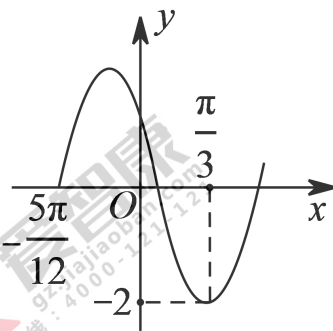
- 8 如图，2弧度的圆心角所对的弦长为2，这个圆心角所对应的扇形面积是( ) .



- A.  $\frac{2}{1 - \cos 2}$                       B.  $\frac{2}{\sin^2 2}$                       C.  $\frac{2}{\sin^2 1}$                       D.  $\frac{2}{1 + \cos 2}$

- 9 已知钝角三角形 $ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}$ ， $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{2}$ ，则 $AC = ( )$  .
- A. 5                      B.  $\sqrt{5}$                       C. 1或 $\sqrt{5}$                       D. 1

- 10 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$  ( $x \in \mathbf{R}$ )的图像的一部分如图所示，其中 $A > 0$ ， $\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，为了得到函数 $f(x)$ 的图像，只要将函数 $g(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 2\sin^2 \frac{x}{2}$  ( $x \in \mathbf{R}$ )的图像上所有的点( ) .



- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变
- B. 把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
- C. 把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

$\triangle ABC$ 中, 已知 $b = 2$ ,  $B = 60^\circ$ , 设 $a = x$ , 如果 $\triangle ABC$ 有两组解, 则 $x$ 的取值范围是 ( ) .

A.  $0 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$

B.  $0 < x < 2$

C.  $2 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$

D.  $2 < x \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$

12 在平行四边形 $ABCD$ 中,  $E$ 、 $F$ 分别是 $BC$ 、 $CD$ 的中点,  $DE$ 交 $AF$ 于 $H$ , 记 $\vec{AB}$ 、 $\vec{BC}$ 分别为 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ , 则 $\vec{AH} = ( )$  .

A.  $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$

B.  $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$

C.  $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$

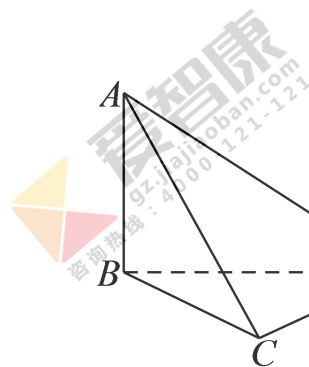
D.  $\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$

## 二、填空题：每题5分,共20分

13 设向量 $\vec{a} = (4, x)$ ,  $\vec{b} = (2, -1)$ , 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则 $x$ 的值是 \_\_\_\_\_ .

14 已知 $|\vec{a}| = 2$ ,  $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$ , 则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影为 \_\_\_\_\_ .

15 如图要测量底部不能到达的电视塔 $AB$ 的高度, 在 $C$ 点测得塔顶 $A$ 的仰角是 $45^\circ$ , 在 $D$ 点测得塔顶 $A$ 的仰角是 $30^\circ$ , 并测得水平面上的 $\angle BCD = 120^\circ$ ,  $CD = 40\text{m}$ , 则电视塔的高度为 \_\_\_\_\_ m .



16 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $y = 3 \sin x - \cos x$ 取得最大值, 则 $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_ .

### 三、解答题：本大题共6小题，共70分

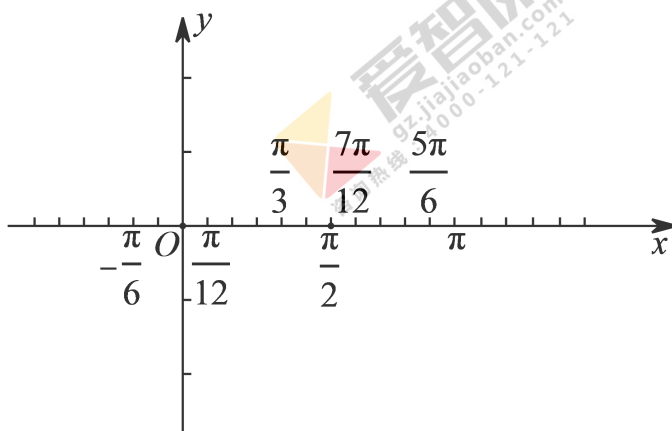
17 已知函数  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x$ .

(1) 求函数  $y = f(x)$  的单调递增区间.

(2) 若  $f\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}$ , 求  $f\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$  的值.

18 已知函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

(1) 在给定的坐标系内，用五点法画出函数  $y = f(x)$  在一个周期内的图像.



(2) 若  $f(x) = -\frac{3}{5}$ ,  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , 求  $\sin 2x$  的值.

19 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, 0 \leq \varphi \leq \pi$ ) 为偶函数，且其图像上相邻两对称轴之间的距离为  $\pi$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的表达式.

(2) 若  $\sin \alpha + f(\alpha) = \frac{2}{3}$ , 求  $\frac{\sqrt{2} \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + 1}{1 + \tan \alpha}$  的值.

20 设向量  $\vec{a} = (6 \cos x, -\sqrt{3})$ ,  $\vec{b} = (\cos x, \sin 2x)$ ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

(1) 若  $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$ , 求  $x$  的值.

(2) 设函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 求  $f(x)$  的最大值和最小值.

在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 已知 $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} = \frac{a-b}{a-c}$ ,  $b=3$ .

(1) 求角 $B$ .

(2) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$ , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

22 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 1$ ,  $P$ 为 $\triangle ABC$ 内一点,  $\angle BPC = 90^\circ$ .

(1) 若 $PB = \frac{1}{2}$ , 求 $PA$ .

(2) 若 $\angle APB = 150^\circ$ , 求 $\tan \angle PBA$ .

