

2016年广东省深圳市中考数学试卷

一、单项选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分

1. 下列四个数中，最小的正数是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. 把下列图标折成一个正方体的盒子，折好后与“中”相对的字是（ ）



- A. 祝 B. 你 C. 顺 D. 利

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $8a - a = 8$ B. $(-a)^4 = a^4$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

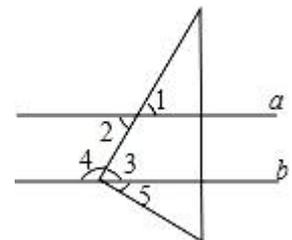
4. 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



5. 据统计，从2005年到2015年中国累积节能1570000000吨标准煤，1570000000这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.157×10^{10} B. 1.57×10^8 C. 1.57×10^9 D. 15.7×10^8

6. 如图，已知 $a \parallel b$ ，直角三角板的直角顶角在直线 b 上，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则下列结论错误的是（ ）



- A. $\angle 2 = 60^\circ$ B. $\angle 3 = 60^\circ$ C. $\angle 4 = 120^\circ$ D. $\angle 5 = 40^\circ$

7. 数学老师将全班分成7个小组开展小组合作学习，采用随机抽签确定一个小组进行展示活动，则第3个小组被抽到的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{10}$

8. 下列命题正确的是 ()

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 两边及其一角相等的两个三角形全等
- C. 16 的平方根是 4
- D. 一组数据 2, 0, 1, 6, 6 的中位数和众数分别是 2 和 6

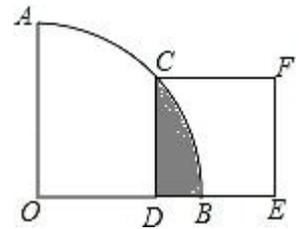
9. 施工队要铺设一段全长 2000 米的管道, 因在中考期间需停工两天, 实际每天施工需比原计划多 50 米, 才能按时完成任务, 求原计划每天施工多少米. 设原计划每天施工 x 米, 则根据题意所列方程正确的是 ()

- A. $\frac{2000}{x} - \frac{2000}{x+50} = 2$
- B. $\frac{2000}{x+50} - \frac{2000}{x} = 2$
- C. $\frac{2000}{x} - \frac{2000}{x-50} = 2$
- D. $\frac{2000}{x-50} - \frac{2000}{x} = 2$

10. 给出一种运算: 对于函数 $y=x^n$, 规定 $y'=nx^{n-1}$. 例如: 若函数 $y=x^4$, 则有 $y'=4x^3$. 已知函数 $y=x^3$, 则方程 $y'=12$ 的解是 ()

- A. $x_1=4, x_2=-4$
- B. $x_1=2, x_2=-2$
- C. $x_1=x_2=0$
- D. $x_1=2\sqrt{3}, x_2=-2\sqrt{3}$

11. 如图, 在扇形 AOB 中 $\angle AOB=90^\circ$, 正方形 CDEF 的顶点 C 是 \widehat{AB} 的中点, 点 D 在 OB 上, 点 E 在 OB 的延长线上, 当正方形 CDEF 的边长为 $2\sqrt{2}$ 时, 则阴影部分的面积为 ()

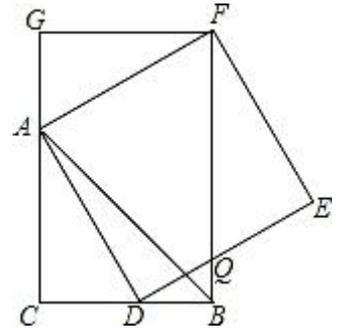


- A. $2\pi - 4$
- B. $4\pi - 8$
- C. $2\pi - 8$
- D. $4\pi - 4$

12. 如图, $CB=CA$, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在边 BC 上 (与 B、C 不重合), 四边形 ADEF 为正方形, 过点 F 作 $FG \perp CA$, 交 CA 的延长线于点 G, 连接 FB, 交 DE 于点 Q, 给出以下结论:

- ① $AC=FG$; ② $S_{\triangle FAB} : S_{\text{四边形} CEFG} = 1 : 2$; ③ $\angle ABC = \angle ABF$; ④ $AD^2 = FQ \cdot AC$,

其中正确的结论的个数是 ()



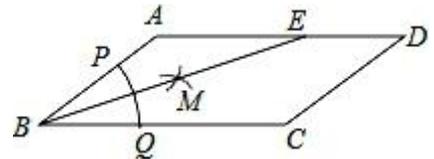
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分

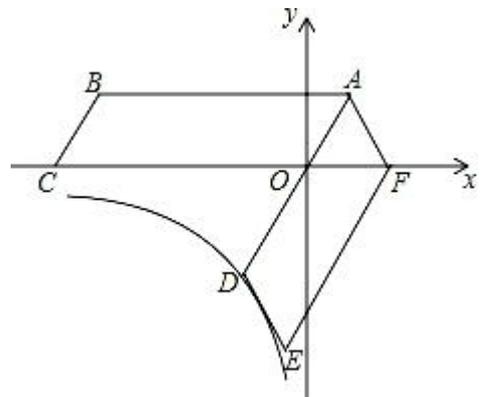
13. 分解因式： $a^2b+2ab^2+b^3=$ _____.

14. 已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 的平均数是 5, 则数据 $x_1+3, x_2+3, x_3+3, x_4+3$ 的平均数是_____.

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=3, BC=5$, 以点 B 的圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 BA、BC 于点 P、Q, 再分别以 P、Q 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABC$ 内交于点 M, 连接 BM 并延长交 AD 于点 E, 则 DE 的长为_____.



16. 如图, 四边形 ABCO 是平行四边形, $OA=2, AB=6$, 点 C 在 x 轴的负半轴上, 将 $\square ABCO$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\square ADEF$, AD 经过点 O, 点 F 恰好落在 x 轴的正半轴上, 若点 D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象上, 则 k 的值为_____.



三、解答题：本大题共7小题，其中17题5分，18题6分，19题7分，20题8分，共52分

17. 计算： $|-2| - 2\cos 60^\circ + (\frac{1}{6})^{-1} - (\pi - \sqrt{3})^0$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 1 < 3(x+1) \\ \frac{2x-1}{3} - 1 \leq \frac{5x+1}{2} \end{cases}$$

19. 深圳市政府计划投资1.4万亿元实施东进战略. 为了解深圳市民对东进战略的关注情况. 某校数学兴趣小组随机采访部分深圳市民, 对采访情况制作了统计图表的一部分如下:

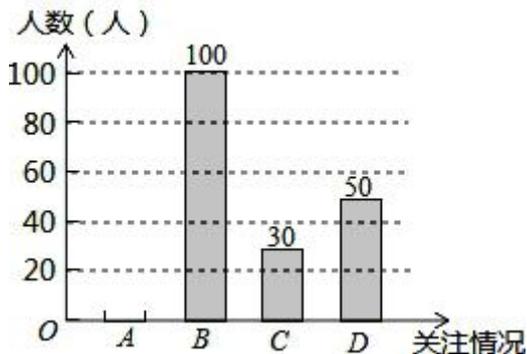
关注情况	频数	频率
A. 高度关注	M	0.1
B. 一般关注	100	0.5
C. 不关注	30	N
D. 不知道	50	0.25

(1) 根据上述统计图可得此次采访的人数为_____人, $m=_____$, $n=_____$;

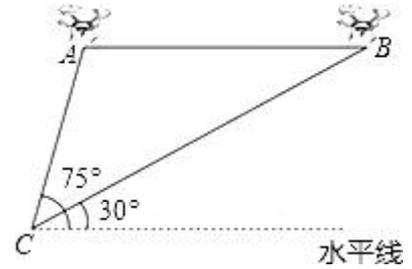
(2) 根据以上信息补全条形统计图;

(3) 根据上述采访结果, 请估计在15000名深圳市民中, 高度关注东进战略的深圳市民约有_____人.

东进战略关注情况条形统计图



20. 某兴趣小组借助无人飞机航拍校园. 如图, 无人飞机从 A 处水平飞行至 B 处需 8 秒, 在地面 C 处同一方向上分别测得 A 处的仰角为 75° , B 处的仰角为 30° . 已知无人飞机的飞行速度为 4 米/秒, 求这架无人飞机的飞行高度. (结果保留根号)



21. 荔枝是深圳的特色水果, 小明的妈妈先购买了 2 千克桂味和 3 千克糯米糍, 共花费 90 元; 后又购买了 1 千克桂味和 2 千克糯米糍, 共花费 55 元. (每次两种荔枝的售价都不变)

(1) 求桂味和糯米糍的售价分别是每千克多少元;

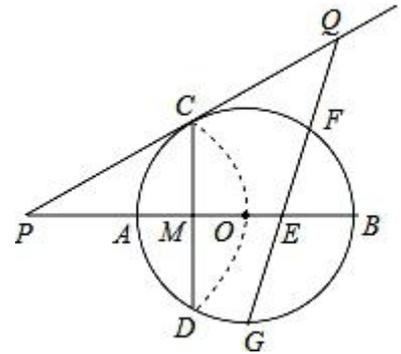
(2) 如果还需购买两种荔枝共 12 千克, 要求糯米糍的数量不少于桂味数量的 2 倍, 请设计一种购买方案, 使所需总费用最低.

22. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为2, AB 为直径, CD 为弦. AB 与 CD 交于点 M , 将 \widehat{CD} 沿 CD 翻折后, 点 A 与圆心 O 重合, 延长 OA 至 P , 使 $AP=OA$, 连接 PC

(1) 求 CD 的长;

(2) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 点 G 为 \widehat{ADB} 的中点, 在 PC 延长线上有一动点 Q , 连接 QG 交 AB 于点 E . 交 \widehat{BC} 于点 F (F 与 B 、 C 不重合). 问 $GE \cdot GF$ 是否为定值? 如果是, 求出该定值; 如果不是, 请说明理由.

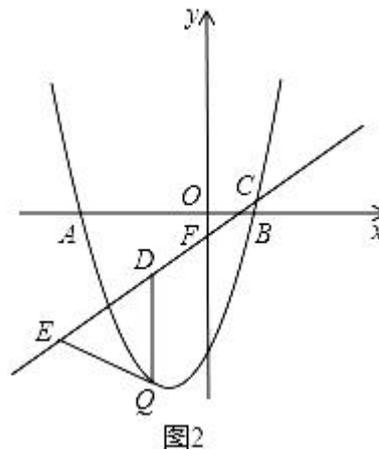
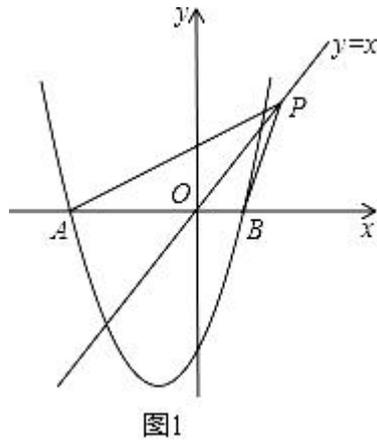


23. 如图, 抛物线 $y=ax^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A、B 两点, 且 $B(1, 0)$

(1) 求抛物线的解析式和点 A 的坐标;

(2) 如图 1, 点 P 是直线 $y=x$ 上的动点, 当直线 $y=x$ 平分 $\angle APB$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 已知直线 $y=\frac{2}{3}x - \frac{4}{9}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 C、F 两点, 点 Q 是直线 CF 下方的抛物线上的一个动点, 过点 Q 作 y 轴的平行线, 交直线 CF 于点 D, 点 E 在线段 CD 的延长线上, 连接 QE. 问: 以 QD 为腰的等腰 $\triangle QDE$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 请求出这个最大值; 若不存在, 请说明理由.





2016年广东省深圳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 下列四个数中，最小的正数是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【分析】先找到正数，再比较正数的大小即可得出答案.

【解答】解：正数有 1，2，

$\because 1 < 2$ ，

\therefore 最小的正数是 1.

故选：C.

【点评】本题实质考查有理数大小的比较，较为简单，学生在做此题时，应看清题意和选项.

2. 把下列图标折成一个正方体的盒子，折好后与“中”相对的字是（ ）



- A. 祝 B. 你 C. 顺 D. 利

【分析】利用正方体及其表面展开图的特点解题.

【解答】解：这是一个正方体的平面展开图，共有六个面，其中面“祝”与面“利”相对，面“你”与面“考”相对，面“中”与面“顺”相对.

故选 C.

【点评】本题考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $8a - a = 8$ B. $(-a)^4 = a^4$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

【分析】分别利用幂的乘方运算法则以及合并同类项法则以及完全平方公式、同底数幂的乘法运算法则分别化简求出答案.

【解答】解：A、 $8a - a = 7a$ ，故此选项错误；

B、 $(-a)^4 = a^4$ ，正确；

C、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故此选项错误；

D、 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算以及合并同类项以及完全平方公式、同底数幂的乘法运算等知识，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误.

故选 B.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

5. 据统计，从2005年到2015年中国累积节能1570000000吨标准煤，1570000000这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.157×10^{10} B. 1.57×10^8 C. 1.57×10^9 D. 15.7×10^8

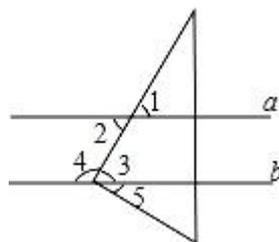
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：1570000000 这个数用科学记数法表示为 1.57×10^9 ，

故选：C.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. 如图, 已知 $a \parallel b$, 直角三角板的直角顶角在直线 b 上, 若 $\angle 1 = 60^\circ$, 则下列结论错误的是 ()



- A. $\angle 2 = 60^\circ$ B. $\angle 3 = 60^\circ$ C. $\angle 4 = 120^\circ$ D. $\angle 5 = 40^\circ$

【分析】根据平行线的性质: 两直线平行, 同位角相等, 以及对顶角相等知识分别求出 $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ 的度数, 然后选出错误的选项.

【解答】解: $\because a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = \angle 1 = 60^\circ$,
 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,
 \because 三角板为直角三角板,
 $\therefore \angle 5 = 90^\circ - \angle 3 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

故选 D.

【点评】本题考查了平行线的性质, 解答本题的关键上掌握平行线的性质: 两直线平行, 同位角相等.

7. 数学老师将全班分成 7 个小组开展小组合作学习, 采用随机抽签确定一个小组进行展示活动, 则第 3 个小组被抽到的概率是 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{10}$

【分析】根据概率是所求情况数与总情况数之比, 可得答案.

【解答】解: 第 3 个小组被抽到的概率是 $\frac{1}{7}$,

故选: A.

【点评】本题考查了概率的知识. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.



8. 下列命题正确的是 ()

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 两边及其一角相等的两个三角形全等
- C. 16 的平方根是 4
- D. 一组数据 2, 0, 1, 6, 6 的中位数和众数分别是 2 和 6

【分析】 根据平行四边形的判定定理、三角形全等的判定定理、平方根的概念、中位数和众数的概念进行判断即可.

【解答】 解: A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形, 故错误;

B. 两边及其一角相等的两个三角形不一定全等, 故错误;

C. 16 的平方根是 ± 4 , 故错误,

D. 一组数据 2, 0, 1, 6, 6 的中位数和众数分别是 2 和 6, 故正确,

故选: D.

【点评】 本题考查的是命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

9. 施工队要铺设一段全长 2000 米的管道, 因在中考期间需停工两天, 实际每天施工需比原计划多 50 米, 才能按时完成任务, 求原计划每天施工多少米. 设原计划每天施工 x 米, 则根据题意所列方程正确的是 ()

A. $\frac{2000}{x} - \frac{2000}{x+50} = 2$

B. $\frac{2000}{x+50} - \frac{2000}{x} = 2$

C. $\frac{2000}{x} - \frac{2000}{x-50} = 2$

D. $\frac{2000}{x-50} - \frac{2000}{x} = 2$

【分析】 设原计划每天铺设 x 米, 则实际施工时每天铺设 $(x+50)$ 米, 根据: 原计划所用时间 - 实际所用时间 = 2, 列出方程即可.

【解答】 解: 设原计划每天施工 x 米, 则实际每天施工 $(x+50)$ 米,

根据题意, 可列方程: $\frac{2000}{x} - \frac{2000}{x+50} = 2$,

故选: A.

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 关键是读懂题意, 找出合适的等量关系, 列出方程.

10. 给出一种运算：对于函数 $y=x^n$ ，规定 $y'=nx^{n-1}$ 。例如：若函数 $y=x^4$ ，则有 $y'=4x^3$ 。已知函数 $y=x^3$ ，则方程 $y'=12$ 的解是（ ）

- A. $x_1=4, x_2=-4$ B. $x_1=2, x_2=-2$ C. $x_1=x_2=0$ D. $x_1=2\sqrt{3}, x_2=-2\sqrt{3}$

【分析】 首先根据新定义求出函数 $y=x^3$ 中的 n ，再与方程 $y'=12$ 组成方程组得出： $3x^2=12$ ，用直接开平方法解方程即可。

【解答】 解：由函数 $y=x^3$ 得 $n=3$ ，则 $y'=3x^2$ ，

$$\therefore 3x^2=12,$$

$$x^2=4,$$

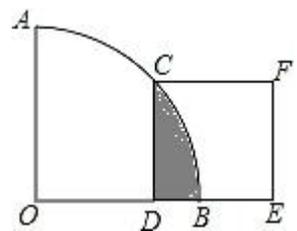
$$x=\pm 2,$$

$$x_1=2, x_2=-2,$$

故选 B.

【点评】 本题考查了利用直接开平方法解一元二次方程，同时还以新定义的形式考查了学生的阅读理解能力；注意：①二次项系数要化为 1，②根据平方根的意义开平方时，是两个解，且是互为相反数，不要丢解。

11. 如图，在扇形 AOB 中 $\angle AOB=90^\circ$ ，正方形 CDEF 的顶点 C 是 \widehat{AB} 的中点，点 D 在 OB 上，点 E 在 OB 的延长线上，当正方形 CDEF 的边长为 $2\sqrt{2}$ 时，则阴影部分的面积为（ ）



- A. $2\pi - 4$ B. $4\pi - 8$ C. $2\pi - 8$ D. $4\pi - 4$

【分析】 连结 OC，根据勾股定理可求 OC 的长，根据题意可得出阴影部分的面积=扇形 BOC 的面积 - 三角形 ODC 的面积，依此列式计算即可求解。

【解答】 解： \because 在扇形 AOB 中 $\angle AOB=90^\circ$ ，正方形 CDEF 的顶点 C 是 \widehat{AB} 的中点，

$$\therefore \angle COD=45^\circ,$$

$$\therefore OC=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积}=\text{扇形 BOC 的面积} - \text{三角形 ODC 的面积}$$

$$= \frac{45}{360} \times \pi \times 4^2 - \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2})^2$$

$$= 2\pi - 4.$$

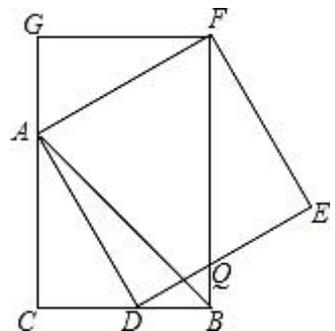
故选：A.

【点评】考查了正方形的性质和扇形面积的计算，解题的关键是得到扇形半径的长度.

12. 如图， $CB=CA$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点D在边BC上（与B、C不重合），四边形ADEF为正方形，过点F作 $FG \perp CA$ ，交CA的延长线于点G，连接FB，交DE于点Q，给出以下结论：

- ① $AC=FG$ ； ② $S_{\triangle FAB} : S_{\text{四边形CEFG}}=1:2$ ； ③ $\angle ABC=\angle ABF$ ； ④ $AD^2=FQ \cdot AC$ ，

其中正确的结论的个数是（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】由正方形的性质得出 $\angle FAD=90^\circ$ ， $AD=AF=EF$ ，证出 $\angle CAD=\angle AFG$ ，由AAS证明 $\triangle FGA \cong \triangle ACD$ ，得出 $AC=FG$ ，①正确；

证明四边形CBFG是矩形，得出 $S_{\triangle FAB} = \frac{1}{2} FB \cdot FG = \frac{1}{2} S_{\text{四边形CEFG}}$ ，②正确；

由等腰直角三角形的性质和矩形的性质得出 $\angle ABC=\angle ABF=45^\circ$ ，③正确；

证出 $\triangle ACD \sim \triangle FEQ$ ，得出对应边成比例，得出 $D \cdot FE = AD^2 = FQ \cdot AC$ ，④正确.

【解答】解：∵四边形ADEF为正方形，

$$\therefore \angle FAD=90^\circ, AD=AF=EF,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle FAG = 90^\circ,$$

$$\because FG \perp CA,$$

$$\therefore \angle C=90^\circ = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle AFG,$$

$$\text{在 } \triangle FGA \text{ 和 } \triangle ACD \text{ 中, } \begin{cases} \angle G = \angle C \\ \angle AFG = \angle CAD \\ AF = AD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle FGA \cong \triangle ACD \text{ (AAS),}$$



- $\therefore AC=FG$, ①正确;
 $\therefore BC=AC$,
 $\therefore FG=BC$,
 $\therefore \angle ACB=90^\circ$, $FG \perp CA$,
 $\therefore FG \parallel BC$,
 \therefore 四边形 CBF G 是矩形,
 $\therefore \angle CBF=90^\circ$, $S_{\triangle FAB}=\frac{1}{2}FB \cdot FG=\frac{1}{2}S_{\text{四边形 CFBG}}$, ②正确;
 $\therefore CA=CB$, $\angle C=\angle CBF=90^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=\angle ABF=45^\circ$, ③正确;
 $\therefore \angle FQE=\angle DQB=\angle ADC$, $\angle E=\angle C=90^\circ$,
 $\therefore \triangle ACD \sim \triangle FEQ$,
 $\therefore AC:AD=FE:FQ$,
 $\therefore AD \cdot FE=AD^2=FQ \cdot AC$, ④正确;

故选: D.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、正方形的性质、矩形的判定与性质、等腰直角三角形的性质; 熟练掌握正方形的性质, 证明三角形全等和三角形相似是解决问题的关键.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分

13. 分解因式: $a^2b+2ab^2+b^3=\underline{b(a+b)^2}$.

【分析】 先提取公因式, 再利用公式法把原式进行因式分解即可.

【解答】 解: 原式= $b(a+b)^2$.

故答案为: $b(a+b)^2$.

【点评】 本题考查的是提公因式法与公式法的综合运用, 熟记完全平方公式是解答此题的关键.

14. 已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 的平均数是 5, 则数据 $x_1+3, x_2+3, x_3+3, x_4+3$ 的平均数是 8.

【分析】 根据平均数的性质知, 要求 $x_1+3, x_2+3, x_3+3, x_4+3$ 的平均数, 只要把数 x_1, x_2, x_3, x_4 的和表示出即可.

【解答】 解: $\because x_1, x_2, x_3, x_4$ 的平均数为 5

$$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=4 \times 5=20,$$

$\therefore x_1+3, x_2+3, x_3+3, x_4+3$ 的平均数为:

$$= (x_1+3+x_2+3+x_3+3+x_4+3) \div 4$$

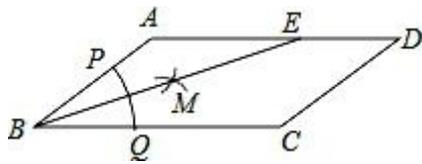
$$= (20+12) \div 4$$

$$=8,$$

故答案为: 8.

【点评】 本题考查的是算术平均数的求法. 解决本题的关键是用一组数据的平均数表示另一组数据的平均数.

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=3, BC=5$, 以点 B 的圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 BA, BC 于点 P, Q , 再分别以 P, Q 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABC$ 内交于点 M , 连接 BM 并延长交 AD 于点 E , 则 DE 的长为 2.



【分析】 根据作图过程可得 BE 平分 $\angle ABC$; 再根据角平分线的性质和平行四边形的性质可证明 $\angle AEB = \angle CBE$, 证出 $AE = AB = 3$, 即可得出 DE 的长.

【解答】 解: 根据作图的方法得: BE 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE$$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC = 5,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

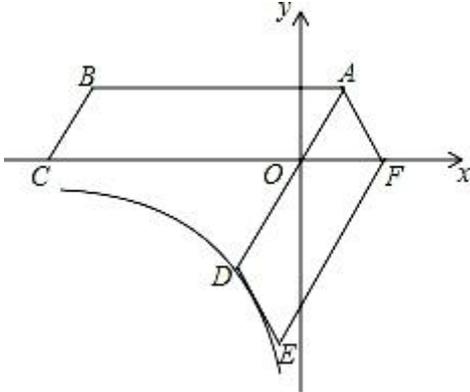
$$\therefore AE = AB = 3,$$

$$\therefore DE = AD - AE = 5 - 3 = 2;$$

故答案为: 2.

【点评】 此题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定. 熟练掌握平行四边形的性质, 证出 $AE = AB$ 是解决问题的关键.

16. 如图，四边形 ABCO 是平行四边形，OA=2，AB=6，点 C 在 x 轴的负半轴上，将 $\square ABCO$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\square ADEF$ ，AD 经过点 O，点 F 恰好落在 x 轴的正半轴上，若点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上，则 k 的值为 $4\sqrt{3}$ 。



【分析】 根据旋转的性质以及平行四边形的性质得出 $\angle BAO = \angle AOF = \angle AFO = \angle OAF$ ，进而求出 D 点坐标，进而得出 k 的值。

【解答】 解：如图所示：过点 D 作 $DM \perp x$ 轴于点 M，

由题意可得： $\angle BAO = \angle OAF$ ， $AO = AF$ ， $AB \parallel OC$ ，

则 $\angle BAO = \angle AOF = \angle AFO = \angle OAF$ ，

故 $\angle AOF = 60^\circ = \angle DOM$ ，

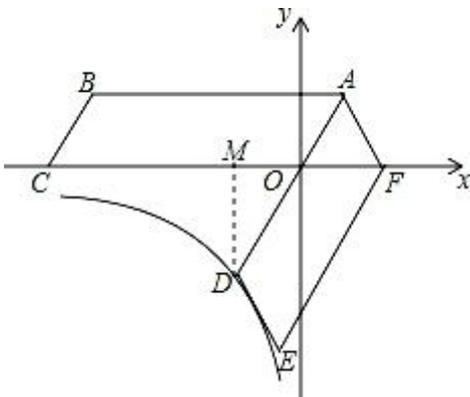
$\therefore OD = AD - OA = AB - OA = 6 - 2 = 4$ ，

$\therefore MO = 2$ ， $MD = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore D(-2, -2\sqrt{3})$ ，

$\therefore k = -2 \times (-2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$ 。

故答案为： $4\sqrt{3}$ 。



【点评】 此题主要考查了平行四边形的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征，正确得出 D 点坐标是解题关键。

三、解答题：本大题共7小题，其中17题5分，18题6分，19题7分，20题8分，共52分

17. 计算： $|-2| - 2\cos 60^\circ + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - (\pi - \sqrt{3})^0$.

【分析】直接利用绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和负整数指数幂的性质、零指数幂的性质分别化简求出答案.

【解答】解： $|-2| - 2\cos 60^\circ + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - (\pi - \sqrt{3})^0$
 $= 2 - 2 \times \frac{1}{2} + 6 - 1$
 $= 6.$

【点评】此题主要考查了绝对值的性质以及特殊角的三角函数值和负整数指数幂的性质、零指数幂的性质等知识，正确化简各数是解题关键.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 1 < 3(x+1) \\ \frac{2x-1}{3} - 1 \leq \frac{5x+1}{2} \end{cases}$$

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解：
$$\begin{cases} 5x - 1 < 3(x+1) \cdots \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} - 1 \leq \frac{5x+1}{2} \cdots \text{②} \end{cases}$$

解①得 $x < 2$,

解②得 $x \geq -1$,

则不等式组的解集是 $-1 \leq x < 2$.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

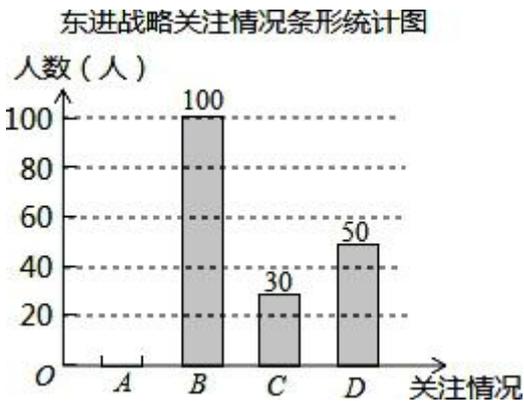
19. 深圳市政府计划投资 1.4 万亿元实施东进战略. 为了解深圳市民对东进战略的关注情况. 某校数学兴趣小组随机采访部分深圳市民, 对采访情况制作了统计图表的一部分如下:

关注情况	频数	频率
A. 高度关注	M	0.1
B. 一般关注	100	0.5
C. 不关注	30	N
D. 不知道	50	0.25

(1) 根据上述统计图可得此次采访的人数为 200 人, $m = \underline{20}$, $n = \underline{0.15}$;

(2) 根据以上信息补全条形统计图;

(3) 根据上述采访结果, 请估计在 15000 名深圳市民中, 高度关注东进战略的深圳市民约有 1500 人.



【分析】(1) 根据频数 \div 频率, 求得采访的人数, 根据频率 \times 总人数, 求得 m 的值, 根据 $30\div 200$, 求得 n 的值;

(2) 根据 m 的值为 20, 进行画图;

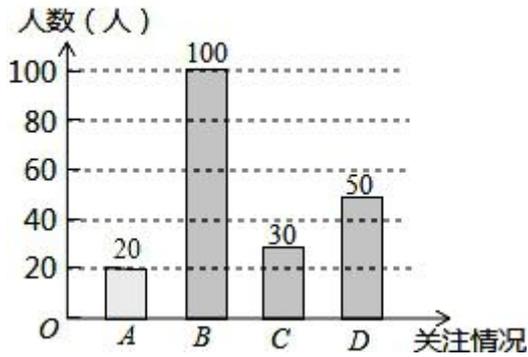
(3) 根据 0.1×15000 进行计算即可.

【解答】解: (1) 此次采访的人数为 $100\div 0.5=200$ (人), $m=0.1\times 200=20$, $n=30\div 200=0.15$;

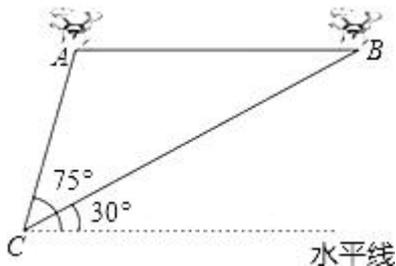
(2) 如图所示;

(3) 高度关注东进战略的深圳市民约有 $0.1\times 15000=1500$ (人).

东进战略关注情况条形统计图



20. 某兴趣小组借助无人飞机航拍校园. 如图, 无人飞机从 A 处水平飞行至 B 处需 8 秒, 在地面 C 处同一方向上分别测得 A 处的仰角为 75° , B 处的仰角为 30° . 已知无人飞机的飞行速度为 4 米/秒, 求这架无人飞机的飞行高度. (结果保留根号)



【分析】如图, 作 $AD \perp BC$, $BH \perp$ 水平线, 根据题意确定出 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的度数, 利用锐角三角函数定义求出 AD 与 BD 的长, 由 $CD+BD$ 求出 BC 的长, 即可求出 BH 的长.

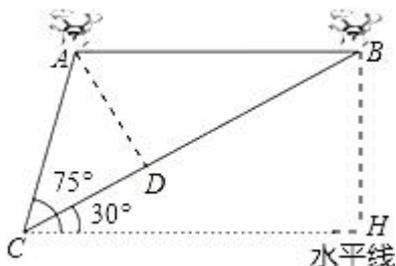
【解答】解: 如图, 作 $AD \perp BC$, $BH \perp$ 水平线,
由题意得: $\angle ACH=75^\circ$, $\angle BCH=30^\circ$, $AB \parallel CH$,
 $\therefore \angle ABC=30^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$,

$$\therefore AB=32\text{m},$$

$$\therefore AD=CD=AB \cdot \sin 30^\circ=16\text{m}, \quad BD=AB \cdot \cos 30^\circ=16\sqrt{3}\text{m},$$

$$\therefore BC=CD+BD=(16+16\sqrt{3})\text{m},$$

$$\text{则 } BH=BC \cdot \sin 30^\circ=(8+8\sqrt{3})\text{m}.$$



21. 荔枝是深圳的特色水果, 小明的妈妈先购买了 2 千克桂味和 3 千克糯米糍, 共花费 90 元; 后又购买了 1 千克桂味和 2 千克糯米糍, 共花费 55 元. (每次两种荔枝的售价都不变)

(1) 求桂味和糯米糍的售价分别是每千克多少元;

(2) 如果还需购买两种荔枝共 12 千克, 要求糯米糍的数量不少于桂味数量的 2 倍, 请设计一种购买方案, 使所需总费用最低.

【分析】(1) 设桂味的售价为每千克 x 元, 糯米糍的售价为每千克 y 元; 根据单价和费用关系列出方程组, 解方程组即可;

(2) 设购买桂味 t 千克, 总费用为 W 元, 则购买糯米糍 $(12 - t)$ 千克, 根据题意得出 $12 - t \geq 2t$, 得出 $t \leq 4$, 由题意得出 $W = -5t + 240$, 由一次函数的性质得出 W 随 t 的增大而减小, 得出当 $t = 4$ 时, W 的最小值 = 220 (元), 求出 $12 - 4 = 8$ 即可.

【解答】解: (1) 设桂味的售价为每千克 x 元, 糯米糍的售价为每千克 y 元;

根据题意得:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 90 \\ x + 2y = 55 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

答: 桂味的售价为每千克 15 元, 糯米糍的售价为每千克 20 元;

(2) 设购买桂味 t 千克, 总费用为 W 元, 则购买糯米糍 $(12 - t)$ 千克, 根据题意得: $12 - t \geq 2t$,

$$\therefore t \leq 4,$$

$$\because W = 15t + 20(12 - t) = -5t + 240,$$

$$k = -5 < 0,$$

$\therefore W$ 随 t 的增大而减小,

\therefore 当 $t = 4$ 时, W 的最小值 = 220 (元), 此时 $12 - 4 = 8$;

答: 购买桂味 4 千克, 糯米糍 8 千克时, 所需总费用最低.

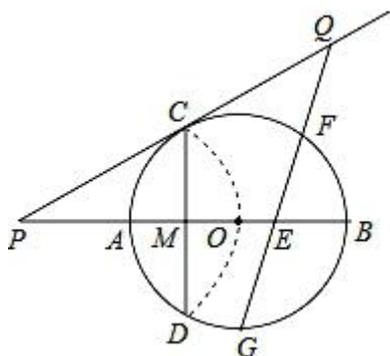
【点评】 本题考查了一次函数的应用、二元一次方程组的应用; 根据题意列方程组和得出一次函数解析式是解决问题的关键.

22. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为2, AB 为直径, CD 为弦. AB 与 CD 交于点 M , 将 \widehat{CD} 沿 CD 翻折后, 点 A 与圆心 O 重合, 延长 OA 至 P , 使 $AP=OA$, 连接 PC

(1) 求 CD 的长;

(2) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 点 G 为 \widehat{ADB} 的中点, 在 PC 延长线上有一动点 Q , 连接 QG 交 AB 于点 E . 交 \widehat{BC} 于点 F (F 与 B 、 C 不重合). 问 $GE \cdot GF$ 是否为定值? 如果是, 求出该定值; 如果不是, 请说明理由.



【分析】(1) 连接 OC , 根据翻折的性质求出 OM , $CD \perp OA$, 再利用勾股定理列式求解即可;

(2) 利用勾股定理列式求出 PC , 然后利用勾股定理逆定理求出 $\angle PCO=90^\circ$, 再根据圆的切线的定义证明即可;

(3) 连接 GA 、 AF 、 GB , 根据等弧所对的圆周角相等可得 $\angle BAG=\angle AFG$, 然后根据两组角对应相等两三角相似求出 $\triangle AGE$ 和 $\triangle FGA$ 相似, 根据相似三角形对应边成比例可得 $\frac{AG}{GE}=\frac{FG}{AG}$, 从而得到 $GE \cdot GF=AG^2$, 再根据等腰直角三角形的性质求解即可.

【解答】(1) 解: 如图, 连接 OC ,

$\because \widehat{CD}$ 沿 CD 翻折后, 点 A 与圆心 O 重合,

$$\therefore OM = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 2 = 1, \quad CD \perp OA,$$

$$\because OC = 2,$$

$$\therefore CD = 2CM = 2\sqrt{OC^2 - OM^2} = 2\sqrt{2^2 - 1^2} = 2\sqrt{3};$$

(2) 证明: $\because PA=OA=2$, $AM=OM=1$, $CM=\frac{1}{2}CD=\sqrt{3}$, $\angle CMP=\angle OMC=90^\circ$,

$$\therefore PC = \sqrt{CM^2 + PM^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\because OC = 2, \quad PO = 2 + 2 = 4,$$

$$\therefore PC^2 + OC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16 = PO^2,$$

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ,$$

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 解: $GE \cdot GF$ 是定值, 证明如下:

如图, 连接 GA 、 AF 、 GB ,

\because 点 G 为 \widehat{ADB} 的中点,

$$\therefore \widehat{GA} = \widehat{GB},$$

$$\therefore \angle BAG = \angle AFG,$$

又 $\because \angle AGE = \angle FGA,$

$$\therefore \triangle AGE \sim \triangle FGA,$$

$$\therefore \frac{AG}{GE} = \frac{FG}{AG},$$

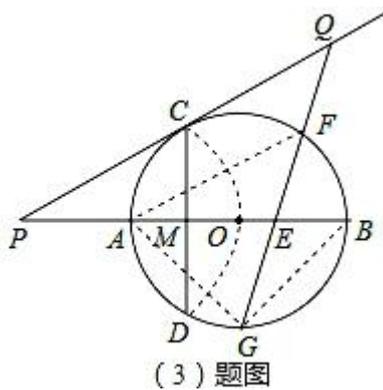
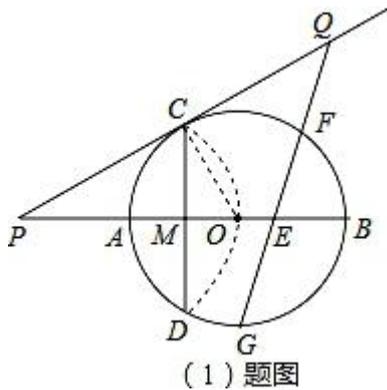
$$\therefore GE \cdot GF = AG^2,$$

$\because AB$ 为直径, $AB = 4,$

$$\therefore \angle BAG = \angle ABG = 45^\circ,$$

$$\therefore AG = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore GE \cdot GF = 8.$$



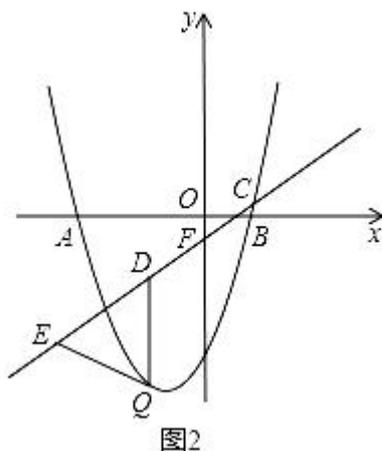
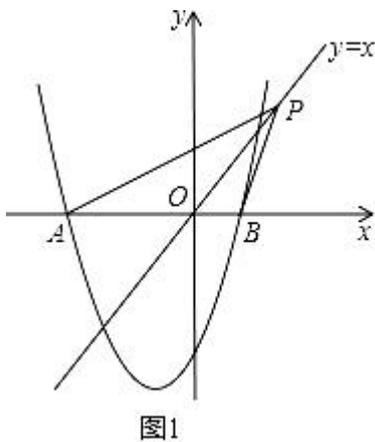
【点评】 本题是圆的综合题型, 主要利用了翻折变换的性质, 垂径定理, 勾股定理, 勾股定理逆定理, 圆的切线的定义, 相似三角形的判定与性质, 难点在于 (3) 作辅助线构造出相似三角形.

23. 如图, 抛物线 $y=ax^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A、B 两点, 且 $B(1, 0)$

(1) 求抛物线的解析式和点 A 的坐标;

(2) 如图 1, 点 P 是直线 $y=x$ 上的动点, 当直线 $y=x$ 平分 $\angle APB$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 已知直线 $y=\frac{2}{3}x - \frac{4}{9}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 C、F 两点, 点 Q 是直线 CF 下方的抛物线上的一个动点, 过点 Q 作 y 轴的平行线, 交直线 CF 于点 D, 点 E 在线段 CD 的延长线上, 连接 QE. 问: 以 QD 为腰的等腰 $\triangle QDE$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 请求出这个最大值; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 把 B 点坐标代入抛物线解析式可求得 a 的值, 可求得抛物线解析式, 再令 $y=0$, 可解得相应方程的根, 可求得 A 点坐标;

(2) 当点 P 在 x 轴上方时, 连接 AP 交 y 轴于点 B' , 可证 $\triangle OBP \cong \triangle OB'P$, 可求得 B' 坐标, 利用待定系数法可求得直线 AP 的解析式, 联立直线 $y=x$, 可求得 P 点坐标; 当点 P 在 x 轴下方时, 同理可求得 $\angle BPO = \angle B'PO$, 又 $\angle B'PO$ 在 $\angle APO$ 的内部, 可知此时没有满足条件的点 P;

(3) 过 Q 作 $QH \perp DE$ 于点 H, 由直线 CF 的解析式可求得点 C、F 的坐标, 结合条件可求得 $\tan \angle QDH$, 可分别用 DQ 表示出 QH 和 DH 的长, 分 $DQ=DE$ 和 $DQ=QE$ 两种情况, 分别用 DQ 的长表示出 $\triangle QDE$ 的面积, 再设出点 Q 的坐标, 利用二次函数的性质可求得 $\triangle QDE$ 的面积的最大值.

【解答】解:

(1) 把 $B(1, 0)$ 代入 $y=ax^2+2x-3$,

可得 $a+2-3=0$, 解得 $a=1$,

\therefore 抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$,

令 $y=0$, 可得 $x^2+2x-3=0$, 解得 $x=1$ 或 $x=-3$,

\therefore A 点坐标为 $(-3, 0)$;

(2) 若 $y=x$ 平分 $\angle APB$, 则 $\angle APO = \angle BPO$,

如图1，若P点在x轴上方，PA与y轴交于点B'，

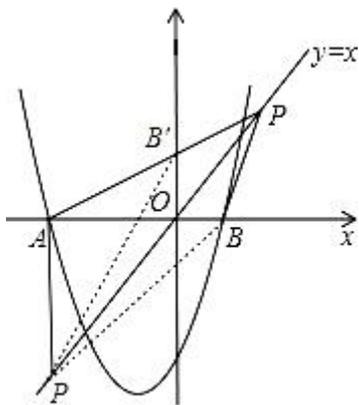


图1

由于点P在直线 $y=x$ 上，可知 $\angle POB = \angle POB' = 45^\circ$ ，

在 $\triangle BPO$ 和 $\triangle B'PO$ 中

$$\begin{cases} \angle POB = \angle POB' \\ OP = OP \\ \angle BOP = \angle B'OP \end{cases},$$

$\therefore \triangle BPO \cong \triangle B'PO$ (ASA),

$\therefore BO = B'O = 1$,

设直线 AP 解析式为 $y=kx+b$ ，把 A、B' 两点坐标代入可得

$$\begin{cases} -3k+b=0 \\ b=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{3} \\ b=1 \end{cases},$$

\therefore 直线 AP 解析式为 $y=\frac{1}{3}x+1$,

$$\text{ 联立 } \begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{3}x+1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases},$$

\therefore P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$;

若 P 点在 x 轴下方时，同理可得 $\triangle BOP \cong \triangle B'OP$,

$\therefore \angle BPO = \angle B'PO$,

又 $\angle B'PO$ 在 $\angle APO$ 的内部，

$\therefore \angle APO \neq \angle BPO$ ，即此时没有满足条件的 P 点，

综上所述 P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$;

(3) 如图2，作 $QH \perp CF$ ，交 CF 于点 H，

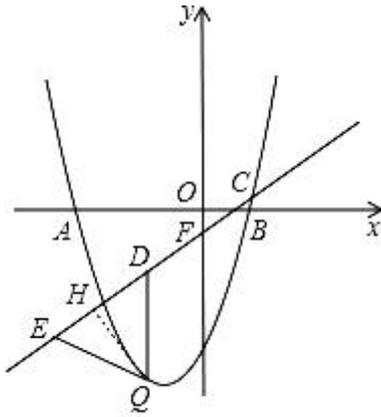


图2

$$\therefore CF \text{ 为 } y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}$$

$$\therefore \text{可求得 } C\left(\frac{2}{3}, 0\right), F\left(0, -\frac{4}{9}\right),$$

$$\therefore \tan \angle OFC = \frac{OC}{OF} = \frac{3}{2}$$

$\therefore DQ \parallel y$ 轴,

$\therefore \angle QDH = \angle MFD = \angle OFC,$

$$\therefore \tan \angle HDQ = \frac{3}{2}$$

不妨设 $DQ = t$, $DH = \frac{2}{\sqrt{13}}t$, $HQ = \frac{3}{\sqrt{13}}t$,

$\therefore \triangle QDE$ 是以 DQ 为腰的等腰三角形,

$$\therefore \text{若 } DQ = DE, \text{ 则 } S_{\triangle DEQ} = \frac{1}{2}DE \cdot HQ = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{13}}t \times t = \frac{3\sqrt{13}}{26}t^2,$$

$$\text{若 } DQ = QE, \text{ 则 } S_{\triangle DEQ} = \frac{1}{2}DE \cdot HQ = \frac{1}{2} \times 2DH \cdot HQ = \frac{1}{2} \times \frac{4}{\sqrt{13}}t \times \frac{3}{\sqrt{13}}t = \frac{6}{13}t^2,$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{13}}{26}t^2 < \frac{6}{13}t^2,$$

\therefore 当 $DQ = QE$ 时 $\triangle DEQ$ 的面积比 $DQ = DE$ 时大.

设 Q 点坐标为 $(x, x^2 + 2x - 3)$, 则 $D\left(x, \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}\right)$,

$\therefore Q$ 点在直线 CF 的下方,

$$\therefore DQ = t = \frac{2}{3}x - \frac{4}{9} - (x^2 + 2x - 3) = -x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{23}{9},$$

当 $x = -\frac{2}{3}$ 时, $t_{\max} = 3$,

$$\therefore (S_{\triangle DEQ})_{\max} = \frac{6}{13}t^2 = \frac{54}{13}$$

即以 QD 为腰的等腰三角形的面积最大值为 $\frac{54}{13}$.

【点评】 本题主要考查二次函数的综合应用，涉及知识点有待定系数法、角平分线的定义、全等三角形的判定和性质、三角形的面积、等腰三角形的性质、二次函数的性质及分类讨论等。在（2）中确定出直线 AP 的解析式是解题的关键，在（3）中利用 DQ 表示出 $\triangle QDE$ 的面积是解题的关键。本题考查知识点较多，综合性较强，计算量大，难度较大。