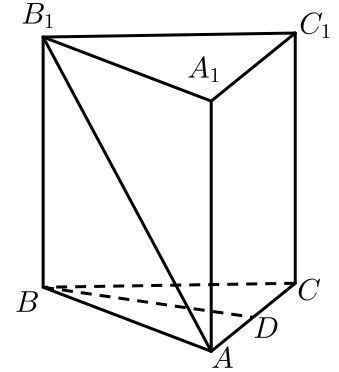


- 6.**

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 四个顶点构成的四边形的面积为12, 直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且线段 AB 的中点为 $M(-2, 1)$, 则直线 l 的斜率为 ().

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

7. 如图所示, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D 是 AC 的中点, $AA_1 = \sqrt{2}AB$, 则异面直线 AB_1 与 BD 所成的角为 ().



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

8. 数学家欧拉在1765年发现, 任意三角形的外心、重心、垂心位于同一条直线上, 这条直线称为欧拉线, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(2, 0)$, $B(0, 4)$, 若其欧拉线的方程为 $x - y + 2 = 0$, 则顶点 C 的坐标为 ().

- A. $(-4, 0)$ B. $(-3, -1)$ C. $(-5, 0)$ D. $(-4, -2)$

9. 已知三棱锥 $D - ABC$ 四个顶点均在半径为 R 的球面上, 且 $AB = BC = \sqrt{2}$, $AC = 2$, 若该三棱锥体积的最大值为1, 则这个球的表面积为 ().

- A. $\frac{500\pi}{81}$ B. 4π
C. $\frac{25\pi}{9}$ D. $\frac{100\pi}{9}$

10. 平行四边形 $ABCD$ 内接于椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$, 直线 AB 的斜率 $k_1 = 1$, 则直线 AD 的斜率 $k_2 =$ ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. -2

11. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 点 F 为 E 的左焦点, 点 P 为 E 上位于第一象限内的点, P 关于原点的对称点为 Q , 且满足 $|PF| = 3|FQ|$, 若 $|OP| = b$, 则 E 的离心率为 ().

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 已知椭圆和双曲线有共同焦点 F_1, F_2 , P 是它们的一个交点, $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 记椭圆和双曲线

的离心率分别为 e_1, e_2 , 则 $e_1^2 + e_2^2$ 的最小值是 () .

- A. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 3

二、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项和, 若 $S_n = 2^n + a$, 则实数 a 的值为 _____ .

14. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 点 $M(a, b)$, 若 $\angle MF_1F_2 = 30^\circ$, 则双曲线的渐近线方程为 _____ .

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 Q 为圆 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上的一动点, 直线 $l_1: kx - y + 2k = 0$ 与直线 $l_2: x + ky - 2 = 0$ 相交于点 P , 则当实数 k 变化时, 线段 PQ 长的最大值是 _____ .

16. 已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的右焦点, P 是椭圆上一点, $A\left(0, \frac{36}{5}\right)$, 当 $\triangle AFP$ 周长最大时, 该三角形的面积为 _____ .

三、解答题 (本大题共6小题, 共70分)

17. 已知公差不为0的等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项和为12, 且 a_2, a_4, a_8 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

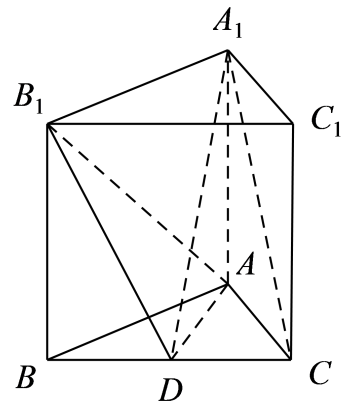
(2) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. 已知曲线 C 上的动点 $P(x, y)$ 满足到定点 $A(-1, 0)$ 的距离与到定点 $B(1, 0)$ 距离之比为 $\sqrt{2}$.

(1) 求曲线 C 的方程.

(2) 过点 $M(1, 2)$ 的直线 l 与曲线 C 交于两点 M, N , 若 $|MN| = 4$, 求直线 l 的方程.

19. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 为正三角形, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC . 已知 D 是 BC 的中点, $AB = AA_1 = 2$.

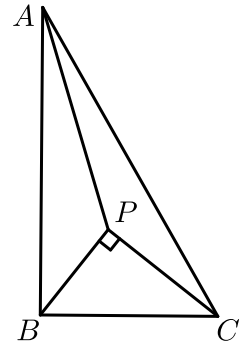


(1) 求证：平面 $AB_1D \perp$ 平面 BB_1C_1C .

(2) 求证： $A_1C \parallel$ 平面 AB_1D .

(3) 求三棱锥 $A_1 - AB_1D$ 的体积.

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $BC = 1$ ， P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle BPC = 90^\circ$.



(1) 若 $\angle ABP = 30^\circ$ ，求线段 AP 的长度.

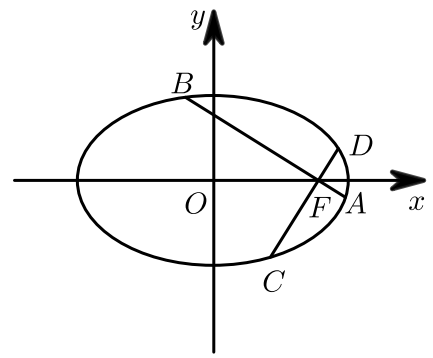
(2) 若 $\angle APB = 120^\circ$ ，求 $\triangle ABP$ 的面积.

21. 直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$ ，过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 已知点 $P(2, 1)$ ，不经过原点的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点，线段 AB 被直线 OP 平分，且 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ ，求直线 l 的方程.

22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，过椭圆右焦点 F 作两条互相垂直的弦 AB 与 CD ，当直线 AB 的斜率为0时， $|AB| + |CD| = 7$.



- (1) 求椭圆的方程.
- (2) 求 $|AB| + |CD|$ 的取值范围.