2018~2019学年广东广州海珠区广州市第六中学高三上学期期中理科数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 设$A=\{x\,|y=\sqrt{2-x}\}$，$B=\{y\,|y=1\mathrm{n}\,(1+x)\}$，则$A\cap B$=（ ）．

A. $(-1,+\infty)$

B. $(-\infty,2]$

C. $(-1,2]$

D. $\varnothing$

2 复数z满足$z(1+\sqrt{3}\mathrm{i})=|1-\sqrt{3}\mathrm{i}\,|$，则$z=$（ ）．

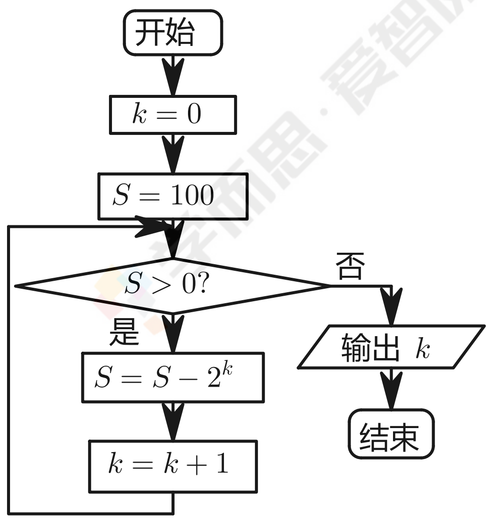
A. $1-\sqrt{3}\mathrm{i}$

B. 1

C. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3 某程序框图如图所示，该程序框图运行后输出的k的值是（ ）．



A. 6

B. 8

C. 5

D. 7

若$a=\ln 2$，$b=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$c=\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x$，则$a$，$b$，$c$的大小关系为（　）．

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $c<b<a$　　D. $b<c<a$

5 已知$f(x)=\sin x-\cos x$，实数α满足$f'(\alpha)=3f(\alpha)$，则$\tan 2\alpha=$（　）．

A. $-\dfrac{4}{3}$　　B. $-\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

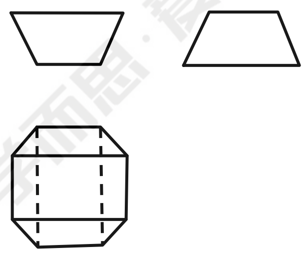
6 在平行四边开形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，且$2\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BD}^2-4=0$，沿$BD$折成直二面角$A-BD-C$，则三棱锥$A-BCD$的外接球的表面积是（　）．

A. 16π　　B. 8π　　C. 4π　　D. 2π

7 党的十九大报告指出，建设教育强国是中华民族伟大复兴的基础工程，必须把教育事业放在优先位置，深化教育资源的均衡发展．现有4名男生和2名女生主动申请毕业后到两所偏远山区小学任教．将这6名毕业生全部进行安排，每所学校至少安排2名毕业生，则每所学校男女毕业生至少安排一名的概率为（　）．

A. $\dfrac{4}{25}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{14}{25}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

8 我国古代《九章算术》将上下两面为平行矩形的六面体称为刍童．如图所示为一个刍童的三视图，其中正视图及侧视图均为等腰梯形，两底的长分别为2和4，高为2，则该刍童的表面积为（　）．



A. $12\sqrt{5}$　　B. 40　　C. $16+12\sqrt{3}$　　D. $16+12\sqrt{5}$

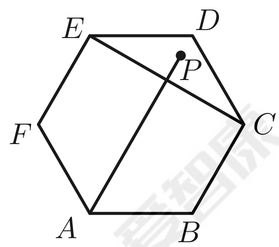
9 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$在区间$\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上单调递增，则$\omega$的取值范围为（　）．

A. $\left(0,\dfrac{8}{3}\right]$　　B. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$

C. $\left[\frac{1}{2},\frac{8}{3}\right]$

D. $\left[\frac{3}{8},2\right]$

10 如图所示，在正六边形$ABCDE$中，点P是$\triangle CDE$内（包括边界）的一个动点，设$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AF}+\mu\overrightarrow{AB}\,(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则$\lambda+\mu$的取值范围是（　）.



A. $\left[\frac{3}{2},4\right]$

B. $[3,4]$

C. $\left[\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$

D. $\left[\frac{3}{4},2\right]$

11 已知椭圆C_1和双曲线C_2焦点相同，且离心率互为倒数，F_1，F_2是它们的公共焦点，P是椭圆和双曲线在第一象限的交点，若$\angle F_1PF_2=60^\circ$，则椭圆C_1的离心率为（　）.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

12 关于函数$f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$，下列说法错误的是（　）.

A. $x=2$是$f(x)$的极小值点

B. 函数$y=f(x)-x$有且只有1个零点

C. 存在正实数k，使得$f(x)>kx$恒成立

D. 对任意两个正实数x_1，x_2，且$x_2>x_1$，若$f(x_1)=f(x_2)$，则$x_1+x_2>4$.

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 设实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x-2y\geqslant 0\\ y\geqslant |x-2|\end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为______.

14

已知由样本数据点集合$\{(x_i, y_i)|i=1,2,\cdots n\}$求得的回归直线方程为$\hat{y}=1.5x+0.5$，且$\overline{x}=3$，现发现两个数据点$(1.1,2.1)$和$(4.9,7.9)$误差较大，去除后重新求得的回归直线$l$的斜率为$1.2$，那么，当$x=2$时，$y$的估计值为 ______ .

15 在$\triangle ABC$中，内角A、B、C所对的边分别为a，b，c，且$b=\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\sin C=(\sin A+\sqrt{3}\cos A)\sin B$，则$AC$边上的高的最大值为 ______ .

16 设过抛物线$y^2=2px\,(p>0)$上任意一点P（异于原点O）的直线与抛物线$y^2=8px\,(p>0)$交于A，B两点，直线OP与抛物线$y^2=8px\,(p>0)$的另一个交点为Q，则$\dfrac{S_{\Delta ABQ}}{S_{\Delta ABO}}=$ ______ .

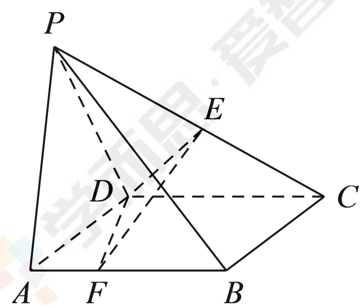
三、解答题（本大题共5小题，共60分）

17 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且${a_n}^2-2na_n-(2n+1)=0$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求a_n.

（2）若$b_n=(-1)^{n-1}a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

18 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是正方形，$AD=PD=2$，$PA=2\sqrt{2}$，$\angle PDC=120°$，点E为线段PC的中点，点F在线段AB上.

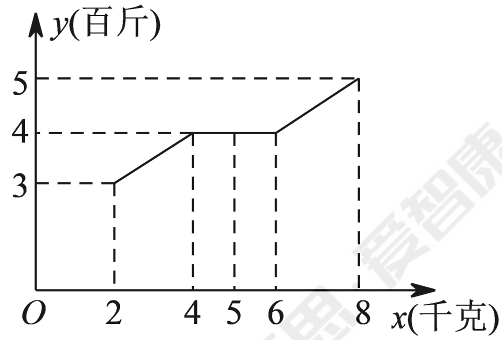


（1）若$AF=\dfrac{1}{2}$，求证：$CD\perp EF$.

（2）设平面DEF与平面DPA所成二面角的平面角为θ，试确定点F的位置，使得$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

19

某基地蔬菜大棚采用水培、无土栽培方式种植各类蔬菜．过去50周的资料显示，该地周光照量X（小时）都在30小时以上，其中不足50小时的周数有5周，不低于50小时且不超过70小时的周数有35周，超过70小时的周数有10周．根据统计，该基地的西红柿增加量y（百斤）与使用某种液体肥料x（千克）之间对应数据为如图所示的折线图．



（1） 依据数据的折线图，是否可用线性回归模型拟合y与x的关系？请计算相关系数r并加以证明（精确到0.01）．（若$|r|>0.75$，则线性相关程度很高，可用线性回归模型拟合）

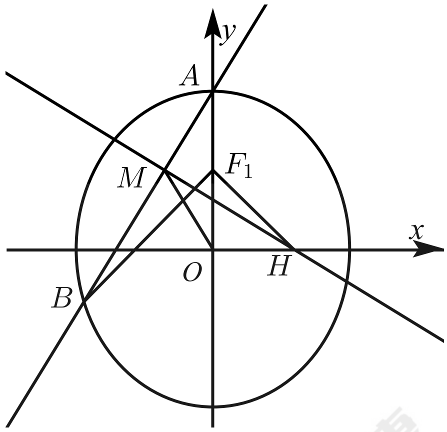
（2） 蔬菜大棚对光照要求较大，某光照控制仪商家为该基地提供了部分光照控制仪，但每周光照控制仪最多可运行台数受周光照量X限制，并有如下关系：

周光照量X（单位：小时）	$30<X<50$	$50\leqslant X\leqslant 70$	$X>70$
光照控制仪最多可运行台数	3	2	1

若某台光照控制仪运行，则该台光照控制仪周利润为3000元；若某台光照控制仪未运行，则该台光照控制仪周亏损1000元．以过去50周的周光照量的频率作为周光照量发生的概率，商家欲使周总利润的均值达到最大，应安装光照控制仪多少台？

附：相关系数公式$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，参考数据$\sqrt{0.3}\approx 0.55$，$\sqrt{0.9}\approx 0.95$．

20 如图，在直角坐标系xOy中，椭圆$C:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上焦点为$F_1$，椭圆$C$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，且过点$\left(1,\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)$．



（1） 椭圆C的方程．

（2） 设过椭圆C的上顶点A的直线l与椭圆C交于点B（B不在y轴上），垂直于l的直线与l交于点M，与x轴交于点H，若$\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_1H}=0$，且$|MO|=|MA|$，求直线$l$的方程．

21 已知函数$f(x)=\left(ax^2+x+a\right)\mathrm{e}^{-x}\ (a\in\mathbf{R})$．

（1） 若$a\geqslant 0$，函数$f(x)$的极大值为$\dfrac{3}{\mathrm{e}}$，求实数a的值．

（2） 若对任意的$a\leqslant 0$，$f(x)\leqslant b\ln(x+1)$在$x\in[0,+\infty)$上恒成立，求实数b的取值范围．

四、选做题（本大题共2小题，选做一题，共10分）

22 在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=a+a\cos\beta\\ y=a\sin\beta\end{cases}$（$\beta$为参数，且$a>0$），以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3}{2}$．

（1） 若曲线C与l只有一个公共点，求a的值．

（2） A，B为曲线C上的两点，且$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，求$\triangle OAB$的面积最大值．

23 已知函数$f(x)=|x+1|$．

（1） 求不等式$f(x)<|2x+1|-1$的解集M．

（2） 设$a,b\in M$，证明：$f(ab)>f(a)-f(-b)$．