

# 2018~2019学年广东广州天河区天河外国语学校高 二上学期文科期中数学试卷

## 一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分

1 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率 $e = 2$ ，则双曲线 $C$ 的渐近线方程为 ( ) .

A.  $y = \pm 2x$

B.  $y = \pm \frac{1}{2}x$

C.  $y = \pm x$

D.  $y = \pm \sqrt{3}x$

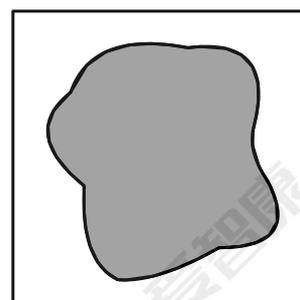
2 如图，边长为2的正方形中有一阴影区域，在正方形中随机撒一粒豆子，它落在阴影区域内的概率为 $\frac{2}{3}$ ，则阴影区域的面积约为 ( ) .

A.  $\frac{2}{3}$

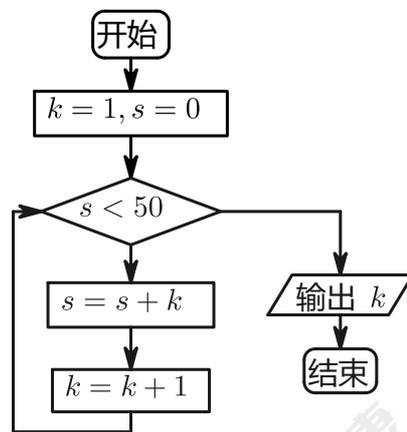
B.  $\frac{4}{3}$

C.  $\frac{8}{3}$

D. 无法计算



3 执行如下图所示的程序框图，输出的 $k$ 的值是 ( ) .



- A. 9                      B. 10                      C. 11                      D. 12

4 用秦九韶算法求多项式  $f(x) = 12 + 35x + 9x^3 + 5x^5 + 3x^6$  当  $x = -1$  时的值,  $v_3 = ( )$ .

- A. -2                      B. 7                      C. -7                      D. 11

5 如果3个整数可作为一个直角三角形三条边的边长, 则称这3个数为一组勾股数, 从1, 2, 3, 4, 5中任取3个不同的数, 则3个数构成一组勾股数的概率为 ( ).

- A.  $\frac{10}{3}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{10}$                       D.  $\frac{1}{20}$

6 滴滴公司为了调查消费者对滴滴打车出行的真实评价, 采用系统抽样方法从2000人中抽取100人做问卷调查, 为此将他们随机编号1, 2, ..., 2000, 适当分组后在第一组采用简单随机抽样的方法抽到的号码为9, 抽到的100人中, 编号落入区间[1, 820]的人做问卷A, 编号落入区间[821, 1520]的人做问卷B, 其余的人做问卷C, 则抽到的人中, 作问卷C的人数为 ( ).

- A. 23                      B. 24                      C. 25                      D. 26

7 下列命题错误的是 ( ).

- A. 命题“若 $p$ 则 $q$ ”与命题“若 $\neg q$ , 则 $\neg p$ ”互为逆否命题  
 B. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x > 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x \leq 0$ ”  
 C.  $\forall x > 0$ 且 $x \neq 1$ , 都有 $x + \frac{1}{x} > 2$   
 D. “若 $am^2 < bm^2$ , 则 $a < b$ ”的逆命题为真

在区间 $[-\pi, \pi]$ 上随机取两个实数 $a, b$ , 记向量 $\vec{OA} = (a, 4b)$ ,  $\vec{OB} = (4a, b)$ , 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} \geq 4\pi^2$ 的概率为 ( ) .

- A.  $1 - \frac{\pi}{8}$                       B.  $1 - \frac{\pi}{4}$                       C.  $1 - \frac{\pi}{2}$                       D.  $1 - \frac{3\pi}{4}$

9 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1 \\ c + x, & x < 1 \end{cases}$ , 则“ $c = -1$ ”是“函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上递增”的 ( ) .

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                              D. 既不充分也不必要条件

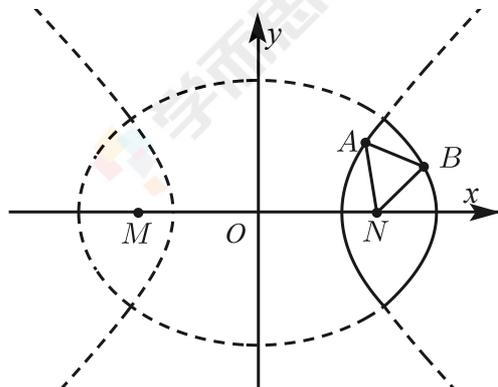
10 把红、黑、蓝、白4张纸牌随机地分发给甲、乙、丙、丁4个人, 每人分得1张, 事件“甲分得红牌”与事件“乙分得红牌”是 ( ) .

- A. 对立事件                              B. 不可能事件  
C. 互斥事件但不对立事件              D. 以上均不对

11 已知 $F_1, F_2$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点,  $P$ 为椭圆 $C$ 上一点, 且 $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = 0$ , 若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为9, 则 $b$ 的值为 ( ) .

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

12 有一凸透镜其剖面图(如图)是由椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 和双曲线 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1 (a > m > 0)$ 的实线部分组成, 已知两双曲线有共同焦点 $M, N$ ;  $A, B$ 分别在左右两部分实线上运动, 则 $\triangle ANB$ 的周长的最小值为 ( ) .

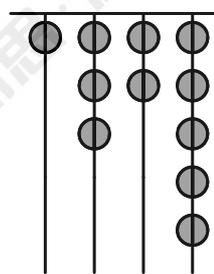


- A.  $2(a - m)$                       B.  $(a - m)$                       C.  $2(b - n)$                       D.  $2(a + m)$

## 二、填空题：每小题5分，共20分

13 双曲线 $4x^2 - y^2 + 64 = 0$ 上一点 $P$ 到它的一个焦点的距离等于1，则点 $P$ 到另一个焦点的距离等于\_\_\_\_\_.

14 远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳计数”. 如图所示的是一位母亲记录的孩子自出生后的天数，在从右向左依次排列的不同绳子上打结，满七进一，根据图示可知，孩子已经出生的天数是\_\_\_\_\_.



15 已知 $m \in \mathbf{R}$ ，命题 $p$ :对 $\forall x \in [0, 1]$ ，不等式 $2x - 2 \geq m^2 - 3m$ 恒成立；命题 $q$ : $\exists x \in [-1, 1]$ ，使得 $m \leq ax$ 成立，当 $a = 1$ 时，若 $p \wedge q$ 假， $p \vee q$ 为真，求 $m$ 的取值范围\_\_\_\_\_.

16 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2c$ ，圆 $M: x^2 + y^2 - 2cy = 0$ 与椭圆 $C$ 交于 $A, B$ 两点，若 $OA \perp OB$  ( $O$ 为坐标原点)，则椭圆 $C$ 的离心率为\_\_\_\_\_.

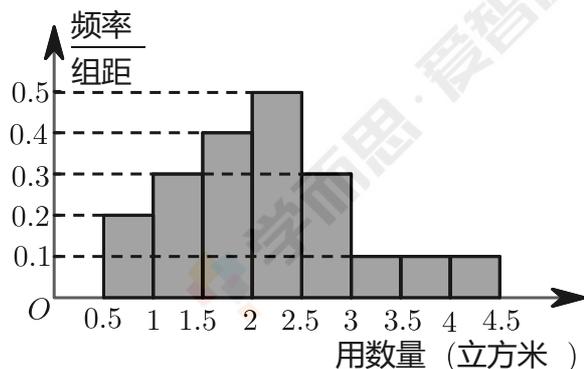
## 三、解答题:本大题共6个小题，共70分

17 自一个文艺比赛中，12名专业人士和12名观众代表各组成一个评判小组，给参赛选手打分，如图是两个评判组对同一选手打分的茎叶图：

A			B	
		3	6	
9	7 7 7 6 5 4 2 2	4	2 6 7 9	
	5 0 0	5	5 8	
		6	2 6 8	
		7	0 3	

- (1) 求A组数的众数和B组数的中位数.
- (2) 方差可作为衡量近似性的数值, 回答: 小组A与小组B哪一个更像是由专业人士组成的? 并说明理由.

18 某市居民用水拟实行阶梯水价, 每人月用水量不超过 $w$ 立方米的部分按4元/立方米收费, 超出 $w$ 立方米的部分按10元/立方米收费. 从该市随机调查了10000位居民, 获得了他们某月的用水量数据, 整理得到如下频率分布直方图:



- (1) 如果 $w$ 为整数, 那么根据此次调查, 为使80%以上居民在该月的用水价格为4元/立方米,  $w$ 至少定为多少?
- (2) 假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替. 当 $w = 3$ 时, 估计该市居民该月的人均水费.

19 某地区2009年至2015年农村居民家庭人均纯收入 $y$  (单位: 千元) 的数据如下表:

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
年均代号 $t$	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入 $y$	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

- (1) 求 $y$ 关于 $t$ 的线性回归方程.
- (2) 利用(1)中的回归方程, 分析2009年至2015年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况, 并预测该地区2019年农村居民家庭人均纯收入.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x},$$

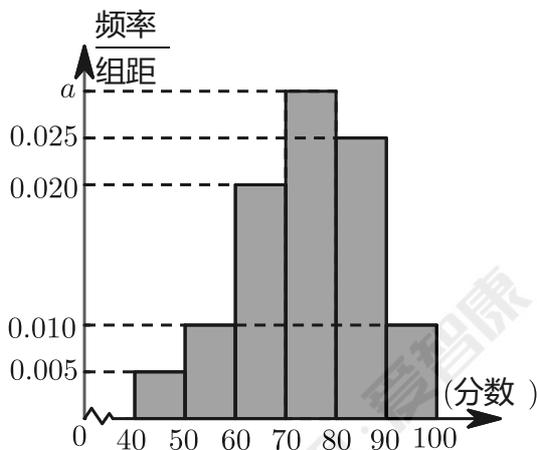
距.

20 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 其中一焦点坐标为  $(\sqrt{2}, 0)$ , 且椭圆  $C$  经过点  $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ .

(1) 求椭圆  $C$  方程.

(2) 设  $O$  为原点, 若点  $A$  在直线  $y = 2$  上, 点  $B$  在椭圆  $C$  上, 且  $OA \perp OB$ , 求线段  $AB$  长度的最小值.

21 某校从高一年级学生中随机抽取 40 名学生, 将他们的期中考试数学成绩 (满分 100 分, 成绩均为不低于 40 分的整数) 分成六段:  $[40, 50)$ ,  $[50, 60)$ ,  $\dots$ ,  $[90, 100]$  后得到如图所示的频率分布直方图.



(1) 求图中实数  $a$  的值.

(2) 若该校高一年级共有学生 640 人, 试估计该校高一年级期中考试数学成绩不低于 60 分的人数.

(3) 若从数学成绩在  $[40, 50)$  与  $[90, 100]$  两个分数段内的学生中随机选取两名学生, 记他们的分数分别为  $x, y$ , 求  $|x - y| \leq 10$  的概率.

22 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , 以原点  $O$  为圆心, 椭圆  $C$  的长半轴为半径的圆与直线  $2x - \sqrt{2}y + 6 = 0$  相切.

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程.

(2) 已知点  $A, B$  为动直线  $y = k(x - 2)$  ( $k \neq 0$ ) 与椭圆  $C$  的两个交点, 问: 在  $x$  轴上是否存在点  $E$ , 使  $\vec{EA} \cdot \vec{EB}$  为定值? 若存在, 试求出点  $E$  的坐标和定值, 若不存在, 请说明理由.

