2018—2019 学年南京市鼓楼区汇文、二十九、树人七年下数学期末测试卷

注意事项：

本试卷共 6 页，全卷满分 100 分别，考试时间 120 分钟．考生答题全部答在答题卷指定位置，答在本试卷上无效．

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有意一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填在答题卷相应位置上）

1. 下列计算结果是 x^6 的为（　　）

A. $\left(x^3\right)^2$　　B. x^7-x　　C. $x^{12}\div x^2$　　D. $x^2\cdot x^3$

2. 如图，下列四组条件中，能判断 AB∥CD 的是（　　）

A. $\angle 1=\angle 2$　　B. $\angle BAD=\angle BCD$

C. $\angle ABC=\angle ADC$，$\angle 3=\angle 4$　　D. $\angle BAD+\angle ABC=180°$

3. 如果 $x>y$，下列各式中正确的是（　　）

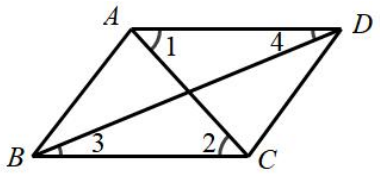
A. $-2019x>-2019y$　　B. $|2019x|>|2019y|$

C. $2019-2x>2019-2y$　　D. $x-2019>y-2019$

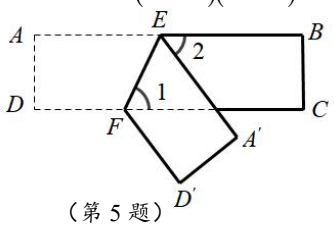
4. 下列等式从左往右因式分解正确的是（　　）

A. $ab+ac+b=a(b+c)+d$　　B. $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

C. $(m+n)^2-1=m^2+2mn+n^2-1$　　D. $4x^2-1=(4x+1)(4x-1)$



（第 2 题）



（第 5 题）

5. 如图是一张长条形纸片，其中 $AB\parallel CD$，将纸片沿 EF 折叠，A、D 两点分别与 A'、D' 对应，若 $\angle 1=\angle 2$，则 $\angle D'FC$ 的度数为（　　）

A. 72°　　B. 36°　　C. 60°　　D. 65°

6. 在△ABC 和△DEF 中，① $\angle A=\angle E$，$AB=EF$，$\angle C=\angle D$；② $\angle A=\angle D$，$AB=EF$，$\angle B=\angle E$；③ $\angle A=\angle F$，$AB=DF$，$\angle B=\angle D$；④ $\angle A=\angle F$，$AB=EF$，$CB=ED$；⑤ $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$BC=EF$ 能判断这两个三角形全等的条件有（　　）

A. ①②④　　B. ①③⑤　　C. ④⑤　　D. ①③

二、填空题（本大共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 不需要写出答题过程，请把答案直接填在答题卷相应位置上）

7. “蛟龙”号在海底深处的沙岩中，捕捉到一中世界上最小的神秘生物，它们的最小身长只有 0.00000002 米，比已知的最小细菌还要小，将 0.00000002 用科学记数法表示为_____.

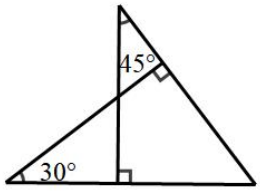
8. 等腰三角形的两边长分别是 $3cm$ 和 $6cm$，这个等腰三角形的周长是_____cm.

9. 计算：$\left(-\frac{1}{2}\right)^{2019}\times 4^{1009}=$_____.

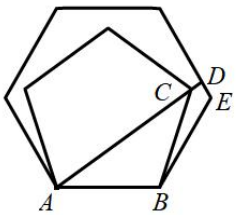
10. 用一个整数 m 的值说明命题“代数式 $2m^2-5$ 的值一定大于代数式 m^2-1 的值.”是错误的，这个整数 m 的值可以是_____.（写出一个即可）

11. 写出命题“直角三角形的两个锐角互余”的逆命题是_____.

12. 把一副三角板按如图所示的方式放置，则图中钝角 α 是_____°.



（第 12 题）



（第 14 题）

13. 已知二元一次方程 $x+2y=-5$，当 x 满足_____，y 的值是大于 -1 的负数.

14. 如图，正五边形和正六边形有一条公共边 AB，并且正五边形在正六边形内部，连接 AC 并延长，交正六边形于点 D，则 $\angle ADE=$_____.

15. 某宾馆有单人间、双人间和三人间三种客房供游客租住，某旅行团有 18 人准备同时租用这三种客房共 9 间，且每个房间都住满，则租房方案共有_____种.

16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}\frac{2x+1}{2}+3>-1\\ x<m\end{cases}$ 的所有整数解的和是 -9，则 m 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 68 分. 请在答题卷指定区域内作答，解答时应先接触必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （6 分）（1）计算：$-2^2\times(\pi-2019)^0\div(-2)^{-3}$

（2）先化简，再求值：$(x+3y)^2-(x+3y)(x-3y)$，其中 $x=1$，$y=-1$.

18. （6 分）分解因式：（1）$-x^3+2x^2-x$　　（2）$a^2(x-y)+9b^2(y-x)$

19. （6 分）解不等式组$\begin{cases}4x+1>2(x-1)\\ \dfrac{x-1}{3}\geq\dfrac{1}{2}x-1\end{cases}$，并写出该不等式组的整数解.

20. （6 分）（1）解方程组$\begin{cases}x-y=11\\ 3x+y=5\end{cases}$

（2）方程组$\begin{cases}(a+1)^2-b=11\\ 3(a+1)^2+b=5\end{cases}$的解是_____.

21. （6 分）如图，在△ABC 和△ACE 中，有① $AB=AC$；② $AD=AE$；③ $\angle 1=\angle 2$；④ $\angle B=\angle C$.选择①②③④中的三个作为条件，第四个作为结论，组成一个真命题，并证明.

已知：

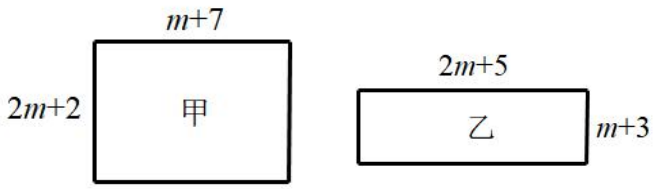
求证：

证明：

22. （6 分）已知有甲、乙两个长方形，它们的白牛厂如图所示（m 为正整数），面积分别为 S_1、S_2.

（1）请比较 S_1 和 S_2 的大小.

（2）满足条件 $4<n<|S_1-S_2|$ 的整数 n 有且只有 4 个，直接写出 m 的值并分别求出 S_1 与 S_2 的值.

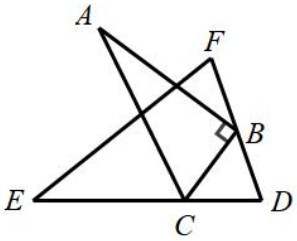


23. （7 分）已知：在△ABC 和△DEF 中，$\angle A=36°$，$\angle E+\angle F=100°$，将△DEF 如图放置，使得 $\angle D$ 的两条边分别经过点 B 和点 C.

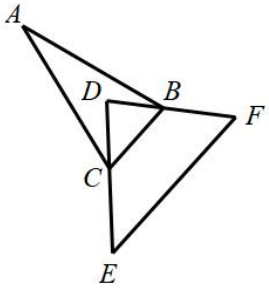
（1）当将△DEF 如图 1 摆放时，$\angle ABF+\angle ACE=$_____°.

（2）当将△DEF 如图 2 摆放时，试问：$\angle ABF+\angle ACE$ 等于多少度？请说明理由.

（3）如图 2，是否存在将△DEF 摆放到某个位置时，使得 BD，CD 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$？如果存在，请画出图形或说明理由. 如果不存在，请改变题目中的一个已知条件，使之存在.



（第 23 题图 1）

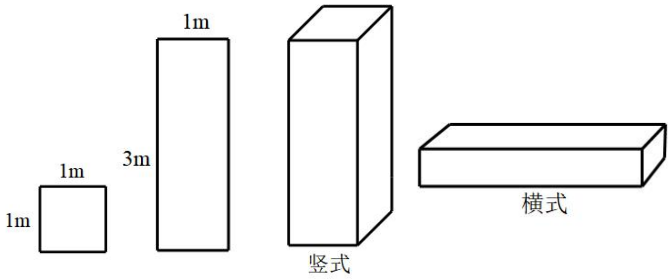


（第 23 题图 2）

24. （7 分）某工厂准备用图甲所示的 A 型正方形板材和 B 型长方形板材，制作成图乙所示的竖式和横式两种无盖箱子.

（1）若该工厂准备用不超过 2400 元的资金去购买 A，B 两种型号板材，制作竖式、横式箱子共 10 个，已知 A 型板材每张 20 元，B 型板材每张 60 元，问最多可以制作竖式箱子多少只？

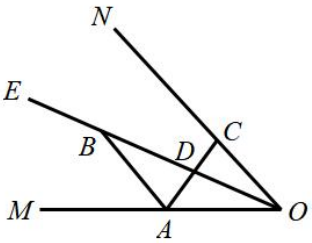
（2）若该工程新购得 65 张规格为 $3m\times3mC$ 型正方形板材，将其全部切割测好难过 A 型或 B 型板材（不计损耗），用切割的板材制作两种类型的箱子，要求竖式箱子不少于 10 只，且材料恰好用完，则能制作竖式箱子_____只.



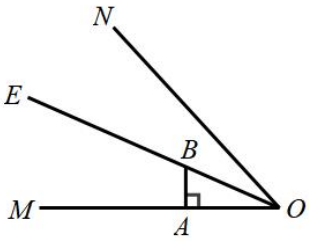
25. （8 分）已知：$\angle MON=56°$，OE 平分 $\angle MON$，点 A 在射线 OM 上，B、C 分别是射线 OE、ON 上的动点（B、C 不与点 O 重合），连接 AC 交射线 OE 于点 D. 设 $\angle OAC=x°$.

（1）如图 1，若 $AB\parallel ON$，则：① $\angle ABO=$_____；② 当 $\angle BAD=\angle BDA$ 时，$x=$_____°.

（2）如图 2，若 $AB\perp OM$，垂足为 A，则是否存在这样的 x 的值，使得△ADB 中存在两个相等的角？若存在，求出 x 的值；若不存在，说明理由.



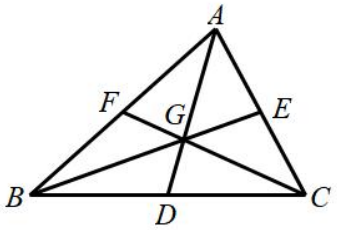
（第 25 题图 1）



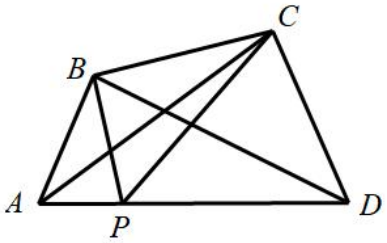
（第 25 题图 2）

26. （10 分）**【操作发现】**三角形三个顶点与重心的连线段，将该三角形面积三等分.

（1）如图①：△ABC 中，中线 AD、BE、CF 相交于点 G. 求证：$S_{\Delta ABG}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}$.



（第 26 题图①）

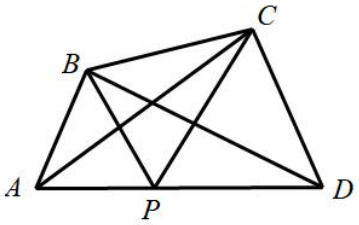


（第 26 题图②）

【提出问题】如图②，探究在四边形 $ABCD$ 中，P 是 AD 边上任意一点，△PBC 与△ABC 和△DBC 的面积之间的关系.

（2）为了解决这个问题，我们可以先从一些简单的、特殊的情形入手：

如图③，当 $AP=\frac{1}{2}AD$ 时，探求 $S_{\Delta PBC}$ 与 $S_{\Delta ABC}$ 和 $S_{\Delta DBC}$ 之间的关系，写出求解过程.



（第 26 题图③）

【问题解决】

（3）推广，当 $AP=\frac{1}{n}AD$（n 表示正整数）时，直接写出 $S_{\Delta PBC}$ 与 $S_{\Delta ABC}$ 和 $S_{\Delta DBC}$ 之间的关系：

_____.

（4）一般地，当 $AP=\frac{m}{n}AD\left(0\le\frac{m}{n}\le 1\right)$ 时，$S_{\Delta PBC}$ 与 $S_{\Delta ABC}$ 和 $S_{\Delta DBC}$ 之间的关系式为：

_____.

答案详解：

一、选择题

1	2	3	4	5	6
A	C	D	B	B	D

二、填空题

7. 2×10^{-8}；　8. 15；　9. $-\frac{1}{2}$；　10. 0（答案不唯一）；　11. 两内角互余的三角形是直角三角形；

12. 105；　13. $-5<x<-3$；　14. 84；　15. 5；　16. $-2<m\le-1$

三、解答题

17. （1）32；（2）$6xy+18y^2$，12

18. （1）$-x(x-1)^2$；（2）$(x-y)(a+3b)(a-3b)$

19. $-\frac{3}{2}<x\le4$，$x=-1$，0，1，2，3，4

20. $\begin{cases}x=4\\y=-7\end{cases}$；$\begin{cases}a=1\\b=-7\end{cases}$或$\begin{cases}a=-3\\b=-7\end{cases}$

21. 略

22.（1）$S_1=(m+7)(2m+2)$
$=2m^2+16m+14$；
$S_2=(m+3)(2m+5)$
$=2m^2+11m+15$

$S_1-S_2=5m-1$

$\because m$ 是正整数

$\therefore 5m-1>0$

$\therefore S_1>S_2$

（2）由题意得:$8<|S_1-S_2|\le9$

$8<|5m-1|\le9$

$\frac{8}{5}<\left|m-\frac{1}{5}\right|\le\frac{9}{5}$

$\therefore\frac{9}{5}<m\le2$或$-\frac{8}{5}\le m<-\frac{7}{5}$

$\because m$是正整数

$\therefore m=2$，$S_1=54,S_2=45$

23. （1）116;（2）316

（3）不存在，如果存在，根据两内角平分线模型，可知$\angle D=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$，题中$\angle D=80^\circ,\angle A=36^\circ$，

所以只要$\angle E+\angle F=100^\circ$改成$\angle E+\angle F=72^\circ$即可.

24.（1）设竖式 x 个,横式（$10-x$）个，可得：

$$260x+220(10-x)\le2400$$
$$40x+2200\le2400$$
$$40x\le200$$
$$x\le5$$

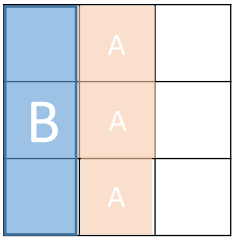
因为 x 是正整数，所以 x 最大值为 5，答：最多制作竖式箱子 5 个。

（2）45 只

分析： C 型看成三列，每一列可以拿来做 3 个 A 或者 1 个 B，65 个 C 型就有 195 列，因为要刚好用完，所以最后 A 型的数量肯定是三的倍数。

设竖式 a 个，横式 b 个，根据面积可列方程：$13a+11b=585$

因为 a 和 b 都是正整数，且 $a\geq10$，解得：$\begin{cases}a=45\\b=0\end{cases}$、$\begin{cases}a=34\\b=13\end{cases}$、$\begin{cases}a=23\\b=26\end{cases}$、$\begin{cases}a=12\\b=39\end{cases}$，经验证，四种情况下 A 型板数量均为 3 的倍数，所以答案是：45、34、23、12.



25. （1）①28°；②48°

①∵ $\angle MON=56°$，OE 平分 $\angle MON$∴ $\angle AOB=\angle BON=28°$

∵ $AB\parallel ON$∴ $\angle ABO=28°$

②∵ $\angle BAD=\angle ABD$∴ $\angle BAD=76°$∵ $\angle AOB+\angle ABO+\angle OAB=180°$∴ $\angle OAC=48°$

故答案为：①28　　②48

（2）x=31°、28°、34°、121°.

①当点 D 在线段 OB 上时，

∵ OE 是 $\angle MON$ 的角平分线，

∴ $\angle AOB=\frac{1}{2}\angle MON=28°$，

∵ $AB\perp OM$，

∴ $\angle AOB+\angle ABO=90°$，

∴ $\angle ABO=62°$，

若 $\angle BAD=\angle ABD$，则 $x=28$

若 $\angle BAD=\angle BDA$，则 $x=31$

若 $\angle ADB=\angle ABD$，则 $x=34$

②当点 D 在射线 BE 上时，因为 $\angle ABE=118°$，且三角形的内角和为 180°，

所以只有 $\angle BAD=\angle BDA$，此时 $x=121$.

综上可知，存在这样的 x 的值，使得△ADB 中有两个相等的角，

且 $x=28°$、31°、34°、121°.

26. （1）方法 1：由燕尾模型易得：$\frac{S_{\Delta ABG}}{S_{\Delta GBC}}=\frac{AE}{EC}=\frac{1}{1}$，$\frac{S_{\Delta ABG}}{S_{\Delta ACG}}=\frac{BD}{DC}=\frac{1}{1}$，故 $S_{\Delta ABG}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}$.

方法 2：由中线可得，$S_{\Delta BCF}=S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}$，故 $S_{BFGD}=S_{\Delta AGC}$

同理可得 $S_{CDGE}=S_{\Delta ABG}$，$S_{AFGE}=S_{\Delta BGC}$，在△ABG、△ACG、△BCG 中使用中线面积平分，亦可求证.

（2）当 $AP=\frac{1}{2}AD$ 时 ，

$\because AP=\frac{1}{2}AD$，$\Delta ABP$ 和 ΔABD 的高相等，

$\therefore S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABD}$.

$\because PD=AD-AP=\frac{1}{2}AD$，$\Delta CDP$ 和 ΔCDA 的高相等，

$\therefore S_{\Delta CDP}=\frac{1}{2}S_{\Delta CDA}$.

$$\begin{aligned}\therefore S_{\Delta PBC}&=S_{四边形ABCD}-S_{\Delta ABP}-S_{\Delta CDP}\\&=S_{四边形ABCD}-\frac{1}{2}S_{\Delta ABD}-\frac{1}{2}S_{\Delta CDA}\\&=S_{四边形ABCD}-\frac{1}{2}\left(S_{四边形ABCD}-S_{\Delta DBC}\right)-\frac{1}{2}\left(S_{四边形ABCD}-S_{\Delta ABC}\right)\\&=\frac{1}{2}S_{\Delta DBC}+\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}.\end{aligned}$$

（3）$S_{\Delta PBC}=\frac{1}{n}S_{\Delta DBC}+\frac{n-1}{n}S_{\Delta ABC}$；

$\because AP=\frac{1}{n}AD$，$\Delta ABP$ 和 ΔABD 的高相等，

$\therefore S_{\Delta ABP}=\frac{1}{n}S_{\Delta ABD}$.

又 $\because PD=AD-AP=\frac{n-1}{n}AD$，$\Delta CDP$ 和 ΔCDA 的高相等，

$\therefore S_{\Delta CDP}=\frac{n-1}{n}S_{\Delta CDA}$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\Delta PBC}&=S_{四边形ABCD}-S_{\Delta ABP}-S_{\Delta CDP}\\&=S_{四边形ABCD}-\frac{1}{n}S_{\Delta ABD}-\frac{n-1}{n}S_{\Delta CDA}\\&=S_{四边形ABCD}-\frac{1}{n}\left(S_{四边形ABCD}-S_{\Delta DBC}\right)-\frac{n-1}{n}\left(S_{四边形ABCD}-S_{\Delta ABC}\right)\\&=\frac{1}{n}S_{\Delta DBC}+\frac{n-1}{n}S_{\Delta ABC}.\end{aligned}$$

$\therefore S_{\Delta PBC}=\frac{1}{n}S_{\Delta DBC}+\frac{n-1}{n}S_{\Delta ABC}$

（4）$S_{\Delta PBC}=\frac{m}{n}S_{\Delta DBC}+\frac{n-m}{n}S_{\Delta ABC}$