2017~2018学年广东广州越秀区美术中学高二下学期文科期末数学试卷

一、选择题（10小题，每小题5分）

1 命题“若$a>b$，则$a(m^2+1)>b(m^2+1)$”的逆否命题是（　）.

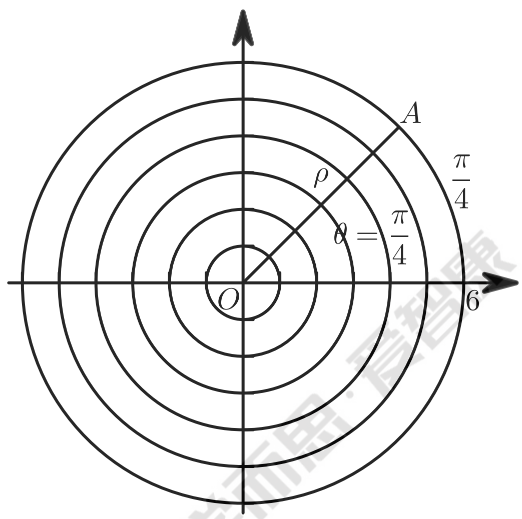
A. 若$a>b$，则$a(m^2+1)\leqslant b(m^2+1)$

B. 若$a\leqslant b$，则$a(m^2+1)>b(m^2+1)$

C. 若$a(m^2+1)\leqslant b(m^2+1)$，则$a\leqslant b$

D. 若$a(m^2+1)\leqslant b(m^2+1)$，则$a>b$

2 如图所示的坐标系中，A点的极坐标为（　）.



A. $\left(6,\frac{\pi}{4}\right)$

B. $\left(\frac{\pi}{4},6\right)$

C. $\left(6,\frac{5\pi}{4}\right)$

D. $\left(\frac{3\pi}{4},6\right)$

3 抛物线$y^2=8x$的焦点坐标是（　）.

A. $(0,2)$

B. $(-2,0)$

C. $(2,0)$

D. $(0,-2)$

4 “$a>0$”是“$|a|>0$”的（　）.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5 在极坐标系中，点$A\left(4,\dfrac{\pi}{6}\right)$，则点$A$的直角坐标为（　）．

A. $(2,2\sqrt{3})$　　B. $(2\sqrt{3},2)$　　C. $(1,\sqrt{3})$　　D. $(\sqrt{3},1)$

6 若$\dfrac{1+7\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则$ab$的值为（　）．

A. -15　　B. -3　　C. 3　　D. 15

7 双曲线$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$的右支上有一点$P$，它到左焦点的距离是10，则点$P$到右焦点的距离是（　）．

A. 2　　B. 18　　C. 2或18　　D. 6

8 函数$f(x)=(2\pi x)^2$的导数是（　）．

A. $f'(x)=4\pi x$

B. $f'(x)=4\pi^2x$

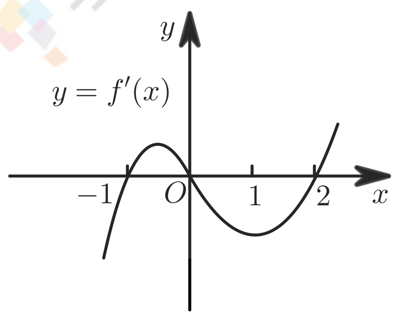
C. $f'(x)=8\pi^2x$

D. $f'(x)=16\pi^2x$

9 已知椭圆$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{5}=1\ (m>0)$的右焦点$F(2,0)$，则此椭圆的离心率为（　）．

A. 6　　B. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

10 函数$f(x)$的导函数$y=f'(x)$的图像如下图，则函数$f(x)$的极小值点有（　）．



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 0个

二、填空题：共4小题，每小题5分

11 若$(x^2-1)+(x^2+3x+2)\mathrm{i}$是纯虚数，实数$x$的值为______．

12 曲线$y=x^3-x+3$在点$(1,3)$处的切线方程为______．

13 在极坐标$(\rho,\theta)(0\leqslant\theta<2\pi)$中，曲线$\rho(\sin\theta+\cos\theta)=1$与$\rho(\sin\theta-\cos\theta)=1$的交点的直角坐标为______．

14 若抛物线$y^2=ax$的焦点与双曲线$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$的右焦点重合，则$a=$______．

三、解答题（本大题共7小题，共80分）

15 已知双曲线中心在原点，一个焦点为$F(-5,0)$，且实轴长是虚轴长的2倍，求双曲线的标准方程．

16 已知函数$f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+3x$．

（1）求函数$f(x)$的单调递增区间．

（2）求函数在$[-2,0]$上的最值．

17 为了解某班学生喜爱打篮球是否与性别有关，对本班50人进行了问卷调查得到了如下的列联表：

	喜爱打篮球	喜爱打篮球	合计
男生	20	5	25
女生	10	15	25
合计	30	20	50

（1）用分层抽样的方法在喜欢打篮球的学生中抽6人，其中男生抽多少人？

（2）在上述抽取的6人中选2人，求恰有一名女生的概率．

（3）为了研究喜欢打篮球是否与性别有关，计算出$K^2 \approx 8.333$，你有多大的把握认为是否喜欢打篮球与性别有关？

参考数据：

①假设有两个分类变量X和Y，它们的值域分别为$\{x_1, x_2\}$和$\{y_1, y_2\}$，其样本频数列联表（称为2×2列联表）为：

	y_1	y_2	合计
x_1	a	b	$a+b$
x_2	c	d	$c+d$
合计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

则随机变量$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$为样本容量；

②独立检验随机变量K^2的临界值参考表：

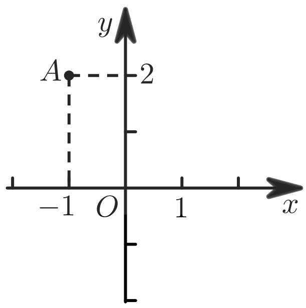
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18 已知曲线C_1的参数方程为$\begin{cases} x=4+5\cos\theta \\ y=5+5\sin\theta \end{cases}$（$\theta$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线$C_2$的极坐标方程为$\rho\cos\theta=0$．

（1）把C_1的参数方程化为极坐标方程．

（2）求C_1与C_2交点的极坐标$(\rho\geqslant 0, 0\leqslant\theta<2\pi)$．

19 如图中的点A，对应的复数是z，试作出下列运算的结果对应的向量．



（1）$z+1$．

（2）$z-\mathrm{i}$．

（3）$z+(2-\mathrm{i})$．

20 设函数$f(x)=2x^3+3ax^2+3bx+8c$在$x=1$及$x=2$处取得极值．

（1）求a，b的值．

（2）若对于任意的$x\in[0,3]$，都有$f(x)<c^2$成立，求c的取值范围．

21 已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点与抛物线$C_2:y^2=4x$的焦点$F$重合，椭圆$C_1$与抛物线$C_2$在第一象限的交点为$P$，$|PF|=\dfrac{5}{3}$．

（1）求椭圆C_1的方程．

（2）若过点$A(-1,0)$的直线与椭圆C_1相交于M、N两点，求使$\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{FN}=\overrightarrow{FR}$成立的动点$R$的轨迹方程．

（3）若点R满足条件（2），点T是园$(x-1)^2+y^2=1$上的动点，求$|RT|$的最大值．