深圳市高级中学 2015-2016 学年第二学期期中测试

高一理科数学

命题人:彭仕主　　审理人:程正科

本试卷由两部分组．第一部分:期中前基础知识和能力考查。共__________分；第二部分，期中后知识考查，共__________分．

第一部分　　基础知识和能力部分（42 分）

一、选择题：共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项．

1．已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $U=\{3,4,5\}$， $N=\{1,2,5\}$，则集合 $\{1,2\}$ 可以表示为（　　）

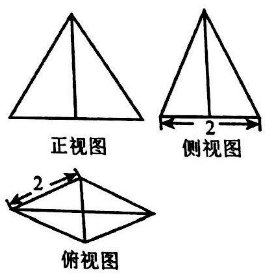
A． $M\cap N$　　B． $(\complement_U M)\cap N$

C． $M\cap(\complement_U N)$　　D． $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$

2．设函数 $f(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$，$g(x)=x^2f(x-1)$，则函数 $g(x)$ 的递减区间是（　　）．

A． $(-\infty,0]$　　B． $[0,1)$　　C． $[1,+\infty)$　　D． $[-1,0]$

3．如图，某几何体的正视图（主视图），侧视图（左视图）和俯视图分别是等边三角形，等腰三角形和菱形，则几何体体积为（　　）．



A． $4\sqrt{3}$　　B． 4

C． $2\sqrt{3}$　　D． 2

4．函数 $f(x)=2^x-\dfrac{2}{x}-a$ 的一个零点在区间 $(1,2)$ 内，则实数 a 的取值范围是（　　）．

A． $(1,3)$　　B． $(1,2)$

C． $(0,3)$　　D． $(0,2)$

二、填空题：共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分．

5．已知点 $A(1,2)$， $B(3,1)$，则线段 AB 的垂直平分线的方程是__________．

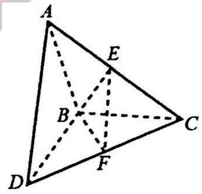
6．若正三棱锥是直角三角形，则侧面与底面所成的二面角的余弦值为__________．

三、解答题:解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤．

7．（满分 6 分）

已知：圆 $C: x^2+y^2-8y+12=0$ ，直线 $l: ax+y+2a=0$.

当直线 l 与圆 C 相交于 A 、 B 两点，且 $|AB|=2\sqrt{2}$ 时，求直线 l 的方程.



8．（满分 6 分）。

如 图 ， $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 所 在 平 面 互 相 垂 直 ， 且 $AB=AC=BD=2$ ， $\angle ABC=\angle DBC=120°$ ， E ， F 分别为 AC ， DC 的中点.

求证: $EF\perp$BC

第二部分　　本学期知识和能力部分（108 分）

一、选择题：共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项．

9．下列函数中，周期为 π ，且在 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上为减函数的是（　　）．

A． $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$　　B． $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

C． $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$　　D． $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

10．已知向量 $\vec{a}=(k,3)$， $\vec{b}=(1,4)$， $\vec{c}=(2,1)$，且 $\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\perp\vec{c}$，则实数 $k=$（　　）．

A． $-\frac{9}{2}$　　B． 0　　C． 3　　D． 2

11．已知 $\tan\theta=\frac{3}{4}$， $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)=$（　　）．

A． $\frac{3}{10}$　　B． $-\frac{3}{10}$　　C． $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$　　D． $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$

12．设 $\vec{a}$， $\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{10}$， $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{6}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A． 1　　B． 2　　C． 3　　D． 5

13．在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=60°$， $\angle B=45°$， $BC=3\sqrt{2}$，则 $AC=$（　　）．

A． $4\sqrt{3}$　　B． $2\sqrt{3}$　　C． $\sqrt{3}$　　D． $\frac{\sqrt{3}}{2}$

14．已知平面向量 $\vec{a}$， $\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$，且 $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3}$， $\left|\vec{b}\right|=2$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB}=2\vec{a}+2\vec{b}$， $\overrightarrow{AC}=2\vec{a}-6\vec{b}$， D 为 BC 中点，则 $\left|\overrightarrow{AD}\right|$ 等于（　　）．

A． 2　　B． 4　　C． 6　　D． 8

15．函数 $f(x)=\cos^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)-1$ 是（　　）．

A．周期为 π 的奇函数　　B．周期为 π 的偶函

C．周期为2π的奇函数　　　　　　　　D．周期为2π的偶函数

16．为了得到函数 $y=\sin 3x+\cos 3x$ 的图象，可以将函数 $y=\sqrt{2}\cos 3x$ 的图像（　　）．

A．向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位　　　　　　B．向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位

C．向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位　　　　　　D．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位

二、填空题：共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分．

17．设θ为第二象限角，若 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，则 $\sin\theta+\cos\theta=$__________．

18．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是单位向量，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 若向量 $\vec{c}$ 满足 $\left|\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}\right|=1$，则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是__________．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程成演算步骤．

19．（本题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=A\sin(x+\varphi)(A>0,0<\varphi<\pi)$，$x\in R$ 的最大值是1，其图像经过点 $M\left(\frac{\pi}{3},\frac{1}{2}\right)$．

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）已知α，$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $f(\alpha)=\frac{3}{5}$，$f(\beta)=\frac{12}{13}$，求 $f(\alpha-\beta)$ 的值．

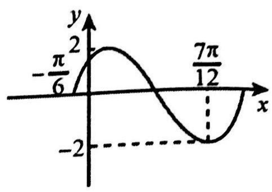
20．（本题满分 10 分）

已知向量 $\overrightarrow{OA}=(3,-4)$，$\overrightarrow{OB}=(6,-3)$，$\overrightarrow{OC}=(5-m,-(3+m))$．

（1）若点 A、B、C 能构成三角形，求实数 m 应满足的条件；

（2）若 $\triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle A$ 为直角，求实数 m 的值．

21．（本题满分 12 分）



已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)A,(\omega>0,-\pi<\varphi<\pi)$ 在一个周期内的图象如图所示．

（1）求 $f(x)$ 的表达式；

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$f\left(C+\frac{\pi}{6}\right)=-1$ 且 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}<0$，求解 C．

22．（本题满分 12 分）

已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $a^2+b^2=a^2+bc$，求：

（1）$2\sin B\cos C-\sin(B-C)$ 的值；

（2）若 $a=2$，求 $\triangle ABC$

23．（本题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 x．

（1）求 ω 的值；

（2）讨论 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性；

（3）当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=a$ 恰有两个不同的解，求实数 a 的取值范围．

深圳市高级中学 2015-2016 学年第二学期期中试卷解析

一、选择题

1． B

【解析】由集合 $M=\{3,4,5\}$， $N=\{1,2,5\}$ 则 $M\cap N=\{5\}$， 故 A 不正确；

$(\complement_U M)=\{1,2\}\{1,2,5\}=\{1,2\}$， 故 B 正确；

$M\cap(\complement_U N)=\{3,4,5\}\cap\{3,4\}=\{3,4\}$， 故 C 不正确；

$(\complement_U M)\cap(\complement_U N)=\{1,2\}\{3,4\}=\varnothing$， 故 D 不正确

综上所述，答案选择：B

2． B

【解析】∵函数 $f(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$，

$\therefore g(x)=x^2f(x-1)=\begin{cases}x^2, & x>1\\ 0, & x=1\\ -x^2, & x<1\end{cases}$ ，$\therefore g(x)$ 的单调递减区间为：$[0,1)$

综上所述，答案：B

3． C

【解析】由已知中该几何的三视图中有两个三角形一个菱形可得这个几何体是一个四棱锥

由图可知，底面两条对角线的长分别为 $2\sqrt{3}$， 2，底面边长为 2

故底面菱形的面积为 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$

侧棱为 $2\sqrt{3}$，则棱锥的高 $h=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{3}^2}=3$

故 $V=\frac{1}{3}\cdot3\cdot2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

故选 C

4． C

【解析】由题意可得 $f(1)f(2)=(0-a)(3-a)<0$

解得 $0<a<3$，

故实数 a 的取值范围是 $(0,3)$

故选 C

二、填空题

5． $4x-2y-5=0$

【解析】设 AB 中点 M 的坐标为 (x,y)，则 $x=\frac{1+3}{2}=2$，

$y=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$，所以从 $M\left(2,\frac{3}{2}\right)$

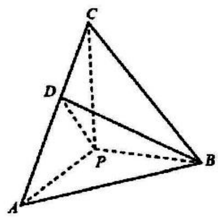
因为直线 AB 的斜率为 $\frac{2-1}{1-3}=\frac{1}{2}$，所以线段 AB 垂直平分线的斜率 $k=2$，

则线段 AB 的垂直平分线的方程为 $y-\frac{3}{2}=2(x-2)$ 化简得 $4x-2y-5=0$

故答案为：$4x-2y-5=0$

6． $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】如图所示，正三棱锥 $P-ABC$，PA，PB，PC 两两垂直，$AB=BC=AC$



取 AC 的中点 D，连接 PD、BD

$\because PA=PC$，$\therefore PD\perp AC$

$\because PA\perp PB$，$PB\perp PC$，$PC\perp PA$

又 $PA\cap PC=P$，$\therefore PB\perp$ 平面PAC

$\therefore PD\perp AC$

$\therefore \angle BDP$ 是侧面与底面所成的二面角的平面角

不妨取 $PA=2$，则 $PD=\frac{PC\cdot PA}{AC}=\frac{2\times 2}{\sqrt{2^2+2^2}}=\sqrt{2}$

$BD=\sqrt{PD^2+PB^2}=\sqrt{6}$

在 $Rt\triangle PBD$ 中，$\cos\angle BDP=\frac{PD}{BD}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

7． 解：将圆 C 的方程 $x^2+y^2-8y+12=0$ 配方得标准方程为：$x^2+(y-4)^2=4$，则此圆的圆心为 $(0,4)$，半径 $r=2$

法一：由题知，圆心到直线的距离为 $d=\sqrt{r^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$

又由点到直线的距离公式 $d=\frac{|a\times 0+4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}$

$\therefore$直线 l 的方程是 $7x-y+14=0$ 或 $x-y+2=0$

法二：联立方程 $\begin{cases}ax+y+2a=0\\x^2+y^2-8y+12=0\end{cases}$ 并消去 y，

得 $\left(a^2+1\right)x^2+4\left(a^2+2a\right)x+4\left(a^2+4a+3\right)=0$

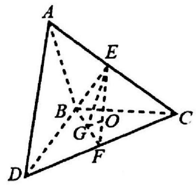
设此方程的两根分别为 x_1、x_2，

所以 $x_1+x_2=-\dfrac{4\left(a^2+2a\right)}{a^2+1}$， $x_1x_2=-\dfrac{4\left(a^2+4a+3\right)}{a^2+1}$

则 $AB=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}=\sqrt{\left(a^2+1\right)\left[\left(x_1-x_2\right)^2-4x_1x_2\right]}=2\sqrt{2}$

两边平方并代入解得： $a=-7$ 或 $a=-1$，

∴直线 l 的方程是 $7x-y+14=0$ 或 $x-y+2=0$



8．过 E 作 $EO\perp BC$，垂足为 O，连 OF，

由 $\triangle ABC\cong\triangle DBC$ 可证出 $\triangle EOC\cong\triangle FOC$

所以 $\angle EOC=\angle FOC=\dfrac{\pi}{2}$，

即 $FO\perp BC$，

又 $EO\perp BC$，因此 $BC\perp$ 面EFO，

又 $EF\subset$ 面EFO，所以 $EF\perp BC$

第二部分

一、选择题

9．A

【解析】C、D 中函数周期为 2π，所以错误

当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时， $2x+\dfrac{\pi}{2}\in\left[\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right]$

函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 为减函数

而函数 $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 为增函数，

故选 A

10．C

【解析】 $2\vec{a}-3\vec{b}=\left(2k-3,-6\right)$

由 $\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\perp\vec{c}\Rightarrow\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=2\left(2k-3\right)-6=0\Rightarrow k=3$，

故先：C

11．C

【解析】因为 $\tan\theta=\dfrac{3}{4}$， $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以 $\sin\theta>0$， $\cos\theta<0$，

由题可知 θ 满足 $\begin{cases}\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{4}{3}\\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}\sin\theta=\dfrac{4}{5}\\ \cos\theta=\dfrac{3}{5}\end{cases}$

则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)=\cos\frac{2\pi}{3}\cos\theta+\sin\frac{2\pi}{3}\sin\theta=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$，

综上所述，答案选择：C

12．A

【解析】∵ $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{10}$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{6}$，

∴ $\vec{a}+\vec{b}=10$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=6$，

展开得 $\vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=10$，

$\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=6$，

两式相减得 $4\vec{a}\cdot\vec{b}=4$

所以 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$；

13．B

【解析】根据正弦定理，$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}$，

则 $AC=\frac{BC\cdot\sin B}{\sin A}=\frac{3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{3}$

故选 B

14．A

【解析】∵ $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$，$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3}$，$\left|\vec{b}\right|=2$

∴ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\frac{\pi}{6}=3$

∵ $\overrightarrow{AB}=2\vec{a}+2\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=2\vec{a}-6\vec{b}$，$D$ 为 BC 中点

∴ $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=2\vec{a}-2\vec{b}$

∴ $\left|\overrightarrow{AD}\right|^2=4\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=4\left(\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=10\right)=4\times(3-6+4)=4$，

∴ $\left|\overrightarrow{AD}\right|=2$，

故选 A

15．C

【解析】$f(x)=\frac{1+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{2}+\frac{1-\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}{2}-1$

$$=\frac{1}{2}\left[\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}(\sin x+\sin x)$$

$$=\sin x$$

$\because \omega=1$，$\therefore T=2\pi$，

∵正弦函数为奇函数，

∴函数 $f(x)$ 为周期为 2π 的奇函数

16．C

【解析】函数 $y=\sin 3x+\cos 3x=\sqrt{2}\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$

故只需将函数 $y=\sqrt{2}\cos 3x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，

得到 $y=\sqrt{2}\cos\left[3\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)\right]=\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像

故答案为：向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位

二、填空题

17．$-\frac{\sqrt{10}}{5}$

【解析】$\because \tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\theta+1}{1-\tan\theta}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \tan\theta=\frac{1}{3}$，

$\because \theta$ 为第二象限角，

$\therefore \cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\theta}}=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{10}}{5}$

18．$\left[\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1\right]$

【解析】∵单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

可设 $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(0,1)$，$\vec{c}=(x,y)$

$\therefore \vec{c}=\vec{a}-\vec{b}=(x-1,y-1)$

∵向量 $\vec{c}$ 满足 $\left|\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}\right|=1$

$\therefore \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}=1$，即 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

因此方程表示的是圆心 $C(1,1)$，半径 $r=1$

$\therefore |\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2}$

因此 $|\vec{c}|=\sqrt{x^2+y^2}$ 的取值范围是 $\sqrt{2}-1\leqslant|\vec{c}|\leqslant\sqrt{2}+1$

则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是 $\left[\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1\right]$

故答案为：$\left[\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1\right]$

三、解答题

19．解：

（1）由题意得：$A=1$，

$\because$ 函数 $f(x)$ 的图像经过点 $M\left(\frac{\pi}{3},\frac{1}{2}\right)\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=\frac{1}{2}$，

由 $0<\varphi<\pi\Rightarrow\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{3}+\varphi<\frac{4\pi}{3}$，

$\therefore \frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{5\pi}{6}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{2}$

$\therefore f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$；

（2）由题意知，$f(\alpha)=\frac{3}{5}$，$f(\beta)=\frac{12}{13}$，

由（1）得，$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\beta=\frac{12}{13}$，

$\therefore \alpha$，$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$\therefore \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{4}{5}$，同理可得 $\sin\beta=\frac{5}{13}$，

$\therefore f(\alpha-\beta)=\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{56}{65}$

即 $f(\alpha-\beta)$ 的值是 $\frac{56}{65}$

20．解：

（1）若点 A，B，C 能构成三角形，则这三点不共线，

$\because \overrightarrow{AB}=(3,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2-m,1-m)$，

故知 $3(1-m)\neq2-m$，$\therefore$ 实数 $m\neq\frac{1}{2}$ 时，满足条件

（2）若 $\triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle A$ 为直角，则 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，

$\therefore 3(2-m)+(1-m)=0$，解得 $m=\dfrac{7}{4}$

21．解：

（1）由图可知函数的最大值是 2，最小值是 $-2 \Rightarrow A=2$

$\because \dfrac{3}{4}T=\dfrac{7\pi}{12}+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{3\pi}{4} \Rightarrow T=\pi \Rightarrow \omega=\dfrac{2\pi}{T}=2$

又 $f(x)$ 过点 $\left(-\dfrac{\pi}{6},0\right)$，且根据图像特征是：$-2\times\dfrac{\pi}{6}+\varphi=0+2k\pi$，$k\in Z \Rightarrow \varphi=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in \mathbf{Z}$，

而 $-\pi<\varphi<\pi \Rightarrow \varphi=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

（2）$\because f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，

$\therefore f\left(C+\dfrac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(2C+\dfrac{2\pi}{3}\right)=-1$

$\therefore \sin\left(2C+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$，

因为 C 为三解形内角

$\therefore C=\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{7\pi}{12}$

又 $\because \overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=ab\cos C<0$，$0<C<\pi$

$\therefore \cos C<0 \Rightarrow \dfrac{\pi}{2}<C<\pi$

$\therefore C=\dfrac{7\pi}{12}$

22．解：

（1）$a^2+b^2=a^2+bc \Rightarrow a^2=b^2+c^2-bc$，

$\therefore \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{b^2+c^2-\left(b^2+c^2-bc\right)}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，

又 $A\in(0,\pi)$，

$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore 2\sin B\cos C-\sin(B-C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin(B+C)=\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（2）由 $a=2$，结合正弦定理得

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\sin B, c=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\sin C$，

则 $a+b+c=2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C$

$$=2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)$$
$$=2+2\sqrt{3}\sin B+2\cos B$$
$$=2+4\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$$

可知周长的最大值为6

23．解：

（1） $f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\sin\omega x\cdot\cos\omega x+2\sqrt{2}\cos^2\omega x$

$$=\sqrt{2}\sin 2\omega x+\sqrt{2}\cos 2\omega x+\sqrt{2}$$
$$=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}$$

因为 $f(x)$ 的最小正周期为 π，且 $\omega>0$，从而有 $\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，

故 $\omega=1$

（2）由（1）知，$f(x)=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}$

若 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，则 $\frac{\pi}{4}\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{5\pi}{4}$

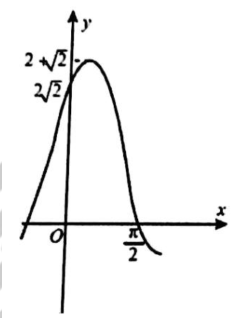
当 $\frac{\pi}{4}\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{5\pi}{4}$，即 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{8}$ 时，$f(x)$ 单调递增；

当 $\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{5\pi}{4}$，即 $\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，$f(x)$ 单调递减

综上可知，$f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{8}\right]$ 上单调递增，在区间 $\left[\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减；

（3） $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=a$ 恰有两个不同的解，

即 $y=a$ 与函数在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上，与 $f(x)=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}$ 有两个交点，



由函数图像可知：$a\in\left[2\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right)$，实数 a 的取值范围 $\left[2\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right)$