

2018~2019学年10月四川成都青羊区四川省成都市石室 中学高一上学期月考数学试卷

一、选择题 (本大题共12题, 每小题5分, 共计60分)

1. 集合 $M = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $N = \{b, d, e\}$, 则 () .

- A. $N \in M$ B. $M \cup N = M$ C. $M \cap N = M$ D. $M > N$

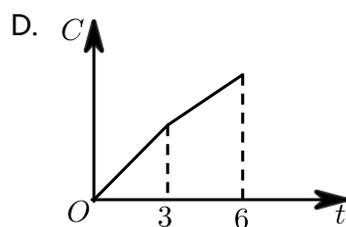
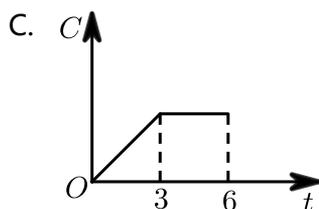
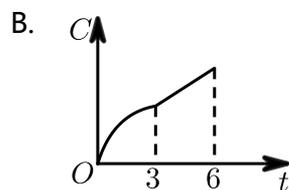
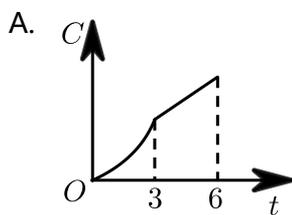
2. 下列各组函数中, 表示同一函数的是 () .

- A. $f(x) = t + 1$ 与 $g(x) = \frac{x^2 + x}{x}$
 B. $f(x) = \frac{x^2}{(\sqrt{x})^2}$ 与 $g(x) = x$
 C. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$
 D. $f(x) = x$ 与 $g(t) = \frac{t^3 + t}{t^2 + 1}$

3. 函数 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2 - 4x + 3}$ 的单调递增区间是 () .

- A. $(-\infty, -2]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[-2, +\infty)$ D. $(-\infty, 2]$

4. 某工厂6年来生产某种产品的情况是: 前三年年产量的增长速度越来越快, 后三年年产量保持不变, 则该厂6年来这种产品的总产量 C 与时间 t (年) 的函数关系图象最有可能是 () .



5. 关于 x 不等式 $ax + b > 0$ ($b \neq 0$) 的解集不可能是 () .

A. $\left(\frac{b}{a}, +\infty\right)$

B. $\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$

C. \emptyset

D. \mathbf{R}

6. 已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数, 且当 $x > 0$ 时 $f(x) = x(1-x)$, 则当 $x < 0$ 时 $f(x)$ 的解析式是

$$f(x) = () .$$

A. $-x(x-1)$

B. $x(x-1)$

C. $-x(x+1)$

D. $x(x+1)$

7. 比较 $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$, $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$ 的大小关系正确的是 () .

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$

B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$

C. $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$

D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$

8. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + 3 > 0$ 的解集为 $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$, 其中 a, b 为常数, 则不等式

$$3x^2 + bx + a < 0$$
的解集是 () .

A. $(-2, 1)$

B. $(-1, 2)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

D. $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

9. 已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{x-4}{x+3} \leq 0\right\}$, $B = \{x \mid 2m-1 < x < m+1\}$, 且 $A \cap B = B$, 则实数 m 的取值范围为 () .

A. $[-1, 2)$

B. $[-1, 3]$

C. $[2, +\infty)$

D. $[-1, +\infty)$

10. 函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$ 值域为 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是 () .

A. $(-\infty, 2)$

B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$

C. $(0, 2)$

D. $\left[\frac{13}{8}, 2\right)$

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x-2) + f(x^2-4) < 0$ 的解集为 () .

A. $(-1, 6)$ B. $(-6, 1)$ C. $(-3, 2)$ D. $(-2, 3)$

12. 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 单调递增, $F(x) = f(x) + g(x)$, $G(x) = f(x) - g(x)$. 若对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$, 不等式 $[f(x_1) - f(x_2)]^2 > [g(x_1) - g(x_2)]^2$ 恒成立. 则 ().

A. $F(x), G(x)$ 都是增函数B. $F(x), G(x)$ 都是减函数C. $F(x)$ 是增函数, $G(x)$ 是减函数D. $F(x)$ 是减函数, $G(x)$ 是增函数

二、填空题 (本大题共4题, 每小题5分, 共计20分)

13. 若函数 $f(x) = \frac{1}{3^x + 1} + a$ 是奇函数, 则实数 a 的值为 _____.

14. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 4]$, 则函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 _____.

15. 若直线 $y = a$ 与函数 $y = |a^{x+1} - 3|$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象有两个公共点, 则 a 的取值范围是 _____.

16. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x)$, 满足 $f(2) = 0$, 函数 $y = f(x+1)$ 的图象关于点 $(-1, 0)$ 中心对称, 且对任意的负数 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$), $\frac{x_1^{2017} f(x_1) - x_2^{2017} f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 恒成立, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 _____.

三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

17. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$, $B = \{x | 1 < 2^x < 4\}$, $C = \{x | x < m\}$.

(1) 求 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$.

(2) 若 $A \cap C \neq A$ 且 $B \cap C \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

18. 计算下列各题.

(1) 计算: $0.064^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{7}{8}\right)^0 + [(2-\pi)^2]^{\frac{1}{2}} + 16^{-0.75}$.

(2) 求二次函数 $f(x) = -x^2 + 4ax + 1$ ($a > 0$) 在区间 $[0, 2]$ 的最大值.

19. 某工厂生产甲、乙两种产品所得利润分别为 P 和 Q (万元), 它们与投入资金 m (万元) 的关系有如下公式: $P = \frac{1}{2}m + 60$, $Q = 70 + 6\sqrt{m}$, 今将 200 万元资金投入生产甲、乙两种产品, 并要求对甲、乙两种产品的投入资金都不低于 25 万元.

(1) 设对乙种产品投入资金 x (万元), 求总利润 y (万元) 关于 x 的函数关系式及其定义域.

(2) 如何分配投入资金, 才能使总利润最大, 并求出最大总利润.

20. 设函数 $f(x) = ax^2 + \frac{1}{x}$ (其中 $a \in \mathbf{R}$).

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

(2) 若 $a > \frac{1}{2}$, 试判断函数 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上的单调性, 并用函数单调性定义给出证明.

21. 设函数 $f(x) = |x - a| + x$, 其中 $a > 0$.

(1) 当 $a = 3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq x + 4$ 的解集.

(2) 若不等式 $f(x) \geq x + 2a^2$ 在 $x \in [1, 3]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. 定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足: 对于任意的实数 x, y 都有 $f(x + y) = f(x) + f(y)$ 成立,

且当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 且 $nf(x) = f(nx)$. (n 是一个给定的正整数).

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明你的结论.

(2) 证明 $f(x)$ 为减函数; 若函数 $f(x)$ 在 $[-2, 5]$ 上总有 $f(x) \leq 10$ 成立, 试确定 $f(1)$ 应满足的条件.

(3) 当 $a < 0$ 时, 解关于 x 的不等式, $\frac{1}{n}f(ax^2) - nf(x) > \frac{1}{n}f(a^2x) - nf(a)$.