2019年广州市初中毕业生学业考试

数 学

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1、

【答案】B

【考点】绝对值.

【解析】$|-6|=6$.

2、

【答案】A

【考点】众数.

【解析】数字5出现的次数最多.

3、

【答案】A

【考点】锐角三角函数.

【解析】$\tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{30}{AC}=\dfrac{2}{5}$，解得$AC=75\text{m}$.

4、

【答案】D

【考点】整式的运算.

【解析】

A选项：$-3-2=-5$；

B选项：$3\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=3\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{3}$；

C选项：$x^3\cdot x^5=x^{3+5}=x^8$；

D选项：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{ab}=a\sqrt{b}$.

5、

【答案】C

【考点】点与圆位置关系、切线的定义

【解析】因为圆半径为1，点P到O的距离为2，大于半径，即点P在圆外，圆外的点可作圆的两条切线.

6、

【答案】D

【考点】分式方程——工程问题

【解析】由题意可得乙每小时可以做$(x+8)$个零件，依题意可得：$\dfrac{120}{x}=\dfrac{150}{x+8}$.

7、
【答案】B
【考点】平行四边形性质、中位线、相似——面积比
【解析】

由中位线性质可得：$EH=\frac{1}{2}AD$，$HG=\frac{1}{2}DC$，

$\because AD\neq DC$，

$\therefore EH\neq HG$.

$\because EF=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}DC=HG$，

同理 $EH=FG$，

∴四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

平行四边形对角线不垂直，则 AC 与 BD 不垂直.

$\because \frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle EOF}}=\left(\frac{AB}{EF}\right)^2=\frac{4}{1}$，

$\therefore S_{\triangle ABO}=4S_{\triangle EFO}$.

8、
【答案】C
【考点】反比例函数图象性质
【解析】

$\because k=6>0$，

∴反比例函数图象在第一、三象限，y 随 x 的增大而减小，

$\therefore y_1<0<y_3<y_2$.

9、
【答案】A
【考点】矩形性质、垂直平分线、勾股定理.
【解析】

连接 AE，

$\because AF=5$，

$\therefore CE=5$，

$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore AE=CE=5$，

$\therefore AB=\sqrt{AE^2-BE^2}=4$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{5}$.

10、
【答案】D
【考点】韦达定理、根的判别式.

【解析】

由题意可得：$x_1+x_2=k-1$，$x_1x_2=-k+2$，

$(x_1-x_2+2)(x_1-x_2-2)+2x_1x_2$

$=(x_1-x_2)^2-4+2x_1x_2$

$=(x_1+x_2)^2-4-2x_1x_2$

$=(k-1)^2-4-2(-k+2)$

$=k^2-2k+1-4+2k-4$

$=k^2-7=-3$，

解得 $k=\pm 2$，

∵方程有两个实数根，

∴ $\Delta=\left[-(k-1)\right]^2-4(-k+2)$，

当 $k=2$ 时，$\Delta=1>0$，

当 $k=-2$ 时，$\Delta=-7<0$（不符合，舍去）.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11、

【答案】5

【考点】垂线段最大

【解析】点 P 到直线 l 的距离，即为垂线段的长度，故答案为 5．

12、

【答案】$x>8$

【考点】二次根式有意义的条件

【解析】由 $\sqrt{a}$ 有意义，必须满足 $a\geq 0$，

又∵分母不能为零，

∴ $x-8>0$，

即 $x>8$．

13、

【答案】$y(x+1)^2$

【考点】因式分解——提取公因式，完全平方公式

【解析】$x^2y+2xy+y=y(x^2+2x+1)=y(x+1)^2$．

14、

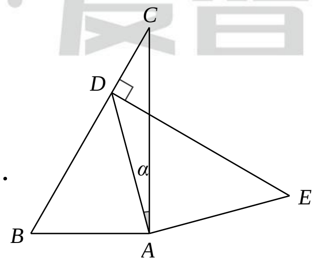
【答案】$15°$ 或 $60°$

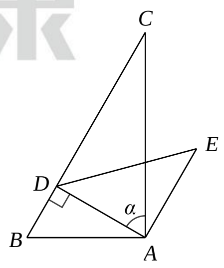
【考点】旋转

【解析】

如图，当直线 DE 垂直 BC 时，旋转角 $\alpha=60°-45°=15°$．

当直线 DA 垂直 BC 时，旋转角 $\alpha=60°$．





15、

【答案】$2\sqrt{2}\pi$

【考点】三视图、圆锥有关计算——弧长公式

【解析】由题意可得，圆锥的母线为2，

圆锥底面直径为$d=2\sqrt{2}$，

∵圆锥侧面展开图的弧长等于底面圆的周长，

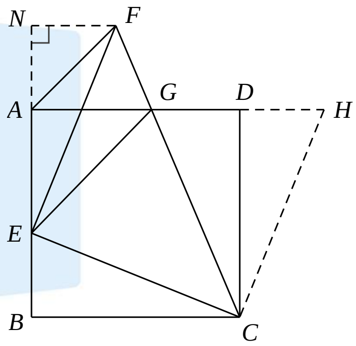
∴弧长$=d\pi=2\sqrt{2}\pi$．

16、

【答案】①④

【考点】正方形性质、三垂直模型、最值问题、勾股定理、角含半角模型

【解析】



过点F作$FN\perp AB$的延长线于点N，

∵$\angle DAM=45^\circ$，$AF=\sqrt{2}BE$，

∴$AN=NF=\sqrt{2}AF=BE$，

∴$EN=AB$，

∴$\triangle CBE\cong\triangle ENF$，

∴$\angle BCE=\angle NEF$，$CE=EF$，

∴$\angle FEC=90^\circ$，

则$\triangle CEF$为等腰直角三角形，

∴$\angle ECF=45^\circ$，①正确．

由角含半角模型，可把$\triangle CBE$绕点C逆时针旋转90°，得到$\triangle CDH$，

可得：$\triangle ECG\cong\triangle HCG$，

∴$EG=GH=BE+DG$，③错误．

∴$\triangle AEG$的周长$=AE+EG+AG=AE+EB+GD+AG=2AB=2a$，②错误．

设$BE=NF=x$，则$AE=a-x$，

∴$S_{\triangle EAF}=\frac{1}{2}AE\cdot NF=\frac{1}{2}(a-x)x=-\frac{1}{2}\left(x^2-ax+\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)=-\frac{1}{2}\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{1}{8}a^2$，

∴当$x=\frac{1}{2}a$时，$\triangle EAF$的面积有最大值，最大值是$\frac{1}{8}a^2$，④正确．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 102 分）

17、

【答案】$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

【考点】二元一次方程组

【解析】

$\begin{cases}x-y=1①\\x+3y=9②\end{cases}$，

②$-$①，得：

$4y=8$，解得$y=2$，

把$y=2$代入①，得：

$x=1+y=1+2=3$，

∴方程组的解为$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.

18、

【答案】证明见解析

【考点】全等三角形的证明

【解析】

∵ $FC // AB$，

∴ $\angle A=\angle FCE$，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CFE$ 中，

$\begin{cases}\angle A=\angle FCE\\\angle AED=\angle CEF\\DE=FE\end{cases}$，

∴ $\triangle ADE \cong \triangle CFE(\text{AAS})$.

19、

【答案】（1） $P=\frac{1}{a-b}$.（2） $P=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【考点】分式化简，一次函数的性质

【解析】

（1） $P=\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}=\frac{2a}{(a+b)(a-b)}-\frac{1}{a+b}=\frac{2a-(a-b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{1}{a-b}$.

（2）∵点 (a,b) 在一次函数 $y=x-\sqrt{2}$ 的图象上，

∴ $b=a-\sqrt{2}$，

∴ $a-b=\sqrt{2}$，

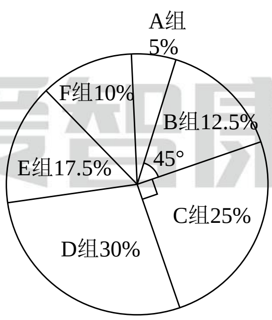
∴ $P=\frac{1}{a-b}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

20、

【答案】（1）5.（2）B 组圆心角度数： $45°$. C 组圆心角度数： $90°$.（3） $P=\frac{1}{2}$.

【考点】概率统计

【解析】



（1） $m=40-2-10-12-7-4=5$.

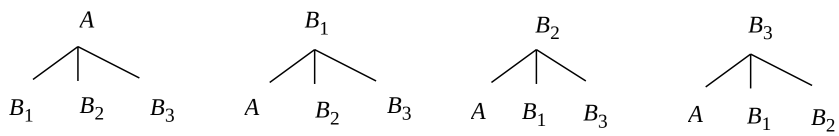
（2）

B 组占比： $\frac{5}{40}\times100\%=12.5\%$. B 组圆心角度数： $\frac{5}{40}\times360°=45°$.

C 组占比： $\frac{10}{40}\times100\%=25\%$. C 组圆心角度数： $\frac{10}{40}\times360°=90°$.

统计图如图所示.

（3）F 组共有 4 名学生，设男生为 A，女生为 B_1，B_2，B_3，树状图如下：



由树状图可得，总共有：(A,B_1)、(A,B_2)、(A,B_3)、(B_1,A)、(B_1,B_2)、(B_1,B_3)、(B_2,A)、(B_2,B_1)、(B_2,B_3)、(B_3,A)、(B_3,B_1)、(B_3,B_2) 共 12 种等可能情况，符合条件的有 6 种：(B_1,B_2)、(B_1,B_3)、(B_2,B_1)、(B_2,B_3)、(B_3,B_1)、(B_3,B_2)，

则都是女生的概率为 $P=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

21、

【答案】（1） 6 万座．（2）年平均增长率为 70%．

【考点】一元二次方程的实际应用——增长率问题

【解析】

（1）由题意可得：到 2020 年底，全省 5G 基站的数量是：$1.5\times4=6$（万座）.

答：到 2020 年底，全省 5G 基站的数量是 6 万座.

（2）设年平均增长率为 x，由题意可得：

$6(1+x)^2=17.34$，

解得：$x_1=0.7$，$x_2=-2.7$（不符合，舍去）

答：2020 年底到 2022 年底，全省 5G 基站数量的年平均增长率为 70%．

22、

【答案】（1）$m=-2$，$n=1$，$A(1,-2)$．（2）证明见解析．（3）$\sin\angle CDB=\frac{2}{5}\sqrt{5}$．

【考点】正比例函数、反比例函数、菱形性质、相似判定、锐角三角形函数

【解析】

（1）∵正比例函数 $y=mx$，反比例函数 $y=\frac{n-3}{x}$ 均经过点 $P(-1,2)$，

∴ $2=-m$，$2=\frac{n-3}{-1}$，

解得：$m=-2$，$n=1$．

∴正比例函数 $y=-2x$，反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$．

又正比例函数与反比例函数均是中心对称图形，则其两个交点也成中心对称点，

∵ $P(-1,2)$，

∴ A 点的坐标是 $(1,-2)$．

（2）∵ $AB/\!/CD$，

∴ $\angle EAO=\angle DCP$，

∵ $AB\perp x$ 轴，$AC\perp BD$，

∴ $\angle AEO=\angle CPD=90^\circ$，

∴ $\triangle CPD\backsim\triangle AEO$．

（3）∵ A 点的坐标是 $(1,-2)$．

∴ $AE=2$， $OE=1$，

∴ $AO=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∵ $\triangle CPD\backsim\triangle AEO$，

∴ $\angle CDB=\angle AOE$，

∴ $\sin\angle CDB=\sin\angle AOE=\dfrac{AE}{AO}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$．

23、

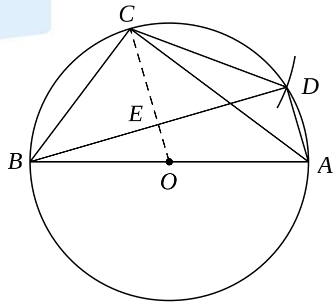
【答案】（1）如图所示．（2）四边形 $ABCD$ 的周长为 $\dfrac{124}{5}$．

【考点】尺规作图、垂径定理、勾股定理、中位线

【解析】

（1）以点 C 为圆心， CB 长度为半径，作弧交⊙ O 于点 D，连接 CD、 AD，即弦 CD 为所求．

（2）如图，连接 OC，交 BD 于点 E，



∵ AB 是直径，

∴ $\angle BDA=\angle BCA=90°$，

∵ $AB=10$， $AC=8$，

∴ $CD=BC=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

∵ $CB=CD$，

∴点 C 是 $\overset{\frown}{BCD}$ 的中点，

∴ $OC\perp BD$， E 是 BD 的中点，

设 $OE=x$，则 $CE=5-x$，

∴ $5^2-x^2=6^2-(5-x)^2$，解得： $x=\dfrac{7}{5}$，

∵点 O、点 E 为中点，

∴ OE 为 $\triangle ABD$ 的中位线，

∴ $AD=2OE=2x=\dfrac{14}{5}$，

∴四边形 $ABCD$ 的周长为： $AB+BC+CD+DA=10+6+6+\dfrac{14}{5}=\dfrac{124}{5}$．

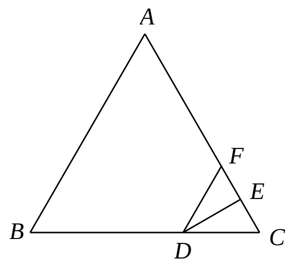
24、

【答案】（1）证明见解析．（2）存在， $6-3\sqrt{3}$．（3） $7-\sqrt{13}$．

【考点】等边三角形性质，几何变换——翻折（轴对称），最值问题，勾股定理

【解析】

（1）如图，



∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AB=6$， $BD=4$，

∴ $CD=2$， $\angle B=\angle C=60°$，

又题可知， $\triangle DCE\cong\triangle DFE$，

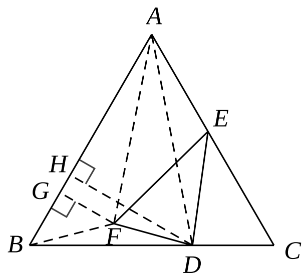
∴ $DC=DF$，

∴ $\triangle DCF$ 是等边三角形， $\angle FDC=60°$，

∵ $\angle B=\angle FDC$，

∴ $DF\,//\,AB$．

（2）S 存在最大值．



连接 AD， AF， BF，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于 H，

过点 F 作 $FG\perp AB$ 于点 G，

$\because$ $CD=2$，等边三角形 ABC 边长为 6， $BD=4$，

$\therefore$ 等边三角形的高为 $h=3\sqrt{3}$，

$BH=2$， $DH=2\sqrt{3}$，

$\therefore$ $S_1=S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 2=3\sqrt{3}$，

由 $S=S_1-S_2$，当 S_2 有最小值时， S 有最大值，

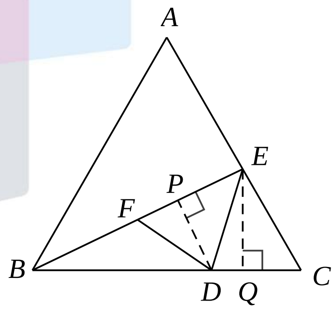
由（1）可知， $DF=DC=2$， F 在以 D 为圆心， 2 为半径的$\odot D$ 上，

$S_2=S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}AB\cdot FG=\frac{1}{2}\times 6\times FG=3FG$，

当 F 点恰好落在 DH 上时，有 $FG_{\min}=DH-r=2\sqrt{3}-2$，

此时 S_2 最小值为 $S_2=3FG=6\sqrt{3}-6$， S 最大值为 $3\sqrt{3}-(6\sqrt{3}-6)=6-3\sqrt{3}$．

（3）如图，过点 D 作 $DP\perp BE$，过点 E 作 $EQ\perp BC$，



由（1）可知 $\triangle DCE\cong\triangle DFE$，设 $CE=x$，

则 $EF=x$， $DF=DC=2$，$\angle DFE=\angle C=60°$，

在 Rt$\triangle DFP$ 中， $PF=\frac{1}{2}DF=1$，$PD=\sqrt{3}$，

在 Rt$\triangle BPD$ 中， $BP=\sqrt{BD^2-PD^2}=\sqrt{13}$，

在 Rt$\triangle EQC$ 中， $CQ=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{2}x$， $QE=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

在 Rt$\triangle BEQ$ 中， $BQ=BC-CQ=6-\frac{1}{2}x$， $BE=BP-PF+EF=\sqrt{13}-1+x$，

由勾股定理，可得： $BE^2=BQ^2+QE^2$，

即： $(\sqrt{13}-1+x)^2=\left(6-\frac{1}{2}x\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2$，

解得： $x=\sqrt{13}-1$，

$\therefore$ $AE=AC-CE=6-(\sqrt{13}-1)=7-\sqrt{13}$．

25、

【答案】（1）$-m-3$．（2）$y=-x-2$（$x>1$）．（3）$-4<y_P<-3$．

【考点】二次函数，几何变换——平移，数形结合．

【解析】

（1）由题意得：$y=mx^2-2mx-3=m(x^2-2x)-3=m(x-2x+1-1)-3=m(x-1)^2-m-3$，

∵抛物线有最低点，

∴ $m>0$，

又∵ $(x-1)^2\geq 0$，

∴ $m(x-1)^2\geq 0$，

∴ $y\geq -m-3$．

∴二次函数的最小值是$-m-3$．

（2）由题意得，G_1：$y=m(x-1-m)^2-m-3$（$m>0$），

设G_1的顶点为D_1，则有$D_1(1+m,-m-3)$，

观察可知D_1的纵坐标裕横坐标之间存在一次函数的关系式，

∴设其关系式为$y=kx+b$，代入$D_1(1+m,-m-3)$，得：

$-m-3=k(1+m)+b$，

∴ $m(k+1)+k+b+3=0$①，

由题意得，当$m>0$时，①式恒成立，

∴ $\begin{cases}k+1=0\\k+b+3=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=-1\\b=-2\end{cases}$，

∴ $y=-x-2$，

∵ $m>0$，

∴ $x=1+m>1$，

∴所求函数关系式为$y=-x-2$（$x>1$）．

（3）由题意得：G：$y=mx^2-2mx-3$，H：$y=-x-2$（$x>1$），

如图所示，抛物线G与H交于点P，

联立可得：$mx^2-2mx-3=-x-2$，

解得：$x=\dfrac{2m-1\pm\sqrt{4m^2+1}}{2m}$，

由图可知，$x_P>0$，

∴ $x_P=\dfrac{2m-1+\sqrt{4m^2+1}}{2m}=1+\dfrac{\sqrt{4m^2+1}-1}{2m}$，

∵ $m>0$，$4m^2+1>1$，

∴ $2m>0$，

∴ $\sqrt{4m^2+1}-1>0$，

∴ $\dfrac{\sqrt{4m^2+1}-1}{2m}>0$，

∴ $x_P>1$，

∵ $\sqrt{4m^2+1}-1-2m=\sqrt{4m^2+1}-(2m+1)=\sqrt{4m^2+1}-\sqrt{4m^2+4m+1}$，

且$4m^2+1<4m^2+4m+1$，

∴ $\sqrt{4m^2+1}-\sqrt{4m^2+4m+1}<0$，

$\therefore \sqrt{4m^2+1}-1-2m<0$，

$\therefore \sqrt{4m^2+1}-1<2m$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{4m^2+1}-1}{2m}<1$，

$\therefore x_P<2$，

$\therefore 1<x_P<2$，

$\because y_P=-x_p-2$，

$\therefore -4<y_P<-3$．