

2016~2017学年广东广州越秀区广东华侨中学高三上学期文科开学考试数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 设全集 $U = \mathbf{R}$ ，若集合 $A = \{x | 3^x > 1\}$ ， $B = \{x | \log_3 x > 0\}$ ， $A \cap \complement_U B = ()$.

- A. $\{x | x < 0\}$ B. $\{x | x > 1\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ D. $\{x | 0 < x \leq 1\}$

2 已知复数 $z = \frac{10}{3+i} - 2i$ （其中 i 为虚数单位），则 $|z| = ()$.

- A. $3\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

3 在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\overrightarrow{AB} = (3, 1)$ ， $\overrightarrow{AD} = (2, -2)$ ，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = ()$.

- A. 2 B. -2 C. -10 D. 10

4 已知命题 $P: \forall x \in (2, 3)$ ， $x^2 + 5 > ax$ 是假命题，则实数 a 的取值范围是 $()$.

- A. $[2\sqrt{5}, +\infty)$ B. $[\frac{9}{2}, +\infty)$ C. $[\frac{14}{3}, +\infty)$ D. $(-\infty, 2\sqrt{5}]$

5 先后抛掷两颗质地均匀的骰子，则两次朝上的点数之积为奇数的概率为 $()$.

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

6 过双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点且与 x 轴垂直的直线，交该双曲线的两条渐近线于 A, B 两点，则 $|AB| = ()$.

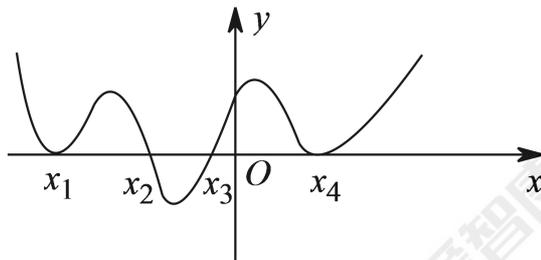
A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 6

D. $4\sqrt{3}$

7 已知函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如图, 则 () .



- A. 函数 $f(x)$ 有 1 个极大值点, 1 个极小值点. B. 函数 $f(x)$ 有 2 个极大值点, 2 个极小值点.
 C. 函数 $f(x)$ 有 3 个极大值点, 1 个极小值点. D. 函数 $f(x)$ 有 1 个极大值点, 3 个极小值点.

8 函数 $y = x^2 + bx + c (x \in (-\infty, 1))$ 是单调函数时, b 的取值范围 () .

- A. $b \geq -2$ B. $b \leq -2$ C. $b > -2$ D. $b < -2$

9 已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}$, $b = 3^{\frac{2}{3}}$, $c = 25^{\frac{1}{3}}$ 则 () .

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

10 函数 $f(x) = x|x + a| + b$ 是奇函数的充要条件是 () .

- A. $a \cdot b = 0$ B. $a + b = 0$ C. $a = b = 0$ D. $a = b$

11 设函数 $f(x)$ 的定义在实数集上, 它的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = 3^x - 1$, 则有 () .

- A. $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right)$ B. $f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$
 C. $f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right)$ D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$

12 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 3m$, $x \in \mathbf{R}$, 若 $f(x) + 9 \geq 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 () .

A. $m \geq \frac{3}{2}$

B. $m > \frac{3}{2}$

C. $m \leq \frac{3}{2}$

D. $m < \frac{3}{2}$

二、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x = 3$, 则 $\neg p$ 是 _____ .

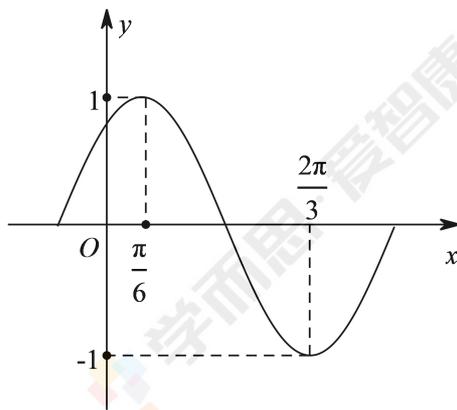
14 设集合 $A = \{x | -4 < x < 3\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____ .

15 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(x+3) \cdot f(x) = -1$, $f(-1) = 2$, 则 $f(1) =$ _____ .

16 已知函数 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = e^{-x-1} - x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是 _____ .

三、解答题 (本大题共5小题, 共60分)

17 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.



(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并写出 $f(x)$ 的单调减区间.

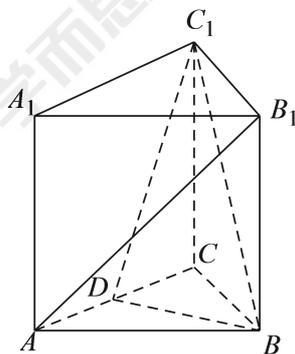
(2) 已知 $\triangle ABC$ 的内角分别为 A, B, C , 角 A 为锐角, 且 $f\left(\frac{A}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}$,

$\cos B = \frac{4}{5}$, 求 $\sin C$ 的值.

为了迎接第二届国际互联网大会，组委会对报名参加服务的1500名志愿者进行互联网知识测试，从这1500名志愿者中采用随机抽样的方法抽取15人，所得成绩如下：57, 63, 65, 68, 72, 77, 78, 78, 79, 80, 83, 85, 88, 90, 95.

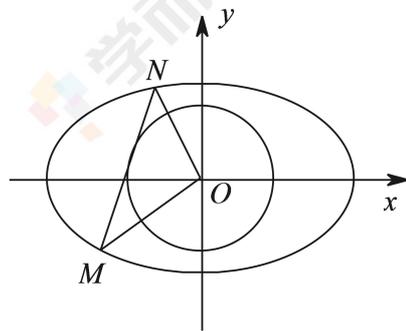
- (1) 作出抽取的15人的测试成绩的茎叶图，以频率为概率，估计这1500志愿者中成绩不低于90分的人数.
- (2) 从抽取的成绩不低于80分的志愿者中，随机选3名参加某项活动，求选取的3人中恰有一人成绩不低于90分的概率.

- 19 如图，三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ ， $A_1A \perp$ 底面 ABC ，且 $\triangle ABC$ 为正三角形， $A_1A = AB = 6$ ， D 为 AC 中点.



- (1) 求证：直线 $AB_1 \parallel$ 平面 BC_1D .
- (2) 求证：平面 $BC_1D \perp$ 平面 ACC_1A_1 .
- (3) 求三棱柱 $C_1 - BCD$ 的体积.

- 20 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的点到两焦点的距离和为 $\frac{2}{3}$ ，短轴长为 $\frac{1}{2}$ ，直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点.



- (1) 求椭圆 C 方程.
- (2) 若直线 MN 与圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{1}{25}$ 相切，证明： $\angle MON$ 为定值.

(3) 在(II)的条件下, 求 $|OM||ON|$ 的取值范围.

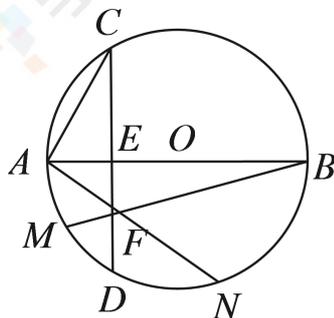
21 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x - 2, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

四、选做题 (本大题共3小题, 选做1题, 共10分)

22 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 垂直, 并与 AB 相交于点 E , 点 F 为弦 CD 上异于点 E 的任意一点, 连接 BF 、 AF 并延长交 $\odot O$ 于点 M 、 N .



(1) 求证: B 、 E 、 F 、 N 四点共圆.

(2) 求证: $AC^2 + BF \cdot BM = AB^2$.

23 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 经过点 $P(-1, 0)$, 其倾斜角为 α , 以原点 O 为极点, 以 x 轴非负半轴为极轴, 与直角坐标系 xOy 取相同的长度单位, 建立极坐标系. 设曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 6\rho\cos\theta + 5 = 0$.

(1) 若直线 l 与曲线 C 有公共点, 求 α 的取值范围.

(2) 设 $M(x, y)$ 为曲线 C 上任意一点, 求 $x + y$ 的取值范围.

24 设 $f(x) = |ax - 1|$.

(1) 若 $f(x) \leq 2$ 的解集为 $[-6, 2]$, 求实数 a 的值.

(2) 当 $a = 2$ 时, 若存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得不等式 $f(2x + 1) - f(x - 1) \leq 7 - 3m$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

