

2017~2018学年广东广州天河区天河中学高一下 学期期中数学试卷

一、选择题：每题5分,共60分

1 已知向量 $\vec{a} = (4, 2)$, 向量 $\vec{b} = (x, 3)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 x 等于() .

- A. 9 B. 6 C. 5 D. 3

2 若角 960° 的终边上有一点 $(-4, a)$, 则 a 的值是() .

- A. $4\sqrt{3}$ B. $-4\sqrt{3}$ C. $\pm 4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

3 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 为() .

- A. $\sqrt{23}$ B. $\sqrt{47}$ C. $\sqrt{14}$ D. 14

4 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$)的最小正周期为 π , 则该函数的图像() .

- A. 关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称 B. 关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称
C. 关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 D. 关于点 $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ 对称

5 $\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ$ 等于() .

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. -1 D. 1

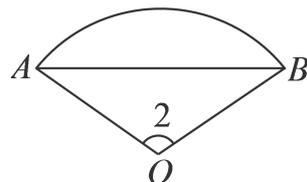
6 函数 $f(x) = 3 + \sin(\pi + x) - \cos(2x)$ 的最大值和最小值之和是() .

- A. 9 B. 8 C. $\frac{15}{2}$ D. 7

7 若 \vec{a} 、 \vec{b} 是非零向量且满足 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{a}$ ， $(\vec{b} - 2\vec{a}) \perp \vec{b}$ ，则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角是()。

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

8 如图，2弧度的圆心角所对的弦长为2，这个圆心角所对应的扇形面积是()。

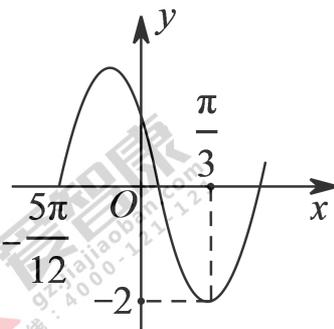


- A. $\frac{2}{1 - \cos 2}$ B. $\frac{2}{\sin^2 2}$ C. $\frac{2}{\sin^2 1}$ D. $\frac{2}{1 + \cos 2}$

9 已知钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}$ ， $AB = 1$ ， $BC = \sqrt{2}$ ，则 $AC = ()$ 。

- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 1或 $\sqrt{5}$ D. 1

10 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}$)的图像的一部分如图所示，其中 $A > 0$ ， $\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，为了得到函数 $f(x)$ 的图像，只要将函数 $g(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 2\sin^2 \frac{x}{2}$ ($x \in \mathbf{R}$)的图像上所有的点()。



- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变
 B. 把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
 C. 把所得各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变

$\triangle ABC$ 中, 已知 $b = 2$, $B = 60^\circ$, 设 $a = x$, 如果 $\triangle ABC$ 有两组解, 则 x 的取值范围是 () .

A. $0 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. $0 < x < 2$

C. $2 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$

D. $2 < x \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$

12 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 BC 、 CD 的中点, DE 交 AF 于 H , 记 \vec{AB} 、 \vec{BC} 分别为 \vec{a} 、 \vec{b} , 则 $\vec{AH} = ()$.

A. $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$

B. $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$

C. $\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$

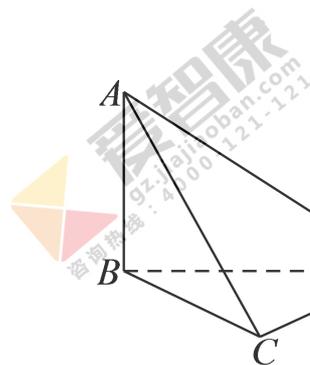
D. $\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$

二、填空题：每题5分,共20分

13 设向量 $\vec{a} = (4, x)$, $\vec{b} = (2, -1)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 x 的值是 _____ .

14 已知 $|\vec{a}| = 2$, $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 \vec{b} 在 \vec{a} 方向上的投影为 _____ .

15 如图要测量底部不能到达的电视塔 AB 的高度, 在 C 点测得塔顶 A 的仰角是 45° , 在 D 点测得塔顶 A 的仰角是 30° , 并测得水平面上的 $\angle BCD = 120^\circ$, $CD = 40\text{m}$, 则电视塔的高度为 _____ m .



16 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $y = 3 \sin x - \cos x$ 取得最大值, 则 $\sin \theta =$ _____ .

三、解答题：本大题共6小题，共70分

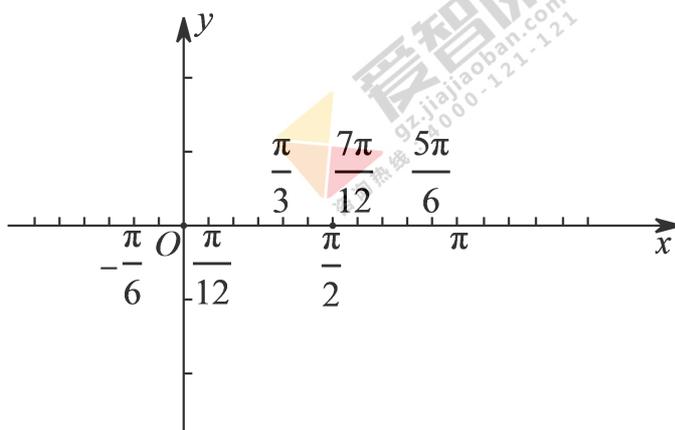
17 已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的单调递增区间.

(2) 若 $f\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 求 $f\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

18 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 在给定的坐标系内，用五点法画出函数 $y = f(x)$ 在一个周期内的图像.



(2) 若 $f(x) = -\frac{3}{5}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\sin 2x$ 的值.

19 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 \leq \varphi \leq \pi$) 为偶函数，且其图像上相邻两对称轴之间的距离为 π .

(1) 求函数 $f(x)$ 的表达式.

(2) 若 $\sin \alpha + f(\alpha) = \frac{2}{3}$, 求 $\frac{\sqrt{2} \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + 1}{1 + \tan \alpha}$ 的值.

20 设向量 $\vec{a} = (6 \cos x, -\sqrt{3})$, $\vec{b} = (\cos x, \sin 2x)$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(1) 若 $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, 求 x 的值.

(2) 设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} = \frac{a-b}{a-c}$, $b=3$.

(1) 求角 B .

(2) 若 $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

22 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$, P 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle BPC = 90^\circ$.

(1) 若 $PB = \frac{1}{2}$, 求 PA .

(2) 若 $\angle APB = 150^\circ$, 求 $\tan \angle PBA$.

