【玄武区】2019中考模拟卷（二）

数学

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1．计算 $\left(-xy^2\right)^3$ 的结果是（　　）

A．$-x^3y^6$　　　B．x^3y^6　　　C．$-x^3y^5$　　　D．x^3y^5

2．29 的算术平方根介于（　　）

A．6 与 7 之间　　B．5 与 6 之间　　C．4 与 5 之间　　D．3 与 4 之间

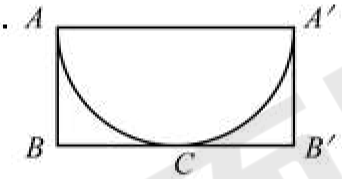
3．对于实数 a、b，若 $b<a<0$，则下列四个数中，一定是负数的是（　　）

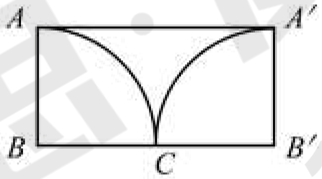
A．$a-b$　　B．ab　　C．$\dfrac{b}{a}$　　D．$a+b$

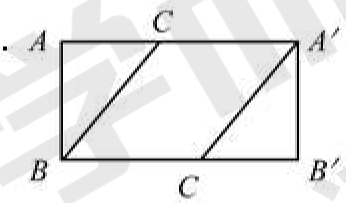
4．下列长度的三条线段能组成锐角三角形的是（　　）

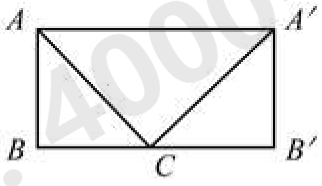
A．2，3，4　　B．2，3，5　　C．3，4，4　　D．3，4，5

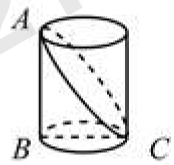
5．如图，已知 BC 是圆柱底面的直径，AB 是圆柱的高，在圆柱的侧面上，过点 A、C 嵌有一圈路径最短的金属丝，现将圆柱侧面沿 AB 剪开，所得的圆柱侧面展开图是（　　）

A．


B．


C．


D．




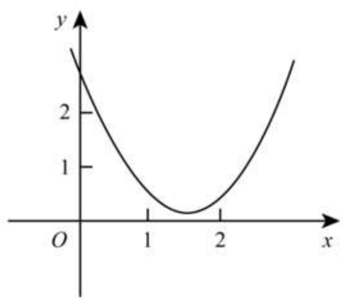
6．二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数）的图像如图所示，若 $y_1+y_2=2$，则下列关于函数 y_2 的图像与性质描述正确的是（　　）

A．函数 y_2 的图像开口向上

B．函数 y_2 的图像与 x 轴没有公共点

C．当 $x>2$ 时，y_2 随 x 的增大而减小

D．当 $x=1$ 时，函数 y_2 的值小于 0



二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7．南京属于北亚热带湿润气候，年平均降水量约为 1100 毫米，将数据 1100 用科学记数法表示为__________.

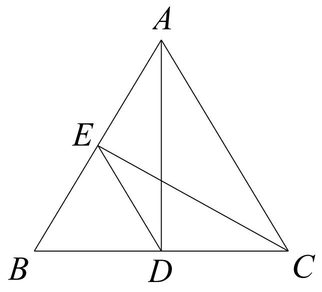
8．若代数式 $1+\dfrac{1}{x-1}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围为__________.

9．分解因式 $(a-b)(a-9b)+4ab$ 的结果是___________.

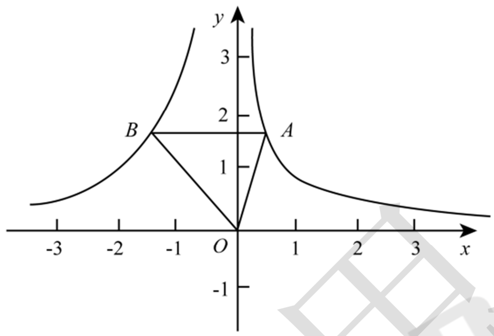
10．计算$\dfrac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{\dfrac{1}{3}}$的结果是__________.

11．已知一元二次方程$x^2+mx-3=0$的一个根为1，则m=__________.

12．如图，在△ABC中，AB=AC，AD是△ABC的角平分线，CE是△ABC的中线，连接DE，若AB=6，则DE=__________.



（第 12 题）

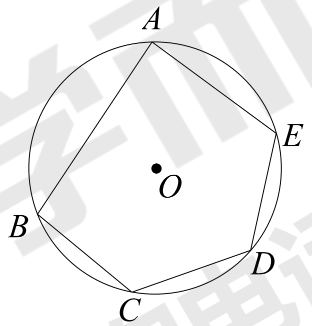


（第 14 题）

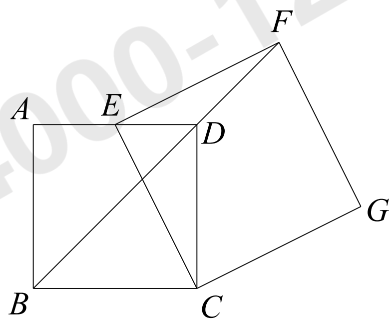
13．在平面直角坐标系中有一点A，作点A关于y轴对称点A'，再将点A'向下平移 4 个单位，得到点A''（1，1），则点A的坐标是（______，______）.

14．如图，点A在反比例函数$y_1=\dfrac{1}{x}(x>0)$的图像上，点B在反比例函数$y_2=\dfrac{k}{x}(x<0)$的图像上，$AB\perp y$轴，若△AOB的面积为 2，则k的值为__________.

15．如图，五边形$ABCDE$内接于$\odot O$，BC=CD=DE，若$\angle B=98°$，$\angle E=116°$，则$\angle A$=________°.



（第 15 题）



（第 16 题）

16．如图，正方形$ABCD$与正方形$CEFG$，E是AD的中点，若AB=2，则点B与点F之间的距离为__________.

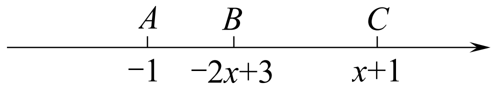
三、解答题（共 88 分）

17．（7 分）计算$\left(x+\dfrac{1}{x}+2\right)\div\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

18.（7 分）如图，在数轴上点 A、B、C 分别表示 -1、$-2x+3$、$x+1$，且点 A 在点 B 的左侧，点 C 在点 B 的右侧.

⑴求 x 的取值范围；

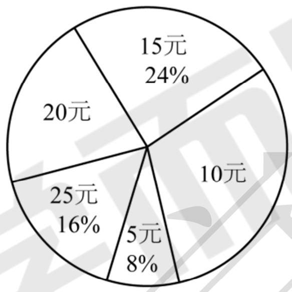
⑵当 $AB=2BC$ 时，x 的值为__________.



（第 18 题）

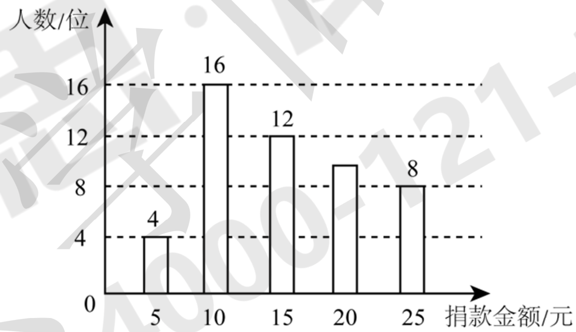
19.（7 分）某校 1200 名学生发起向贫困山区学生捐款活动，为了解捐款情况，学生会随机抽取了部分学生的捐款金额，并用得到的数据绘制了如下统计图①和图②.

部分学生捐款金额扇形统计图



①

部分学生捐款金额条形统计图



②

请根据以上信息，解答下列问题：

⑴本次抽样调查的样本容量为____________；

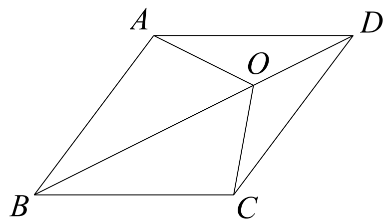
⑵图①中“20 元”对应扇形的圆心角的度数为____________°；

⑶估计该校本次活动捐款金额为 15 元以上（含 15 元）的学生人数.

20.（8 分）如图，O 是菱形 $ABCD$ 对角线 BD 上的一点，且 $OC=OD$，连接 OA．

⑴求证：$\angle AOC=2\angle ABC$；

⑵求证：$CD^2=OD\cdot BD$．



（第 20 题）

21.（8 分）经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转．如果这三种可能性大小相同，现有两辆汽车经过这个十字路口．

⑴求两辆车全部继续直行的概率；

⑵下列事件中，概率最大的是（　　）

A．一辆车向左转，一辆车向右转　　B．两辆车都向左转

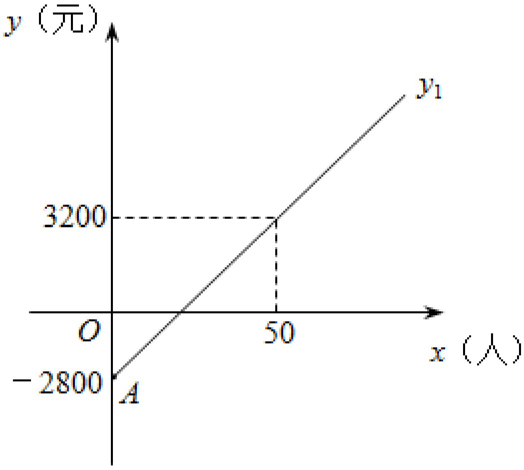
C．两辆车行驶方向相同　　D．两辆车行驶方向不同

22.（9 分）如图是某景区每日利润 y_1(元)与当天游客人数 x(人)的函数图像．为了吸引游客，该景区决定改革，改革后每张票价减少 20 元，运营成本减少 800 元．设改革后该景区每日利润为 y_2(元)．(注：每日利润=票价收入一运营成本)

⑴解释点 A 的实际意义：____________；

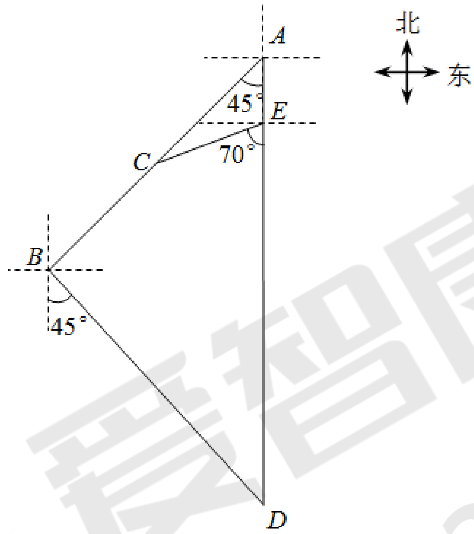
⑵分别求出 y_1、y_2 关于 x 的函数表达式；

⑶当游客人数为多少人时，改革前的日利润与改革后的日利润相等？



23．（8 分）如图，港口 B 位于港口 A 的南偏西 45° 方向，灯塔 C 恰好在 AB 的中点处．一艘海轮位于港口 A 的正南方向，港口 B 的南偏东 45° 方向的 D 处，它沿正北方向航行 18.5km 到达 E 处，此时测得灯塔 C 在 E 的南偏西 70° 方向上，求 E 处距离港口 A 有多远？

（参考数据：$\sin 70° \approx 0.94$，$\cos 70° \approx 0.34$，$\tan 70° \approx 2.75$）



（第 23 题）

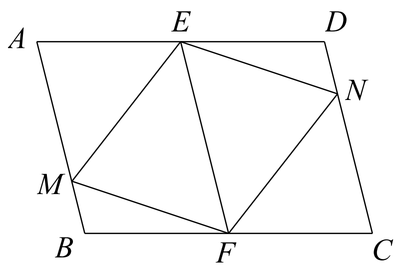
24．（9 分）如图，在▱$ABCD$ 中，E、F 分别是 AD、BC 的中点，$\angle AEF$ 的角平分线交 AB 于点 M，$\angle EFC$ 的角平分线交 CD 于点 N，连接 MF、NE．

⑴求证：四边形 $EMFN$ 是平行四边形．

⑵小明在完成⑴的证明后继续进行了探索，他猜想：当 $AB=AD$ 时，四边形 $EMFN$ 是矩形．请在下列框图中补全他的证明思路．

小明的证明思路

由⑴知四边形 $EMFN$ 是平行四边形，要证▱$EMFN$ 是矩形，只要证 $\angle MFN=90°$．由已知条件知 $\angle EFN=\angle CFN$，故只要证 $\angle EFM=\angle BFM$．易证________________．故只要证 $\angle BFM=\angle BMF$，即证 $BM=BF$，故只要证____________________．易证 $AE=AM$，$AE=BF$，即可得证．



25．已知二次函数 $y=x^2-2(m+1)x+2m+1$（m 为常数)，函数图像的顶点为 C.

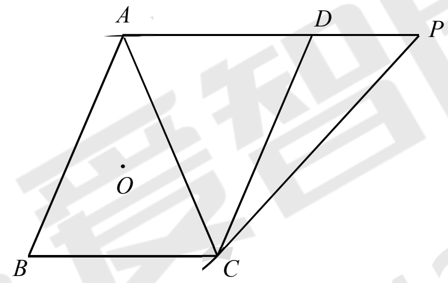
⑴若该函数的图像恰好经过坐标原点，求点 C 的坐标；

⑵该函数的图像与 x 轴分别交于点 A、B，若以 A、B、C 为顶点的三角形是直角三角形，求 m 的值.

26．（8 分）在▱$ABCD$ 中，经过 A、B、C 三点的⊙O 与 AD 相切于点 A，经过点 C 的切线与 AD 的延长线相交于点 P，连接 AC.

⑴求证：$AB=AC$；

⑵若 $AB=4$，⊙O 的半径为$\sqrt{5}$，求 PD 的长.



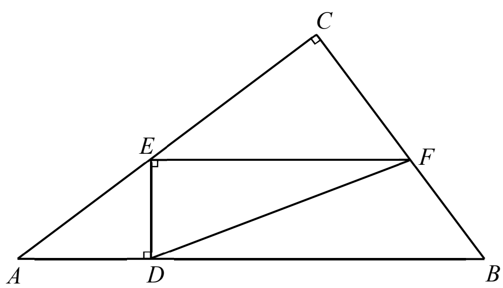
（第 26 题）

27．（9 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$AC=8$，$BC=6$，D 为 AB 边上的动点，过点 D 作 $DE\perp AB$ 交边 AC 于点 E，过点 E 作 $EF\perp DE$ 交 BC 于点 F，连接 DF.

⑴当 $AD=4$ 时，求 EF 的长度；

⑵求△DEF 的面积的最大值；

⑶设 O 为 DF 的中点，随着点 D 的运动，则点 O 的运动路径的长度为__________.



（第 27 题）

【玄武区】2019中考模拟卷（二）（答案）

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	B	D	C	D	C

二、填空题

题号	7	8	9	10	11
答案	1.1×10^3	$x\neq1$	$\left(a-3b\right)^2$	$\sqrt{3}$	2
题号	12	13	14	15	16
答案	3	-1，5	-3	102	$3\sqrt{2}$

三、解答题

17、解：原式=$\dfrac{x^2+2x+1}{x}\div\dfrac{x^2-1}{x}$

$=\dfrac{\left(x+1\right)^2}{x}\bullet\dfrac{x}{\left(x+1\right)\left(x-1\right)}$

$=\dfrac{x+1}{x-1}$

18、解：⑴由题意得$\begin{cases}-1<-2x+3 & ①\\ -2x+3<x+1 & ②\end{cases}$

由①得：$x<2$

由②得：$x>\dfrac{2}{3}$

所以，不等式组的解集为：$\dfrac{2}{3}<x<2$.

⑵ 1

解析：$AB=-2x+3-\left(-1\right)=-2x+4$，$BC=x+1-\left(-2x+3\right)=3x-2$

∵$AB=2BC$

∴$-2x+4=2\left(3x-2\right)$

解得：$x=1$.

19、 ⑴50

⑵72

⑶$\dfrac{16}{50}\times100\%=32\%$

$1-16\%-24\%-8\%-32\%=20\%$

$1200\times(24\%+20\%+16\%)=720$(人)

答：估计该校本次活动捐款金额为15元以上（含15元）的学生人数为720人.

20、 ⑴设$\angle ADB$为α

∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$AD // BC$，$AD=DC$

∴$\angle ADB=\angle DBC=\alpha$

∵$AD=DC$

∴$\angle CDB=\angle DBC=\alpha$

∴$\angle ADB=\angle CDB=\alpha$

∵$OD=OC$

∴$\angle OCD=\angle BDC=\alpha$

∴$\angle BOC=\angle OCD+\angle BDC=2\alpha$

同理可得$\angle AOB=2\alpha$

∴$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC=4\alpha$

∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$\angle ABC=\angle ADC=2\alpha$

∴$\angle AOC=2\angle ABC$

⑵由⑴可知∵$\angle OCD=\alpha$，$\angle DBC=\alpha$

∴$\angle OCD=\angle DBC$

∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$CD=CB$，

∴$\angle DBC=\angle CDB$，

∴$\triangle DCO\backsim\triangle DBC$，

所以$\dfrac{DC}{DB}=\dfrac{DO}{DC}$

∴$DC^2=DO\bullet DB$

21、解：⑴设“直行”为事件A，“左转”为事件B，“右转”为事件C.

则有题可列表如下：

1 \ 2	A	B	C
A	A、A	A、B	A、C
B	A、B	B、B	B、C
C	A、C	B、C	C、C

由表格中，一共有 9 中等可能情况，两辆车都“直行”的情况只有 1 种，所以两辆车都“直行”的概率是$\dfrac{1}{9}$.

⑵D

22、解：⑴改革前某景区每日运营成本为 2800 元.

⑵设$y_1=kx+b$，把点$(0,-2800)$，$(50,3200)$带入，得

$\begin{cases}50k+b=3200\\b=-2800\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=120\\b=-2800\end{cases}$，从而$y_1=120x-2800$

由题可知，每张票价减少 20 元，运营成本减少 800 元，则$y_2=100x-2000$.

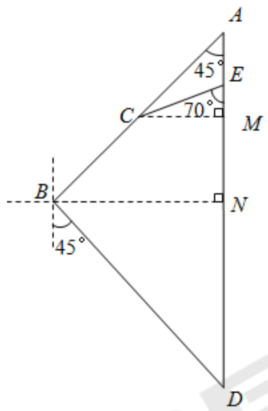
⑶当$y_1=y_2$时，$120x-2800=100x-2000$，解得$x=40$，

答：当日游客为 40 人时，改革前的日利润和改革后的日利润相等.

23、解：过 C 点作 $CM\perp AD$ 于 M 点，过 B 点作 $BN\perp AD$ 于 N 点，设 BN 的长度为 x km.

$\because \angle A=45^{\circ}, \angle BMA=90^{\circ}$ $\therefore \Delta ACM$ 为等腰直角三角形，同理 ΔABN 为等腰直角三角形.

$\because C$ 为 AB 中点，$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{CM}{BN}=\dfrac{1}{2}$，则 $CM=AM=MN=\dfrac{x}{2}$



在 $Rt\Delta ECM$ 中，$\tan 70^{\circ}=\dfrac{CM}{ME}\Rightarrow EM=\dfrac{CM}{\tan 70^{\circ}}=\dfrac{\frac{x}{2}}{2.75}=\dfrac{2x}{11}$

$DE=EM+MN+ND\Rightarrow \dfrac{2x}{11}+\dfrac{x}{2}+x=18.5$，解得 $x=11$.

$\therefore AE=AD-DE=2x-18.5=3.5$ km

答：E 处距离港口 A 处 3.5km

24、(1)证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AD/\!/BC$，$AD=BC$，$\angle A=\angle C$

$\therefore \angle AEF=\angle CFE$

$\because AD=BC$，E、F 分别是 AD、BC 的中点

$\therefore AE=CF$

$\because EM$、FN 平分 $\angle AEF$、$\angle EFC$

$\therefore \angle MEF=\angle AEM=\dfrac{1}{2}\angle AEF$，$\angle NFE=\angle NFC=\dfrac{1}{2}\angle CFE$

$\therefore \angle MEF=\angle NFE$

$\therefore EM/\!/FN$

在△AEM 和△CFN 中

$$\begin{cases}\angle A=\angle C\\ AE=CF\\ \angle AEM=\angle NFC\end{cases}$$

$\therefore$△AEM≌△CFN（ASA）

$\therefore EM=FN$

$\therefore$四边形 $EMFN$ 是平行四边形

(2)$\angle EFM=\angle BMF$，$BM=AM$

25、(1)解：$\because y=x^2-2(m+1)x+2m+1$ 的图像经过点（0，0）

$\therefore 2m+1=0$　　$\therefore m=-\dfrac{1}{2}$

当 $m=-\dfrac{1}{2}$时，$y=x^2-x=(x-\dfrac{1}{2})^2-\dfrac{1}{4}$

$\therefore$顶点 C 的坐标$(\dfrac{1}{2}，-\dfrac{1}{4})$

(2)解：当 $y=0$ 时 $x^2-2(m+1)x+2m+1=0$

$\therefore x_1=2m+1$，$x_2=1$

$\therefore AB=|2m|$

$\because y=x^2-2(m+1)x+2m+1=(x-m-1)^2-m^2$

$\therefore$顶点 C 的坐标$(m+1，-m^2)$

$\because$以 A、B、C 为顶点的三角形是直角三角形

$\therefore 2m^2=|2m|$

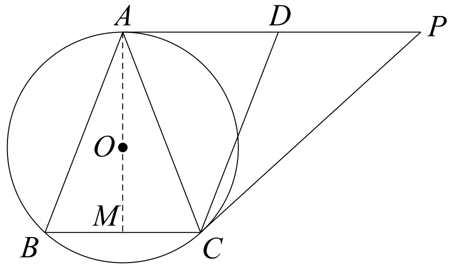
当 $2m^2=2m$ 时，$m_1=0$，$m_2=1$

当 $2m^2=-2m$ 时，$m_1=0$，$m_2=-1$

当 $m=0$ 时，$AB=0$（舍）

答：m 的值为 1 或 -1

26、证明：⑴连接 AO 并延长，交 BC 于点 M



$\because PA$ 与 $\odot O$ 相切于点 A

$\therefore AM\perp AP$ 即 $\angle MAP=90^\circ$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

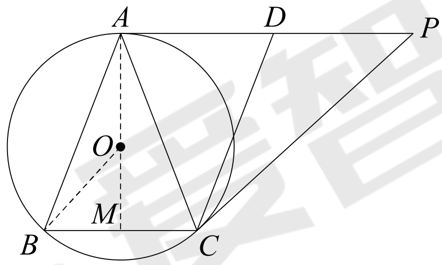
$\therefore AD\ /\!/\ BC$

$\therefore \angle BMA=\angle MAP=90^\circ$

$\therefore BM=CM$

$\therefore AB=AC$

⑵连接 BO



$\because BO^2-OM^2=BA^2-AM^2=BM^2$

$\therefore 5-OM^2=BA^2-\left(AO+OM\right)^2$

$\therefore OM=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\quad \therefore BM=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

$\therefore BC=AD=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

$\because PA$ 、 PC 与 $\odot O$ 相切

$\therefore PA=PC$

$\therefore \angle PAC=\angle PCA$

$\because \angle PAC=\angle ACB$, $AB=AC$

$\therefore \angle PCA=\angle ABC$

$\therefore \triangle PAC\backsim\triangle ABC$

$\therefore \dfrac{PA}{AB}=\dfrac{AC}{BC}\quad \therefore PA=2\sqrt{5}$

$\therefore PD=PA-AD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

27、⑴在 Rt△ACB 中，$\angle C=90^\circ$，

根据勾股定理，可得 $AB=10$

在 Rt△ACB 中，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，在 Rt△$ADE$ 中，$\cos A=\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{4}{AE}=\dfrac{4}{5}$，

故 $AE=5$，

由 $DE\perp AB$，$EF\perp DE$，易证 $EF/\!/AB$

以证明△CEF∽△CAB，故 $\dfrac{EF}{AB}=\dfrac{CE}{CA}$

代入，可得 $\dfrac{EF}{10}=\dfrac{8-5}{8}\quad \therefore EF=\dfrac{15}{4}$

⑵设 $DE=x$，根据三角函数，表示出 $AE=\dfrac{5}{3}x$，则 $CE=8-\dfrac{5}{3}x$，由 $\dfrac{EF}{AB}=\dfrac{CE}{CA}$，得 $EF=10-\dfrac{25}{12}x$

$$\therefore S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE\times EF=\frac{1}{2}x(10-\frac{25}{12}x)=-\frac{25}{24}(x-\frac{12}{5})^2+6$$

所以△DEF 的面积最大值为 6.

(3) $\dfrac{\sqrt{193}}{5}$

提示：可以通过极端位置猜想，一端为 AB 中点，另一端为 AB 边上高的中点，猜想运动轨迹为线段，勾股定理求线段长即可.

证明运动轨迹为线段的思路：以 A 为原点、AB 为 x 轴建立平面直角坐标系，根据第⑵问中线段长度，可以表示出 D 点和 F 点的坐标，利用中点公式，求出 O 点的坐标，再算出 O 点的轨迹是直线的一部分，即线段.