2018~2019学年广东中山大学附属中学初二上学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共10题，每小题3分，共计30分）

1 以下列各组线段为边，能组成三角形的是（　）．

A. $1cm$，$2cm$，$4cm$　B. $8cm$，$6cm$，$4cm$　C. $12cm$，$5cm$，$6cm$　D. $2cm$，$3cm$，$6cm$

答案 B

解析 本题主要考查三角形的三边关系．

三角形中，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边．

A项．$1+2<4$，不符合三角形的三边关系，故A项错误；

B项．$4+6>8$，$8-6<4$，符合三角形的三边关系，故B项正确；

C项．$5+6<12$，不符合三角形的三边关系，故C项错误；

D项．$2+3<6$，不符合三角形的三边关系，故D项错误．

故本题正确答案为B．

2 三角形的三个内角（　）．

A. 至少有两个锐角　B. 至少有一个直角　C. 至多有两个钝角　D. 至少有一个钝角

答案 A

解析 根据三角形的内角和是180°判断即可．

根据三角形的内角和是180°，知：三个内角可以都是60°，排除B；

三个内角可以都是锐角，排除C和D；

三角形的三个内角中至少有两个锐角，不可能有两个钝角或两个直角．

故选A．

考查了三角形的内角和定理：三角形的三个内角和是180°．

3 在$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$中，$AB=A'B'$，$\angle A=\angle A'$，若证$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$还要从下列条件中补选一个，错误的选法是(　　)．

A. $\angle B=\angle B'$　　B. $\angle C=\angle C'$　　C. $BC=B'C'$　　D. $AC=A'C'$

答案 C

解析 A选项：对于A，$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$\angle B=\angle B'$，满足ASA，能证明$\triangle ABC=\triangle A'B'C'$；

B选项：$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$\angle C=\angle C'$，满足AAS，能证明$\triangle ABC=\triangle A'B'C'$；

C选项：$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$ $BC=B'C'$是SSA的形式，不能证明$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$；

D选项：$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$AC=A'C'$，满足SAS，能证明$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$．

故选C.

4 下列说法中正确的是（　　）．

A. 钝角三角形有三条高线都在三角形外部

B. 三角形的一个外角大于任何一个内角

C. 与三角形三个顶点的距离相等的点是三条角平分线的交点

D. 若点$P(2,a)$和点$Q(b,-3)$关于x轴对称，则$a+b$的值为5

答案 D

解析 A选项：钝角三角形有三条高线，其中2条都在三角形外部，故A错误；

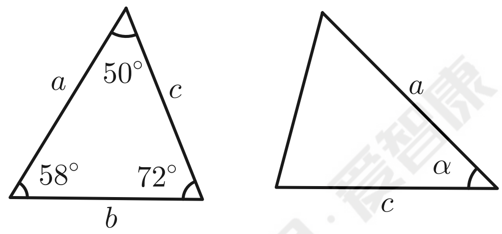
B选项：三角形的一个外角大于任何一个不相邻的内角；故B错误；

C选项：与三角形三边的距离相等的点是三条角平分线的交点；故C错误；

D选项：若点$P(2,a)$和点$Q(b,-3)$关于x轴对称，则$a=3$，$b=2$ ，可得$a+b$的值为5，故D正确．

故选D.

5 已知如图中的两个三角形全等，则$\angle\alpha$的度数是（　）．



A. 72°　　B. 50°　　C. 58°　　D. 60°

答案 B

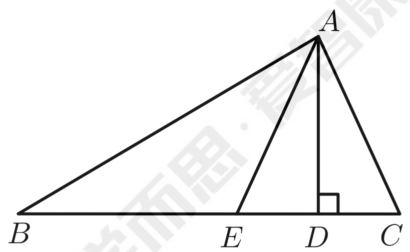
解析 ∵图中的两个三角形全等，

a与a，c与c分别是对应边，那么它们的夹角就是对应角，

$\therefore\angle a=50^\circ$ ．

故选B．

6 如图，AD、AE分别是$\triangle ABC$的高和角平分线，$\angle B=30^\circ$，$\angle C=70^\circ$，则$\angle EAD=$（　）．



A. 15°　　B. 20°　　C. 25°　　D. 30°

答案 B

解析 $\because\angle B=30^\circ$，$\angle C=70^\circ$

$\therefore$在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=80^\circ$，

$\because AE$是$\triangle ABC$的角平分线，

$\therefore \angle BAE = \dfrac{1}{2}\angle BAC = 40^\circ$ ，

又$\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle B = 60^\circ$ ，

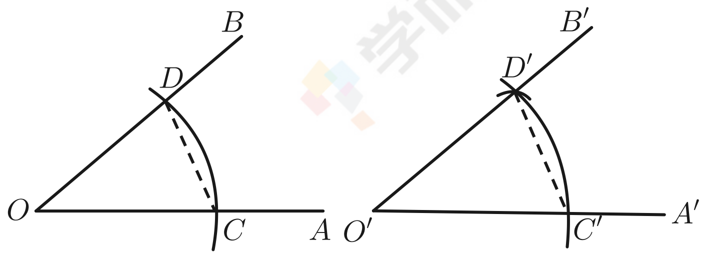
$\therefore \angle EAD = \angle BAD - \angle BAE$ ，

$= 60^\circ - 40^\circ$ ，

$= 20^\circ$.

故选B .

7 用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图如图所示，由此说明$\triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$的依据是（ ）.



A. SSS　　B. ASA　　C. SAS　　D. AAS

答案 A

解析 作图的步骤：

①以O为圆心，任意长为半径画弧，分别交OA、OB于点C . D;

②任意作一点O'，作射线$O'A'$，以O'为圆心，OC长为半径画弧，交$O'A'$于点C';

③以C'为圆心，CD长为半径画弧，交前弧于点D';

④过点D'作射线OB'.所以$\angle A'O'B'$就是与$\angle AOB$相等的角；

在$\triangle OCD$与$O'C'D'$中，

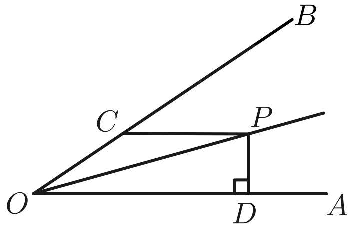
$$\begin{cases} O'C' = OC \\ O'D' = OD \\ C'D' = CD \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$(SSS)，

显然运用的判定方法是SSS .

故选A .

8 如图所示，$\angle AOP=\angle BOP=15^{\circ}$，$PC//OA$，$PD\perp OA$，若$PC=4$，则$PD$等于（　）．



A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. 1

答案　C

解析　过P作$PD'\perp OC$于点D．

由角分线性质定理知$PD'=PD$．

又$PC//OA$，

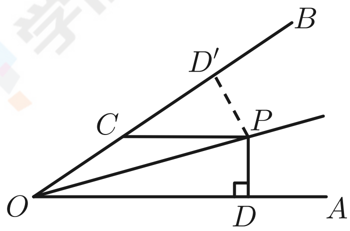
$\therefore\angle CPO=\angle POD$．

又$\because\angle AOP=\angle BOP=15^{\circ}$，

$\therefore\angle CPO=\angle BOP$．

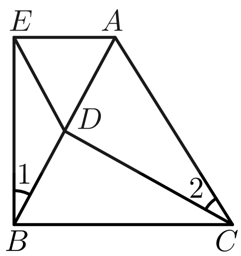
$\therefore\angle D'CP=\angle CPO+\angle BOP=30^{\circ}$．

$\therefore PD=PD'=\dfrac{1}{2}PC=2$．



考点　—三角形
　　├全等三角形
　　│　└角平分线的性质定理

9 如下图，D是等边$\triangle ABC$的边AB上的一点，$CD=BE$，$\angle 1=\angle 2$，则$\triangle ADE$是（　）．



A. 等腰三角形　　　　B. 等腰直角三角形　　　　C. 等边三角形　　　　D. 直角三角形

答案 C

解析 ∵$\triangle ABC$为等边三角形，

∴$AB=AC$，

在$\triangle BAE$与$\triangle CAD$中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle 1=\angle 2\\ BE=CD\end{cases}，$$

∴$\triangle BAE\cong\triangle CAD$，

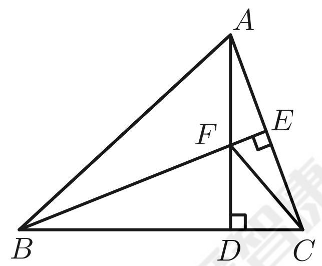
∴$\angle EAB=\angle DAC=60^\circ$，

$AE=AD$，

∴$\triangle ADE$为等边三角形．

故选C．

10 如下右图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45^\circ$ ，AD，BE分别为BC、AC边上的高，AD、BE相交于点F，下列结论：①$\angle FCD=45^\circ$ ②$AE=EC$ ③$S_{\triangle ABF}:S_{\triangle AFC}=BD:CD$ ④若$BF=2EC$，则$\triangle FCD$ 的周长等于AB的长，正确的有（　）个．



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

答案 D

解析 ∵$\triangle ABC$中，AD，BE分别为BC、AC边上的高，

∴$AD\perp BC$，而$\triangle ABF$和$\triangle ACF$有一条公共边，

∴$S_{\triangle ABF}:S_{\triangle AFC}=BD:CD$，

∴③正确；

∵$\angle ABC=45^\circ$，

∴$AD=BD$，$\angle DAC$和$\angle FBD$都是$\angle ACD$的余角，

而$\angle ADB=\angle ADC=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle BDF\cong\triangle ADC$，

$\therefore FD=CD$，

$\therefore \angle FCD=\angle CFD=45^{\circ}$，

∴①正确；

若$BF=2EC$，根据①得$BF=AC$，

$\therefore AC=2EC$，

即E为AC的中点，

$\therefore BE$为线段AC的垂直平分线，

$\therefore AF=CF$，$BA=BC$，

$\therefore AB=BD+CD=AD+CD=AF+DF+CD=CF+DF+CD$，

即$\triangle FDC$周长等于AB的长，

∴④正确．

故选D．

二、填空题（本大题共6题，每小题3分，共计18分）

11 若点$P\left(m,m-1\right)$在x轴上，则点P关于y轴对称的点为 ______ ．

答案 $(-1,0)$

解析 $\because$点$P\left(m,m-1\right)$在x轴上，

$\therefore m-1=0$，则$m=1$，

故$P\left(1,0\right)$，

则点P关于y轴对称的点坐标为：$(-1,0)$．

故答案为：$(-1,0)$．

12 一个多边形的每一个外角都等于36°，则该多边形的内角和等于 ______ ．

答案 1440°

解析 $\because$任何多边形的外角和等于360°，

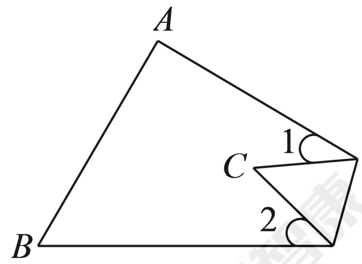
$\therefore$多边形的边数为$360^{\circ} \div 36^{\circ}=10$，

$\therefore$多边形的内角和为$(10-2) \cdot 180^{\circ}=1440^{\circ}$．

故答案为：1440°．

考点 一多边形
- 多边形基础
  - 多边形外角和
  - 多边形内角和

13 如图，三角形纸片ABC中，$\angle A=65^{\circ}$，$\angle B=75^{\circ}$，将纸片的一角折叠，使点C落在$\triangle ABC$内．若$\angle 1=20^{\circ}$，则$\angle 2$的度数为 ______ ．



答案 60°

解析 四边形的内角和为360°，所以$\angle 2=360^{\circ}-\angle A-\angle B-\angle 1-140^{\circ}=60^{\circ}$．

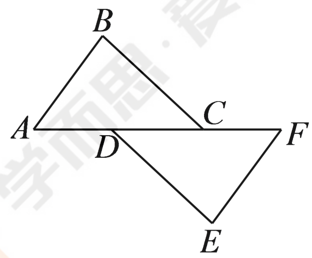
考点 三角形
- 三角形基础
  - 三角形内角和定理
    - 三角形内角和定理

└几何变换

├图形的对称

└翻折变换（折叠问题）

14 如图，在$\triangle ABC$和$\triangle FED$中，$AD=FC$，$AB=FE$，当添加条件______时，既可以得到$\triangle ABC\cong\triangle FED$．（只需填写一个你认为正确的条件）



答案 $DE=BC$

解析 $\because AD=CF$，

$\therefore AD+DC=CF+DC$，

即$AC=DF$，

在$\triangle ABC$和$\triangle FED$中，

$$\begin{cases}AC=FD\\AB=EF\\CB=DE\end{cases}，$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle FED(\text{SSS})$．

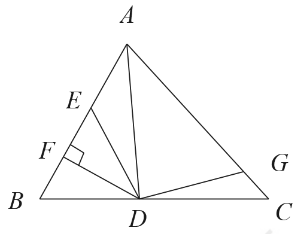
考点 ─三角形

├全等三角形

├全等三角形的判定

└SSS

15 如图，AD是$\triangle ABC$的角平分线，$DF\perp AB$，垂足为F，$DE=DG$，$\triangle ADG$和$\triangle AED$的面积分别为50和39，则$\triangle EDF$的面积为 ______ .



答案 5.5

解析 作$DM=DE$交AC于点M，作$DN\perp AC$于点N，

$\because DE=DG$，

$\therefore DM=DG$，

$\because AD$是$\triangle ABC$的角平分线，$DF\perp AB$，

$\therefore DF=DN$，

在$\mathrm{Rt}\triangle DEF$和$\mathrm{Rt}\triangle DMN$中，

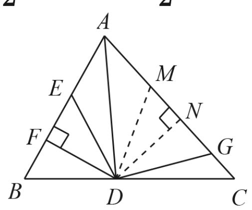
$\begin{cases} DN=DF \\ DM=DE \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle DEF\cong \mathrm{Rt}\triangle DMN(\mathrm{HL})$，

$\because \triangle ADG$和$\triangle AED$的面积分别为50和39，

$\therefore S_{\triangle MDG}=S_{\triangle ADG}-S_{\triangle ADM}=50-39=11$，

$S_{\triangle DNM}=S_{\triangle EDF}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle MDG}=\dfrac{1}{2}\times 11=5.5$.



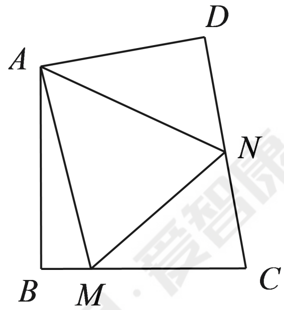
考点 —三角形

—全等三角形

—角平分线的常用辅助线

└角平分线与截长补短

16 如图，$AB\perp BC$，$AD\perp DC$，$\angle BAD=100^{\circ}$，在BC、CD上分别找一点M、N，当$\triangle AMN$的周长最小时，$\angle AMN+\angle ANM$的度数是______．



答案 160°

解析 作A关于BC和CD的对称点A'、A''，

连接$A'A''$，交BC于M，交CD于N，则$A'A''$即为$\triangle AMN$的周长最小值．

$\because\angle BAD=100^{\circ}$，

$\therefore\angle AA'M+\angle A''=80^{\circ}$，

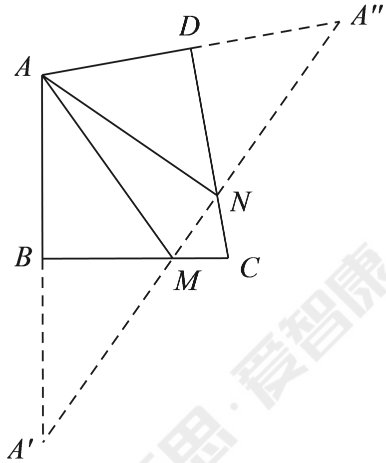
由轴对称图形的性质可知：

$\angle MA'A=\angle MAA'$，$\angle NAD=\angle A''$，

$\angle MA'A+\angle MAA'=\angle AMN$，

$\angle NAD+\angle A{\prime\prime}=\angle ANM$，

$\therefore$



$\angle AMN+\angle ANM=\angle MA'A+\angle MAA'+\angle NAD+\angle A''$

$=2(\angle MA'A+\angle A'')$

$=2\times80^{\circ}$

$=160^{\circ}$，

故答案为160°．

考点 几何变换

图形的对称

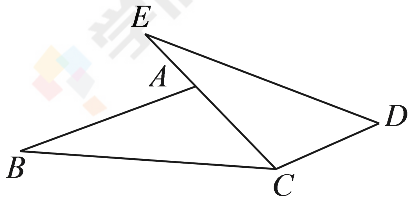
└轴对称与几何最值

─轴对称基础

└轴对称的性质

三、解答题（本大题共9题，共计102分）

17 如图，E、A、C三点共线，$AB//CD$，$\angle B=\angle E$，$AC=CD$，求证：$BC=ED$．



答案 证明见解析．

解析 $\because AB//CD$，

$\therefore \angle BAC=\angle ECD$，

在$\triangle ABC$和$\triangle CED$中$\begin{cases}\angle BAC=\angle ECD\\ \angle B=\angle E\\ AC=CD\end{cases}$，

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle CED(\mathrm{AAS})$，

$\therefore BC=ED$．

考点 ─三角形

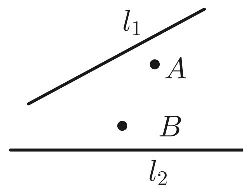
─全等三角形

└全等三角形的性质

─全等三角形的判定

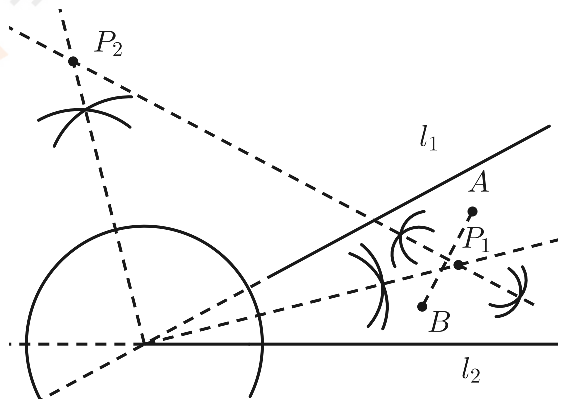
└AAS

18 “西气东输”是造福子孙后代的创世工程，如图所示，现有两条高速公路l_1、l_2和两个城镇A、B，准备建一个燃气控制中心站P，使中心站到两条公路距离相等，并且到两个城镇等距离，请你用尺规作图，作出中心站P的位置．（不写作法）

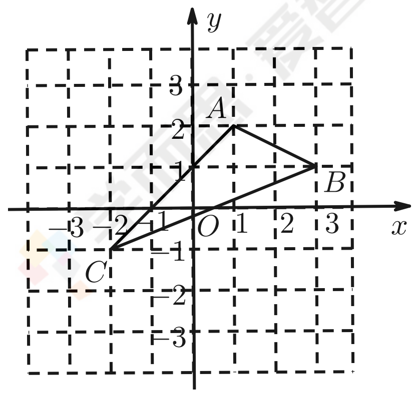


答案 画图见解析．

解析 如图所示，有两个P点．



19 如图，在平面直角坐标系中，$A(1,2)$，$B(3,1)$，$C(-2,-1)$．



（1）在图中作出$\triangle ABC$关于y轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$．

（2）写出点A_1，B_1，C_1的坐标（直接写答案）．

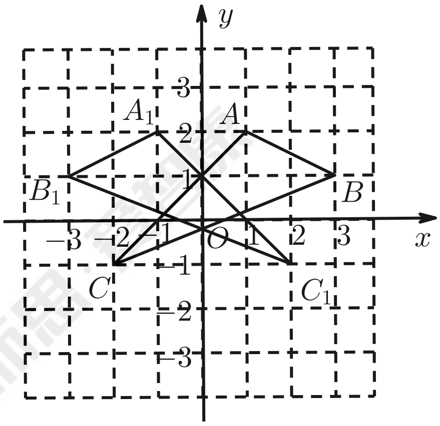
（3）$\triangle A_1B_1C_1$的面积为 ______ ．

答案 （1）画图见解析．

（2）$A_1(-1,2)$，$B(-3,1)$，$C(2,-1)$．

（3）4.5

解析 （1）如图所示，



$\triangle A_1B_1C_1$，即为所求．

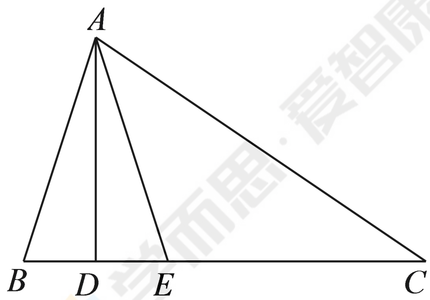
（2）$A_1(-1,2)$，$B(-3,1)$，$C(2,-1)$．

故答案为：$A_1(-1,2)$，$B(-3,1)$，$C(2,-1)$．

（3）$\triangle A_1B_1C_1$的面积为：$3\times5-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times2\times5=4.5$．

故答案为：4.5．

20 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B>\angle C$，$AD\perp BC$，垂足为D，AE平分$\angle BAC$．



（1）已知$\angle B=60^\circ$，$\angle C=30^\circ$，求$\angle DAE$的度数．

（2）已知$\angle B=3\angle C$，求证：$\angle DAE=\angle C$．

答案 （1）$\angle DAE$的度数为15°．

（2）证明见解析．

解析 （1）在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=90^\circ$，

$\because AE$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle BAE=\dfrac{1}{2}\angle BAC=45^\circ$，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore \angle BAD=90^\circ-\angle B=30^\circ$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAE-\angle BAD=15^\circ$．

（2）在$\triangle ABC$中，

$\because \angle B=3\angle C$，

$\therefore \angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-4\angle C$，

$\because AE$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle BAE=\dfrac{1}{2}\angle BAC=90^\circ-2\angle C$，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore \angle BAD=90^\circ-\angle B=90^\circ-3\angle C$，

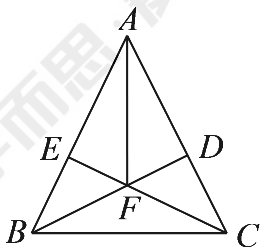
$\therefore \angle DAE=\angle BAE-\angle BAD$

$=(90^\circ-2\angle C)-(90^\circ-3\angle C)$

$=\angle C$，

即$\angle DAE=\angle C$．

21 如图：在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BD\perp AC$于D，$CE\perp AB$于E，BD、CE相交于F．求证：AF平分$\angle BAC$．



答案 证明见解析．

解析 方法一：$\because BDbot\$\$AC\$\$,\ \$\$CE\$\$$bot AB，

$\therefore \angle ADB=\angle AEC=90$，

$\because \angle BAD=\angle CAE, AB=AC$，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$（AAS），

$\therefore AE=AD$，

$\because AF=A\text{F}$，

$\therefore \triangle AD\text{F} \cong \triangle AEF$（HL），

$\therefore \angle BAF=\angle CAF$，

$\therefore AF$平分$\angle BAC$．

方法二：$\because AB=AC$（已知），

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$（等边对等角），

$\because BD$、CE分别是高，

$\therefore BD\perp AC$，$CE\perp AB$（高的定义），

$\therefore \angle CEB=\angle BDC=90^\circ$，

$\therefore \angle ECB=90^\circ-\angle ABC$，$\angle DBC=90^\circ-\angle ACB$，

$\therefore \angle ECB=\angle DBC$（等量代换），

$\therefore FB=FC$（等角对等边），

在$\triangle ABF$和$\triangle ACF$中，

$\begin{cases} AB=BC \\ AF=AF \\ FB=FC \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle ACF(\text{SSS})$，

$\therefore \angle BAF=\angle CAF$（全等三角形对应角相等），

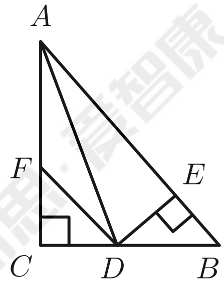
$\therefore AF$平分$\angle BAC$．

考点

- 三角形
  - 全等三角形
    - 全等三角形的概念
      - 全等三角形的对应边
    - 全等三角形的判定
      - AAS
      - HL

└角平分线的性质定理的逆定理

22 如图所示，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，AD是$\angle BAC$的平分线，$DE\perp AB$交AB于点E，点F在AC上，$BD=DF$．证明：



（1）$CF=EB$．

（2）$AB=AF+2EB$．

答案 （1）证明见解析．

（2）证明见解析．

解析 （1）方法一：$\because AD$是$\angle BAC$的平分线，$DE\perp AB$，$DC\perp AC$，

$\therefore DE=DC$，

$\because BD=DF$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle CDF\cong\mathrm{Rt}\triangle EBD$（HL）．

$\therefore CF=EB$．

方法二：$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle CAD=\angle EAD$，

$\because DE\perp AB$，

$\therefore \angle AED=90^\circ$，

$\because \angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle AED=\angle C$，

在$\triangle ACD$与$\triangle AED$中，

$\begin{cases}\angle CAD=\angle EAD\\ \angle C=\angle AED\\ AD=AD\end{cases}$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED$（AAS），

$\therefore DC = DE$．

在$\mathrm{Rt}\triangle DCF$与$\mathrm{Rt}\triangle DEB$中，

$\begin{cases} DF = DB \\ DC = DE \end{cases}$．

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle DCF \cong \mathrm{Rt}\triangle DEB$（HL）

$\therefore CF = EB$．

（2）由（1）得$\triangle ACD \cong \triangle AED$，

$\therefore AC = AE$，

$\because \mathrm{Rt}\triangle DCF \cong \mathrm{Rt}\triangle DEB$，

$\therefore CF = BE$，

则$AB = AE + BE$

$= AC + BE$

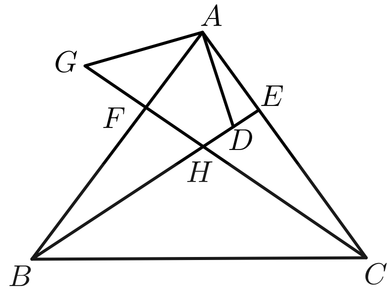
$= AF + CF + BE$

$= AF + 2BE$．

考点

- 三角形
  - 全等三角形
    - 全等三角形的性质
    - 全等三角形的判定
      - HL
    - 角平分线的性质定理

23 如图：在$\triangle ABC$中，BE、CF分别是AC、AB两边上的高，在BE上截取$BD = AC$，在CF的延长线上截取$CG = AB$，连接AD、AG．



（1）求证：$AD=AG$．

（2）AD与AG的位置关系如何，请说明理由．

答案 （1）答案见解析．

（2）$AD\perp GA$．

解析 （1）$\because BE\perp AC$，$CF\perp AB$，

$\therefore \angle HFB=\angle HEC=90^\circ$，

又$\because \angle BHF=\angle CHE$，

$\therefore \angle ABD=\angle ACG$，

在$\triangle ABD$和$\triangle GCA$中，

$$\begin{cases} AB=CG \\ \angle ABD=\angle ACG \\ BD=CA \end{cases}，$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle GCA(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AD=GA$（全等三角形的对应边相等）．

（2）位置关系是$AD\perp GA$，

$\because \triangle ABD\cong\triangle GCA$，

$\therefore \angle ADB=\angle GAC$，

又$\because \angle ADB=\angle AED+\angle DAE$，$\angle GAC=\angle GAD+\angle DAE$，

$\therefore \angle AED=\angle GAD=90^\circ$，

$\therefore AD\perp GA$．

考点 三角形

全等三角形

全等三角形的性质

└全等三角形的判定

24 把边长为1的正方形纸片沿对角线剪开，得$\triangle ABC$和$\triangle DEF$．然后，将$\triangle DEF$的顶点D置于$\triangle ABC$斜边中点处，使$\triangle DEF$绕点D沿顺时针旋转．

（1）当$\triangle DEF$旋转到DF过直角顶点C时（如图1）此时DF与AC的交点H与点C重合，试判断$\angle DGB$与$\angle DGH$的关系，并给以证明．

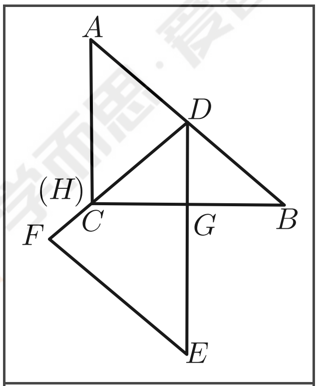


图1

（2）当$\triangle DEF$继续旋转的角度为$\alpha\,(0<\alpha<45^{\circ})$（如图2）时，（1）中的结论是否成立？若成立，请给以证明；若不成立，请说明理由．

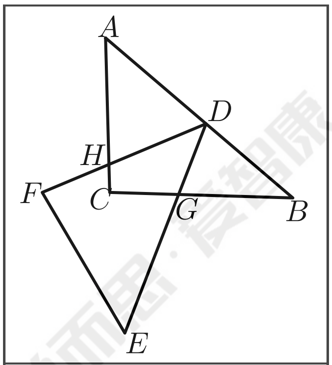


图2

答案 （1）$\angle DGB=\angle DGH$，证明见解析．

（2）（1）中的结论仍然成立，证明见解析．

解析 （1）$\angle DGB=\angle DGH$．

在等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，D是AB中点，

$\therefore HD\perp AB$,

$\therefore DH=\frac{1}{2}AB=DB$.

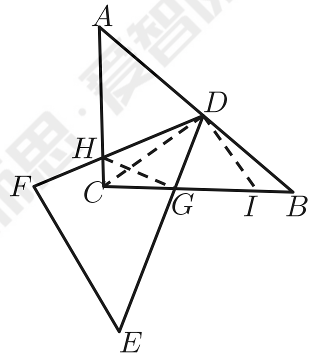
$\because \angle FDG=45^\circ=\angle BDG$,

$\therefore DG\perp HB$，

因此$\angle DGB=\angle DGH$．

（2）（1）中的结论仍然成立．$\angle DGB=\angle DGH$.

连接DC，在BC上截取$BI=CH$，连接DI．



$\because BI=CH$，$\angle DBI=\angle DCH=45^\circ$，$DB=DC$，

$\therefore \triangle DBI\cong\triangle DCH$，

$\therefore DI=DH$，$\angle HDC=\angle IDB$，

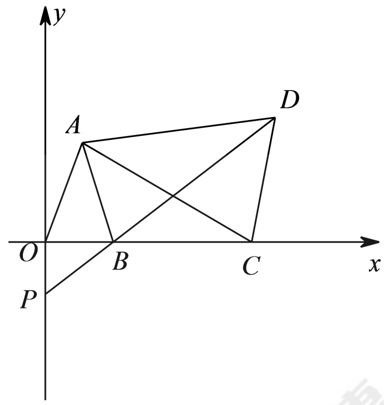
$\therefore \angle HDI=\angle CDB=90^\circ$，

$\because \angle FDE=45^\circ=\angle GDI$，$DG$公共，

$\therefore \triangle DGH\cong\triangle DGI$，

$\therefore \angle DGB=\angle DGH$．

25 如图，平面直角坐标系中，已知点$A(a-1,a+b)$，$B(a,0)$，且$\sqrt{a+b-3}+(a-2b)^2=0$，C为x轴上点B右侧的动点，以AC为腰作等腰$\triangle ACD$，使$AD=AC$，$\angle CAD=\angle OAB$，直线DB交y轴于点P．



（1）求证：$AO=AB$．

（2）求证：$OC=BD$．

（3）当点C运动时，点P在y轴上的位置是否发生改变，为什么？

答案 （1）证明见解析．

（2）证明见解析．

（3）点P在y轴上的位置不发生改变，证明见解析．

解析 （1）$\because\sqrt{a+b-3}+(a-2b)^2=0$，

$\sqrt{a+b-3}\geqslant 0$，$(a-2b)^2\geqslant 0$，

$\therefore\sqrt{a+b-3}=0$，$(a-2b)^2=0$，

解得：$a=2$，$b=1$，

$\therefore A(1,3)$，$B(2,0)$，

$\therefore OA=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

$AB=\sqrt{(2-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore OA=AB$．

（2）$\because\angle CAD=\angle OAB$，

$\therefore\angle CAD+\angle BAC=\angle OAB+\angle BAC$，即$\angle OAC=\angle BAD$，

在$\triangle OAC$和$\triangle BAD$中，

$$\begin{cases}OA=AB\\ \angle OAC=\angle BAD\\ AC=AD\end{cases}，$$

$\therefore\triangle OAC\cong\triangle BAD$（SAS），

$\therefore OC=BD$．

（3）点P在y轴上的位置不发生改变．

设$\angle AOB=\angle ABO=\alpha$，

$\because$由（2）知$\triangle AOC\cong\triangle ABD$，

$\therefore\angle ABD=\angle AOB=\alpha$，

$\because OB=2$，$\angle OBP=180^\circ-\angle ABO-\angle ABD=180^\circ-2\alpha$为定值，

$\because\angle POB=90^\circ$，

$\therefore OP$长度不变，

$\therefore$点P在y轴上的位置不发生改变．

考点

- 函数
  - 平面直角坐标系
    - 坐标系中的动点问题
- 三角形
  - 全等三角形
    - 全等三角形的判定
      - SAS
    - 全等三角形的应用
  - 直角三角形
    - 勾股定理的应用
      - 勾股定理的应用