2018~2019年12月深圳实验学校高二上数学月考…

一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 若a，b是任意实数，且$a > b$，则下列不等式一定成立的是（　）．

A. $a^2 > b^2$

B. $\frac{b}{a} < 1$

C. $\lg(a-b) > 0$

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^a < \left(\frac{1}{3}\right)^b$

2 命题"若$x^2+3x-4=0$，则$x=4$"的逆否命题及其真假性为（　）．

A. "若$x=4$，则$x^2+3x-4=0$"为真命题

B. "若$x \neq 4$，则$x^2+3x-4 \neq 0$"为真命题

C. "若$x \neq 4$，则$x^2+3x-4 \neq 0$"为假命题

D. "若$x=4$，则$x^2+3x-4=0$"为假命题

3 若不等式$|ax+2|<6$的解集为$(-1,2)$，则实数a等于（　）．

A. 8

B. 2

C. -4

D. -8

4 若$x,y,z \in (0,+\infty)$，且$x+y+z=30$，则$\lg x+\lg y+\lg z$的取值范围是（　）．

A. $(-\infty,3]$

B. $(-\infty,10]$

C. $[3,+\infty)$

D. $[10,+\infty)$

5 函数$y=3\sqrt{x-5}+4\sqrt{6-x}$的最大值为（　）．

A. $\sqrt{5}$

B. 5

C. 7

D. 11

6 已知$x\in\mathbf{R}$，则$x\geqslant 1$是$|x+1|+|x-1|=2\left|x\right|$的（　）．

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7 已知函数$f\left(x\right)=x+\dfrac{4}{x}$，$g\left(x\right)=2^{x}+a$，若$\forall x_1\in\left[\dfrac{1}{2},1\right]$，$\exists x_2\in[2,3]$，使得$f\left(x_1\right)\geqslant g\left(x_2\right)$，则实数$a$的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,1]$

B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,2]$

D. $[2,+\infty)$

8 下列命题是真命题的个数是（　）．

①设a，$b\in\mathbf{R}_{+}$，若$P=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}}$，$Q=\sqrt{a+b}$，则$P\leqslant Q$．

②设a，$b\in\mathbf{R}_{+}$，若$P=\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}$，$Q=a+b$，则$P\geqslant Q$．

③设a，$b\in\mathbf{R}$，若$a>b$，若$P=a^3-b$，$Q=a^2b-a$，则$P>Q$．

④设$a>0$，$0<b<1$，$a-b>ab$，若$P=\sqrt{1+a}$，$Q=\dfrac{1}{\sqrt{1-b}}$，则$P>Q$．

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

9 祖暅原理："幂势既同，则积不容异"．它是中国古代一个涉及几何体体积的问题，意思是两个同高的几何体，如在等高处的截面积恒相等，则体积相等．设A、B为两个同高的几何体，p：A、B的体积不相等，q：A、B在等高处的截面积不恒相等，根据祖暅原理可知，p是q的（　）．

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10 已知不等式$xy \leqslant ax^2 + 2y^2$，若对任意$x \in [1,2]$及$y \in [2,3]$，该不等式恒成立，则实数a的取值范围是（　）．

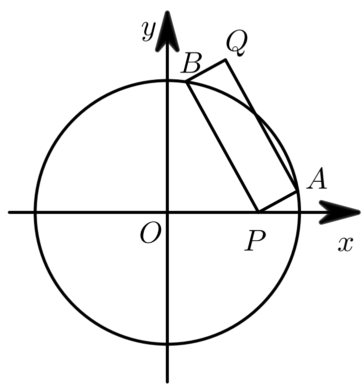
A. $-1 \leqslant a \leqslant -\frac{35}{9}$

B. $-3 \leqslant a \leqslant -1$

C. $a \geqslant -1$

D. $a \geqslant -3$

11 如图所示，已知$P(4,0)$是$x^2 + y^2 = 36$内的一点，A、B是圆上两动点，且满足$\angle APB = 90^\circ$，求矩形$APBQ$的顶点Q的轨迹方程是（　）．



A. $x^2 + y^2 = 64$

B. $x^2 + y^2 = 56$

C. $(x-2)^2+y^2=48$

D. $(x-4)^2+y^2=60$

12 已知正数x，y，z满足$x^2+y^2+z^2=1$，则$S=\dfrac{1+z}{2xyz}$的最小值为（　）．

A. 3

B. $\dfrac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$

C. $2(\sqrt{2}+1)$

D. 4

二、填空题（本大题共4题，每小题5分，共计20分）

13 若命题“$\exists t\in\mathbf{R}$，$t^2-2t-a<0$”是假命题，则实数a的取值范围是______．

14 一个椭圆的中心在原点，焦点F_1，F_2在x轴上，$P(2,\sqrt{3})$是椭圆上一点，且$|PF_1|$，$|F_1F_2|$，$|PF_2|$成等差数列，则椭圆的标准方程为______．

15 求函数$f(x)=\sqrt{x^2-8x+20}-\sqrt{x^2-6x+10}$的最大值为______．

16 在$\triangle ABC$中，$AB\perp AC$，$AB=\dfrac{1}{t}$，$AC=t$，P是$\triangle ABC$所在平面内一点，若$\overrightarrow{AP}=\dfrac{4\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，则$\triangle PBC$面积的最小值为______．

三、解答题（本大题共6题，共计70分）

17 设命题p：函数$f(x)=\lg\left(ax^2-x+\dfrac{a}{16}\right)$的定义域为$\mathbf{R}$；命题$q$：$3^x-9^x<a$对一切的实数$x$恒成立．如果命题“$p$且$q$”为假命题，求实数$a$的取值范围．

18 已知函数$f\left(x\right)=\left|x+1\right|+2\left|x-1\right|$．

（1）求不等式$f\left(x\right)\leqslant 4$的解集．

（2）若函数$y=f\left(x\right)$的图象最低点为(m,n)，正数a，b满足$ma+nb=4$，求$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$的取值范围．

19 动圆F与圆F_1：$\left(x+2\sqrt{2}\right)^2+y^2=36$内切，与圆$F_2$：$\left(x-2\sqrt{2}\right)^2+y^2=4$外切．

（1）求圆心F的轨迹C．

（2）已知点P是轨迹C上的动点，若M是$\angle F_1PF_2$的平分线上一点，且$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{MP}=0$，求$\left|\overrightarrow{OM}\right|$的取值范围．

20 设函数$f(x)=10-(|x-4|+|x-5|)$．

（1）若不等式$f(x)>|m-1|$的解集为非空集合，求实数m的取值范围．

（2）求$5\leqslant f(x)\leqslant 9$成立的充要条件．

（3）在（2）成立的条件下，不等式$|ax^2+bx+a|\leqslant 2x$恒成立，求$5a-11b$的取值范围．

21 已知$a_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$，$n\in\mathbf{N}_+$．

（1）比较a_n与n的大小，并证明你的结论．

（2）命题p：数列$\{a_n\}$是递增数列．试判断命题p的真假，并证明．参考公式：贝努利不等式$(1+x)^n\geqslant 1+nx(x>-1,n\in\mathbf{N}_+)$．

22 已知正项数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_n^2=a_{n-1}a_n+a_{n-1}\ (n\geqslant 2)$，$S_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和．

（1）求证：对任意正整数n，有$\dfrac{S_n}{n}\leqslant\dfrac{n}{2}$．

（2）设数列$\left\{\dfrac{1}{a_n^2}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，求证：对任意$M\in(0,6)$，总存在正整数$N$，使得$n>N$时，$T_n>M$．