成都七中育才学校 2018-2019 学年度上期初 2020 届半期考试

数学试卷

命题人:林玲　何瑜　　　审题人:罗丹梅

A　卷（共 100 分）

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1．下列是二元一次方程的是（　　）

A．$4x+3=x$　　B．$12x=7y$　　C．$2x-2y^2=4$　　D．$3x+2y=xy$

2．下列四个实数中，无理数是（　　）

A．$\frac{9}{5}$　　B．$\sqrt{9}$　　C．$-\frac{3}{\pi}$　　D．0

3．直角三角形的两条直角边的长分别为 4 和 5，则斜边长是（　　）

A．3　　B．41　　C．$\sqrt{41}$　　D．9

4．下列各式中，正确的是（　　）

A．$\sqrt{(-5)^2}=-5$　　B．$(-\sqrt{5})^2=5$　　C．$\sqrt{-16}=-4$　　D．$\sqrt{4}=\pm2$

5．能使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的范围是（　　）

A．$x\leq2$　　B．$x\geq2$　　C．$x\neq2$　　D．$x>2$

6．估计 $\sqrt{80}$ 在（　　）

A．5~6 之间　　B．6~7 之间　　C．7~8 之间　　D．8~9 之间

7．$\sqrt{64}$ 的立方根是（　　）

A．8　　B．4　　C．2　　D．16

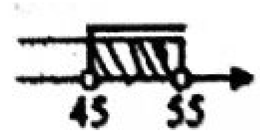
8．在△ABC 中，已知∠A、∠B、∠C 的度数之比是 1：1：2，AB=8，△ABC 的面积为（　　）

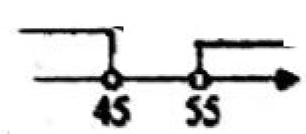
A．8　　B．12　　C．16　　D．32

9．如图是甲、乙、丙三人玩跷跷板的示意图（支点在跷跷板中点处），图中已知了乙、丙的体重，则甲的体重取值范围在数轴上表示正确的是（　　）

A. 

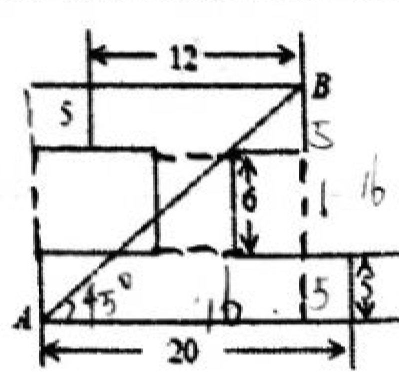
B. 

C. 

D. 

10．如图所示，有一"工"字形的机器零件，它是轴对称图形，图中所有的角都是直角，图中数据单位：cm，那么 A、B 两点之间的距离为（　　）

A．16cm　　B．$8\sqrt{2}$ cm　　C．20cm　　D．$16\sqrt{2}$ cm



10 题图

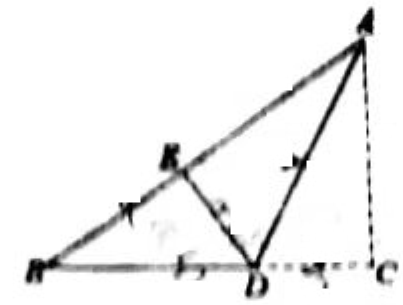
二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

11．2 的平方根是______.

12．若 $\sqrt{a-3}+|b-6|=0$，则以 a、b 为边长的等腰三角形的周长是______.

13．比较大小：$4\sqrt{3}$______$5\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$______$\sqrt{\frac{1}{2}}$.

14、如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，AC=6，AB=10，点 D 是边 BC 上一点，若沿 AD 将$\triangle ACD$ 翻折，点 C 刚好落在 AB 边上点 E 处，则 AD=______。


14 题图

三、解答题（共 54 分）

15.（每小题 5 分，共 10 分）

（1）解方程：$(2x+1)^2-25=0$　　（2）解方程组：$\begin{cases}3a+4b=9\\ \dfrac{a-1}{2}-\dfrac{2b}{3}=-3\end{cases}$

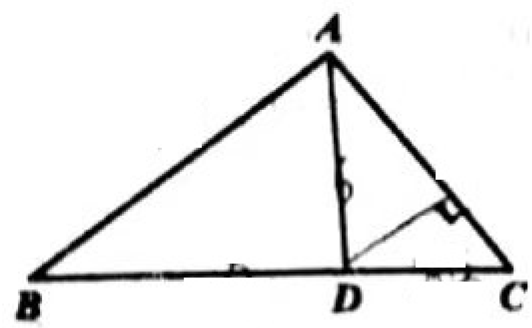
16.（每小题 5 分，共 10 分）

（1）计算：$|2-\sqrt{5}|-(2018-25\sqrt{3})^0-(-\frac{1}{3})^{-2}-\sqrt{5}$　　（2）解不等式组 $\begin{cases}3(x+2)>x+8\\ \dfrac{x}{4}\ge\dfrac{x-1}{3}\end{cases}$

17.（6 分）已知 $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$，求代数式 x^2-y^2 的值.

18.（8 分）如图，在$\triangle ABC$ 中，AB=10，BD=8，AD=6，CD=$2\sqrt{3}$.

（1）试说明 AD⊥BC；（2）试求点 D 到直线 AC 的距离.


18 题图

19.（10 分）已知关于 x 方程组 $\begin{cases}x-y=5a+1\\ x+y=3a+9\end{cases}$ 的解是正数

（1）求 a 的取值范围；　　（2）化简 $\sqrt{(a-4)^2}+|4a+5|$.

20.（10 分）问题背景：我们学习等边三角形时得到直角三角形的一个性质：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半. 即：如图 1，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，则：AC=$\dfrac{1}{2}$AB.

（1）如图 1，连接 AB 边上中线 CF，试说明$\triangle ACF$ 为等边三角形；

（2）如图 2，在（1）的条件下，点 D 是边 CB 延长线上一点，连接 AD，作等边$\triangle ADE$，且点 E 在$\angle ACB$ 的内部，连接 BE，EF. 试说明 EF⊥AB；

（3）如图 3，在（1）的条件下，若 D 为 BC 中点，连接 AD，作等边$\triangle ADE$，且点 E 在$\angle ACB$ 的内部，连接 BE. 已知 AC=2，试求$\triangle BDE$ 的面积.

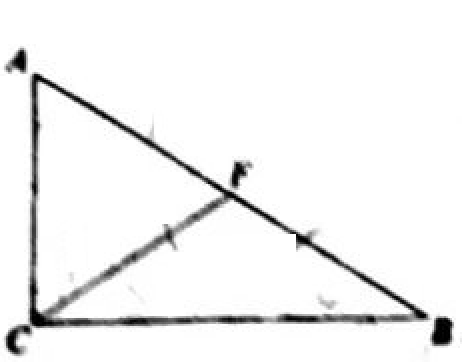


图 1

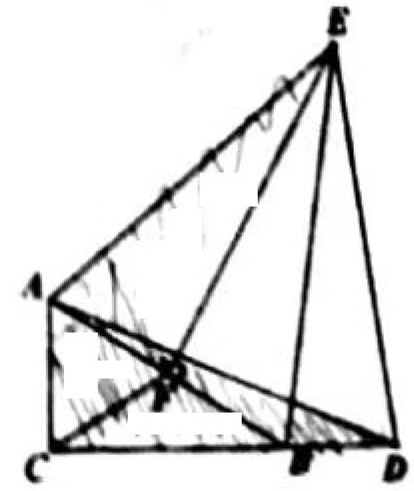


图 2

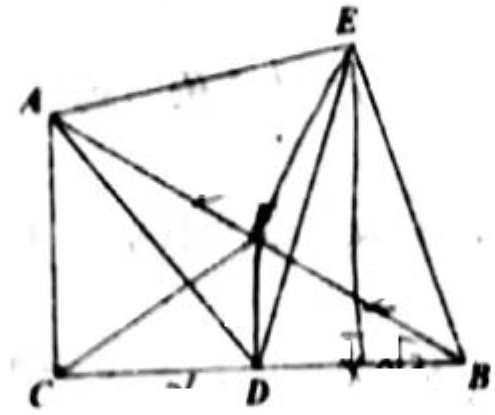


图 3

B卷（50分）

一、填空题（每小题4分，共20分）

21.已知x、y为实数，且$y=\dfrac{\sqrt{x^2-9}+\sqrt{9-x^2}+10}{5}$，则$x+y=$__________.

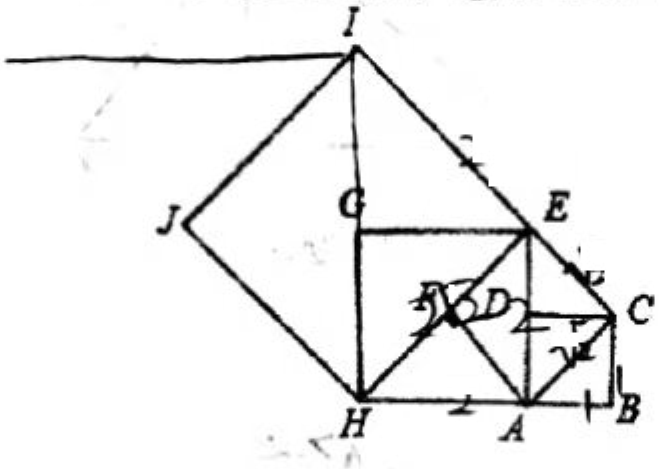
22. 若关于 x 的不等式组$\begin{cases}x-m<0\\7-2x\le 1\end{cases}$的整数解共有 4 个，则整数解是__________，m的取值范围是________

23. 如图，如果以正方形ABCD的对角线AC为边作第二个正方形ACEF，再以对角线AE为边作第三个正方形AEGH，如此下去，...，已知正方形ABCD的面积S_1为1，按上述方法所作的正方形的面积依次为S_2，S_3，...S_n（n 为正整数），那么按照此规律，第 5 个正方形的边长为__________；第 n 个正方形的面积 S_n =__________

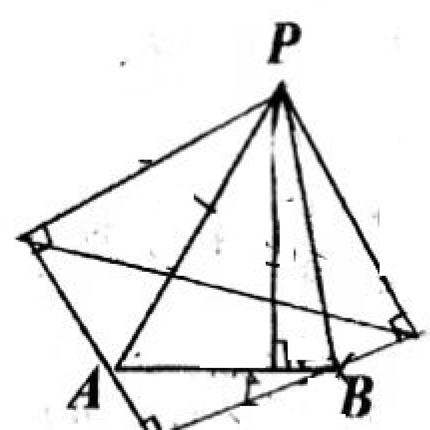
24.如图，线段AB=5，P是平面内直线AB上方一动点，且满足$S_{\triangle PAB}=15$，则点P到A、B两点距离之和PA+PB的最小值为__________.

25. 如图△ABD 和△ACE 是△ABC 外两个等腰直角三角形，∠BAD=∠CAE=90°．下列说法正确的是：__________.

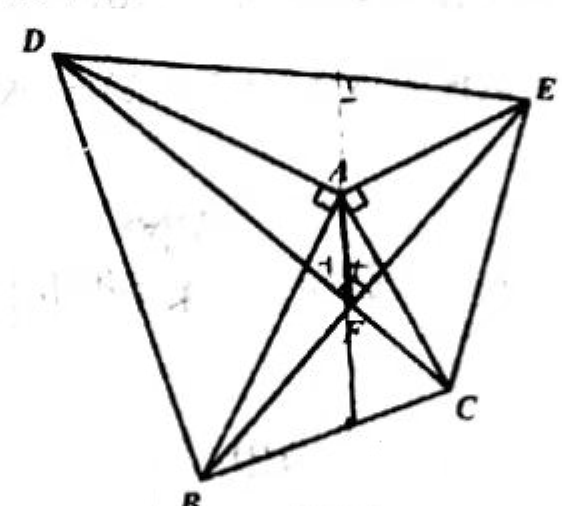
①CD=BE；②DC⊥BE；③$DE^2+BC^2=2BD^2+EC^2$；④ FA 平分∠DFE；⑤取 BC 的中点 M，连 MA，则 MA⊥DE.



23 题图



24 题图



25 题图

二、解答题（共30分）

26. （8分）观察下列各式及其变形过程：

$a_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}+2\sqrt{1}}=1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，

$a_2=\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，

$a_3=\dfrac{1}{3\sqrt{4}+4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{4}}$

⋮

（1）按照此规律，写出第五个等式$a_5=$__________

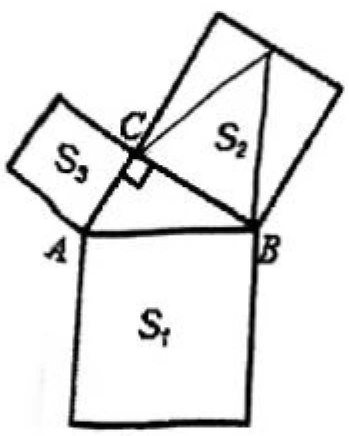
（2）按照此规律，若$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$，试用含$n$的代数式表示$S_n$；

（3）若$x=\sqrt{6}S_2+\sqrt{2}a_1$，试求代数式$2x^4+4x^3-12x^2-4x+2$的值．

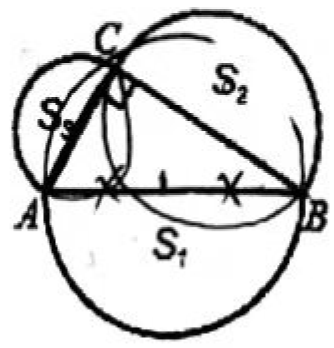
27.（10 分）如图①，在△ABC 中，∠C=90°，分别以△ABC 三边为边向外作三个正方形，其面积分别用 S_1，S_2，S_3 表示，则不难证明 $S_1=S_2+S_3$．

（1）如图②，在△ABC 中，∠C=90°，分别以△ABC 三边为直径向外作三个半圆，其面积分别用 S_1，S_2，S_3 表示，那么 S_1，S_2，S_3 之间有什么关系；（不必证明）

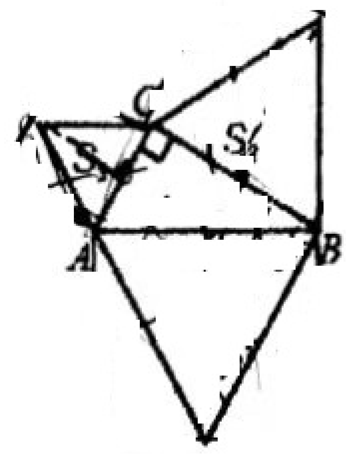
（2）如图③，△ABC 中，∠C=90°，分别以△ABC 三边为边向外作三个正三角形，其面积分别用 S_1、S_2、S_3 表示，请你确定 S_1，S_2，S_3 之间的关系并加以证明；



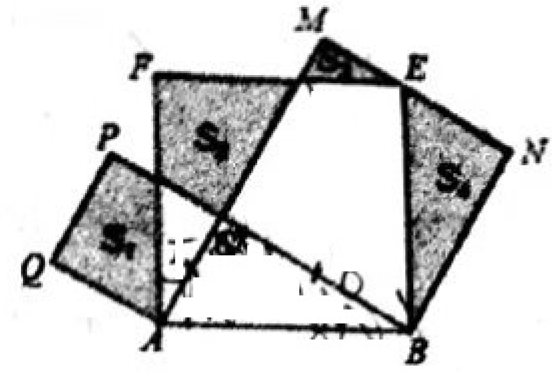
图①



图②



图③



图④

（3）利用图①的结论，解决下列问题：如图④，Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=5，BC=8．分别以 AB、AC、BC 为边在 AB 的同侧作正方形 ABEF、ACPQ、BCMN，四块阴影部分的面积分别为 S_1、S_2、S_3、S_4．则 $S_1+S_2+S_3+S_4$=____________．

28.（12 分）如图 1，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，∠B=90°，∠DCB=30°，CD=$2\sqrt{3}$，AD=3．点 E，F 同时从 B 点出发，沿射线 BC 向右匀速移动，已知点 F 的移动速度是点 E 移动速度的 2 倍，以 EF 为一边在 CB 的上方作等边△EFG，设 E 点移动距离为 x（0<x<6）．

（1）AB＝________；BC＝________；

（2）当 3≤x<6 时，求△EFG 与四边形 ABCD 重叠部分面积 y 与 x 之间的关系式；

（3）如图 2，当点 F 到达 C 点时，将等边△EFG 绕点 E 逆时针旋转 α°（0<α<180），直线 EF 分别与直线 CD、直线 AD 交于点 M、N．是否存在这样的 α，使△DMN 为等腰三角形？若存在，请直接写出此时线段 DM 的长度；若不存在，请说明理由．

图 1

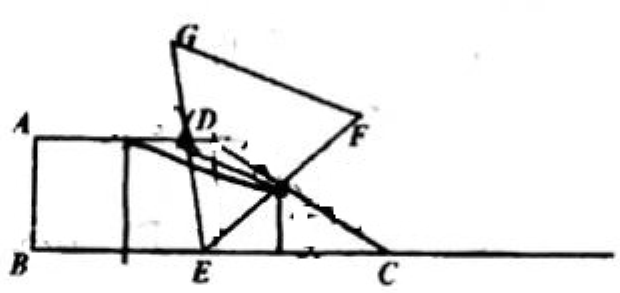
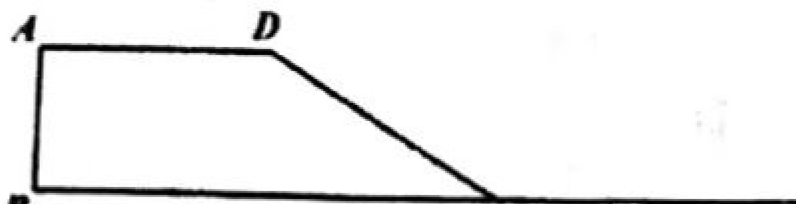
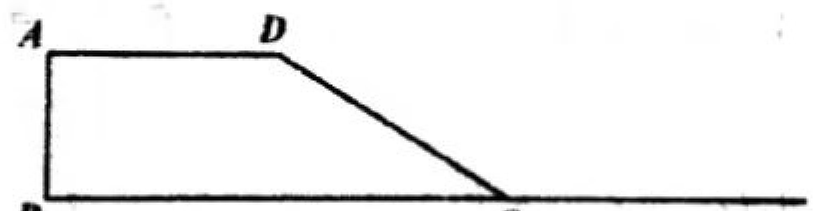


图 2



备用图



备用图

某育才学校初二（上）期中数学试卷分析

A卷

题型	题号	考察板块	考察内容	分值	难度
单选题	1	方程与不等式	二元一次方程定义	3	☆
	2	实数	实数基本概念	3	☆
	3	勾股定理	勾股定理基本概念	3	☆
	4	实数	平方根概念和基本运算	3	☆
	5	实数	平方根概念和基本运算	3	☆
	6	实数	估算	3	☆
	7	实数	立方根概念和基本运算	3	☆
	8	勾股定理	勾股定理的应用	3	☆
	9	方程与不等式	不等式	3	☆
	10	勾股定理	勾股定理的应用	3	☆
填空题	11	实数	平方根概念和基本运算	4	☆
	12	等腰三角形	等腰三角形	4	☆
	13	实数	实数比较大小的	4	☆
	14	勾股定理	折叠问题	4	☆
解答题	15	方程与不等式	二元一次方程组解法	16	☆
	16	实数与不等式	实数与不等式	6	☆
	17	实数	二次根式知二推二	6	☆
	18	勾股定理	勾股定理基本概念	8	☆
	19	方程与不等式	含参方程	8	☆
	20	勾股定理	勾股定理与全等综合	10	☆☆☆

B卷

题型	题号	考察板块	考察内容	分值	难度
填空题	21	实数	二次根式计算	4	☆
	22	方程与不等式	含参不等式	4	☆☆
	23	找规律	找规律	4	☆☆
	24	勾股定理	最短路径问题	4	☆☆
	25	勾股定理	勾股定理与全等综合	4	☆☆☆
解答题	26	实数	二次根式计算	8	☆☆
	27	勾股定理	勾股定理	10	☆☆☆
	28	勾股定理	等腰三角形存在性问题	12	☆☆☆☆

本套试卷结构比较符合中考特点，考察内容均为常规内容进行变式，综合性较强，A卷侧重基础考查，B卷难度相对较大。其中A20、B25、B27、B28为难题。题量与难度总体来说非常合理，充分体现了中考对初二计算能力、综合能力的要求！

预估各班型平均分：创新班140、勤思班133、敏学班120

。

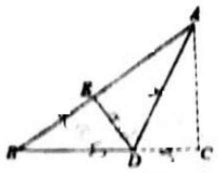
2018-2019 某育才初二（上）数学半期

匹配度分析

考试题目	学而思题目
【某育才半期 3】 3. 直角三角形的两条直角边的长分别为 4 和 5，则斜边长是（ ） A. 3 B. 41 C. $\sqrt{41}$ D. 9	【春季. 敏学班. 第十三讲. 例题 5】 例题5 （1）如果直角三角形的两边长为 4、5，则第三边长为（ ）. A. $\sqrt{41}$ B. 3 C. 3 或 $\sqrt{41}$ D. $\sqrt{41}$ 或 $\sqrt{51}$ （2）若 $\vert a-b-1\vert+\sqrt{a-4}=0$，则以 a、b 为边的直角三角形的第三边为______.
【某育才半期 5】 5. 能使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的范围是（ ） A. x≤2 B. x≥2 C. x≠2 D. x>2	【暑假. 勤思班. 第一讲. 例题 1】 例题1 （1）当 x 取何值时，下列二次根式在实数范围内有意义. ① $\sqrt{5x-2}$____________；② $\dfrac{\sqrt{x-3}}{x-4}$____________； ③ $\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$__________；④ $\dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}}{2x-1}$__________； ⑤ $\dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}}{2x-3}$__________；⑥ $\dfrac{\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{x-1}}$__________. （2）若代数式 $\dfrac{\sqrt{5-x}}{5-\vert x\vert}$ 有意义，则 x 的取值范围是_______.
【某育才半期 6】 6. 估计 $\sqrt{80}$ 在（ ） A. 5~6 之间 B. 6~7 之间 C. 7~8 之间 D. 8~9 之间	【春季. 敏学班. 第十二讲. 例题 9】 例题9 （1）$\sqrt{79}$ 的值介于 2 个连续的整数 n 和 $n+1$ 之间，则整数 n 为（ ）. A. 7 B. 8 C. 9 D. 10 （2）若 $m=\sqrt{40}-4$，则估计 m 的范围为（ ）. A. $1<m<2$ B. $2<m<3$ C. $3<m<4$ D. $4<m<5$
【某育才半期 13】 13. 比较大小：$4\sqrt{3}$______$5\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{\dfrac{1}{27}}$______$\sqrt{\dfrac{1}{2}}$.	【春季. 勤思班. 第十二讲. 例题 10】 例题10 （1）已知 $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$b=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$c=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则 a、b、c 的大小关系是_______. （2）比较下列各数大小：① $5\sqrt{2}$______$4\sqrt{3}$；② $\sqrt{140}$____12；③ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$____0. 5.

【某育才半期 14】

14、如图，△ABC 中，∠C=90°，AC=6，AB=10，点 D 是边 BC 上一点，若沿 AD 将△ACD 翻折，点 C 刚好落在 AB 边上点 E 处，则 AD=______。



14 题图

【暑假. 敏学班. 第三讲. 例题 5】

例题5

（3）如图 5-3，有一块直角三角形纸片，两直角边 $AC=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，现将直角三角形纸片沿直线 AD 折叠，使点 C 恰好落在斜边 AB 上点 E 处，则 CD 等于______cm.

（4）如图 5-4，在矩形 $ABCD$ 中，$BC=6$，$CD=3$，将△BCD 沿对角线 BD 翻折，点 C 落在点 C' 处，BC' 交 AD 于点 E，则线段 DE 的长为______.

（5）如图 5-5，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，将矩形 $ABCD$ 折叠，使点 B 与点 D 重合，C 落在 C' 处，若 $AE:BE=1:2$，求折痕 EF 的长.

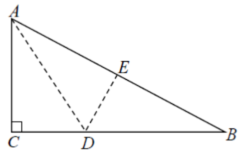


图 5-3

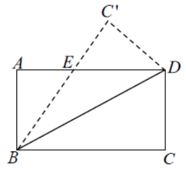


图 5-4

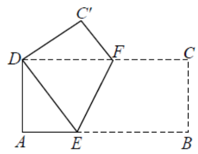


图 5-5

【某育才半期 17】

17．（6 分）已知 $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$，求代数式 x^2-y^2 的值.

【秋季. 敏学班. 第一讲. 例题 4】

例题4

（1）已知 $x=1-\sqrt{2}$，$y=1+\sqrt{2}$，则 x^2+y^2-xy 的值为________.

（2）已知 $x=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$，则 $2x^2-xy+2y^2$ 的值为________.

（3）已知 $a=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 求 $a^2b+ab^2+a+b=$________.

【某育才半期 19】

19．（10 分）已知关于 x、y 方程组 $\begin{cases} x-y=5a+1 \\ x+y=3a+9 \end{cases}$ 的解是正数

（1）求 a 的取值范围；　　（2）化简 $\sqrt{(a-4)^2}+|4a+5|$.

【秋季. 勤思班. 第七讲. 例题 6】

例题6

（1）已知关于 x 的方程 $\dfrac{x-m}{4}-\dfrac{x+1}{3}=1$ 的解为非负数，求 m 的取值范围.

（2）已知关于 x，y 的方程组 $\begin{cases} x+y=3m+9 \\ x-y=5m+1 \end{cases}$ 的解为非负数，求 m 的取值范围.

（3）已知关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} 3x-\dfrac{1}{2}y=m \\ 2x+y=m+1 \end{cases}$ 的解满足不等式 $x-y<-2$，求 m 的取值范围.

【某育才半期 21】

21.已知 x、y 为实数，且 $y=\dfrac{\sqrt{x^2-9}+\sqrt{9-x^2}+10}{5}$，则 $x+y=$________

【暑假. 敏学班. 第二讲. 例题 1】

例题1

（1）已知 x、y 为实数，$y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}+\sqrt{4-x^2}+1}{x-2}$，则 $3x+4y$ 的值为________.

（2）若 $\sqrt{(3-a)^2}=a-3$ 成立，则 a 的取值范围是________；
计算 $|3-\pi|+\sqrt{(\pi-4)^2}$ 的结果是________.

（3）已知 $x\le 1$，化简：$\sqrt{1-2x+x^2}-\sqrt{x^2-4x+4}$.

（4）已知 $\sqrt{(x-1000)^2}+(\sqrt{998-x})^2=2000$，$y=\sqrt{m+8}+\sqrt{m-1}+\sqrt{1-m}$，求 $y-x$ 的平方根.

【某育才半期22】

22. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m<0 \\ 7-2x\le 1 \end{cases}$ 的整数解共有 4 个，则整数解是__________；m 的取值范围是________

【秋季.勤思班.第七讲.例题7】

例题7

（1）已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5(x+1)>3-a \\ \dfrac{x-2}{2}\le 1-\dfrac{1}{2}x \end{cases}$ 仅有三个整数解，求 a 的取值范围．

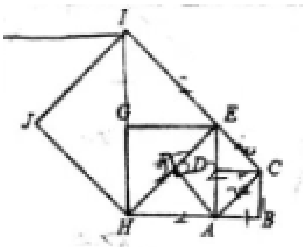
（2）已知不等式组 $\begin{cases} 3x+a<2(x+2) \\ -\dfrac{1}{3}x<\dfrac{5}{3}x+2 \end{cases}$ 有解但没有整数解，求 a 的取值范围．

（3）如果不等式组 $\begin{cases} 3x-a\ge 0 \\ 2x-b<0 \end{cases}$ 的整数解仅为 2，且 a、b 均为整数，求代数式 $2a^2+b$ 的最大值．

（4）若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \dfrac{x+22}{3}\ge 2-x \\ x<m \end{cases}$ 的所有整数解的和是 -9，求 m 的取值范围．

【某育才半期23】

23. 如图，如果以正方形 ABCD 的对角线 AC 为边作第二个正方形 ACEF，再以对角线 AE 为边作第三个正方形 AEGH，如此下去，…，已知正方形 ABCD 的面积 S_1 为 1，按上述方法所作的正方形的面积依次为 S_2，S_3，…S_n（n 为正整数），那么按照此规律，第 5 个正方形的边长为________；第 n 个正方形的面积 S_n =________



【秋季.敏学班.第七讲.例题2】

例题2

（1）如图 2-1，在一单位为 1 的方格纸上，$\triangle A_1A_2A_3$，$\triangle A_3A_4A_5$，$\triangle A_5A_6A_7$…，都是斜边在 x 轴上，斜边长分别为 2，4，6，…的等腰直角三角形，若 $\triangle A_1A_2A_3$ 的顶点坐标分别为 $A_1(2,0)$，$A_2(1,-1)$，$A_3(0,0)$，则依图中所示规律，A_{2012} 的坐标为（　　）

A．$(1008,0)$　　B．$(1006,0)$　　C．$(2,2012)$　　D．$(2,1006)$

（2）如图 2-2，在平面直角坐标系中，函数 $y=x$ 和 $y=-\dfrac{1}{2}x$ 的图象分别为直线 l_1，l_2，过点 $A_1\left(1,-\dfrac{1}{2}\right)$ 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_2，过点 A_2 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_3，过点 A_3 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_4，过点 A_4 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_5，…依次进行下去，则点 A_{2018} 的横坐标为__________．

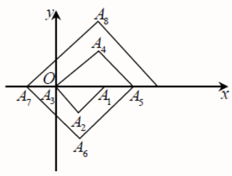


图 2-1

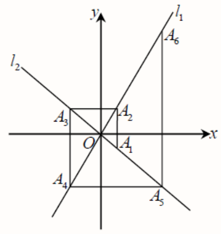
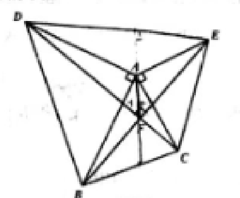


图 2-2

【某育才半期25】

25. 如图△ABD 和△ACE 是△ABC 外两个等腰直角三角形，∠BAD=∠CAE=90°，下列说法正确的是：________．

①CD=BE；②DC⊥BE；③$DE^2+BC^2=2BD^2+EC^2$；④ FA 平分∠DFE；⑤取 BC 的中点 M，连 MA，则 MA⊥DE.

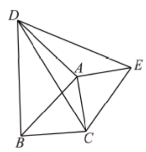


25 题图

【秋季.国庆全等中的计算短期班.A 班.例题3】

例题3

如图，△ABD 和△ACE 都是等腰直角三角形，∠BAD＝∠CAE＝90°，若 AB＝6，BC＝5，AC＝4．则：① $DE^2+BC^2=$________；② $DE=$________．



【某育才半期26】

26.（8分）观察下列各式及其变形过程：

$a_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}+2\sqrt{1}}=1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，

$a_2=\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，

$a_3=\dfrac{1}{3\sqrt{4}+4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{4}}$

⋮

（1）按照此规律，写出第五个等式 $a_5=$______________

（2）按照此规律，若 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$，试用含 n 的代数式表示 S_n；

（3）若 $x=\sqrt{6}S_2+\sqrt{2}a_1$，试求代数式 $2x^4+4x^3-12x^2-4x+2$ 的值．

【秋季.启航班.第一讲.例题4】

例题4

阅读下面问题：

$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{1\times(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$；$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$；

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{1\times(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$；…

（1）求 $\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ 的值；

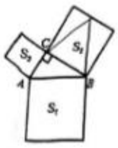
（2）计算：$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}}+\dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$．

【某育才半期27】

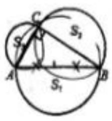
27（10分）如图①，在△ABC中，∠C=90°，分别以△ABC三边为边向外作三个正方形，其面积分别用 S_1、S_2、S_3 表示，则不难证明 $S_1=S_2+S_3$。

（1）如图②，在△ABC中，∠C=90°，分别以△ABC三边为直径向外作三个半圆，其面积分别用 S_1、S_2、S_3 表示，那么 S_1、S_2、S_3 之间有什么关系；（不必证明）

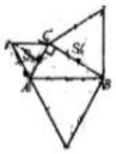
（2）如图③，△ABC中，∠C=90°，分别以△ABC三边为边向外作三个正三角形，其面积分别用 S_1、S_2、S_3 表示，请你确定 S_1、S_2、S_3 之间的关系并加以证明；



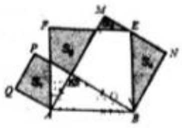
图①



图②



图③



图④

（3）利用图①的结论，解决下列问题：如图④，Rt△ABC中，∠C=90°，AC=5，BC=8，分别以AB、AC、BC为边在AB的同侧作正方形ABEF、ACPQ、BCMN，四块阴影部分的面积分别为 S_1、S_2、S_3、S_4，则 $S_1+S_2+S_3+S_4=$____________．

【秋季.敏学班.第七讲.例题1】

例题1

（1）如图1-1，分别以Rt△ABC三边为边向外作三个正方形，其面积分别用 S_1，S_2，S_3 表示，写出 S_1，S_2，S_3 之间关系（不必证明）；

（2）如图1-2，分别以Rt△ABC三边为直径向外作三个半圆，其面积分别用 S_1，S_2，S_3 表示，确定 S_1，S_2，S_3 之间的关系并证明；

（3）如图1-3，分别以Rt△ABC三边为边向外作正三角形，其面积分别用 S_1，S_2，S_3 表示，直接写出 S_1，S_2，S_3 之间关系（不必证明）.

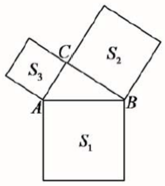


图 1-1

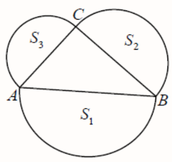


图 1-2

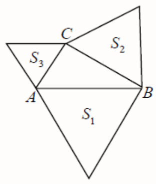


图 1-3

2018-2019学年 某育才 学校 八 年级上半期 数学 试题详解

A卷　　解题老师：王远璋 张兴福.

名师微点评

一、选择题：

1-5. B C C B B

6-10. D C C C D

二、填空题.

11. $\pm\sqrt{2}$　12. 15　13. $<$，$<$　14. $3\sqrt{5}$

三、解答题：

15 (1). 解方程：$(2x+1)^2-25=0$

解：$(2x+1)^2=25$

$2x+1=\pm5$

$\therefore x=2$

或 $x=-3$

(2) 解方程组：$\begin{cases}3a+4b=9\\ \frac{a-1}{2}-\frac{2b}{3}=-3\end{cases}$

解：原方程组可化为 $\begin{cases}3a+4b=9 & ①\\ 3a-4b=-15. & ②\end{cases}$

①+②，得：$6a=-6$

$\therefore a=-1$

把 $a=-1$ 代入 $3a+4b=9$

得：$-3+4b=9$

$\therefore b=3$

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases}a=-1\\ b=3\end{cases}$

16.(1)计算：$|2-\sqrt{5}|-(2018-25\sqrt{3})^0-(-\frac{1}{3})^{-2}-\sqrt{5}$

解：原式$=\sqrt{5}-2-1-9-\sqrt{5}$

$=-12$

(2)解不等式组：$\begin{cases}3(x+2)>x+8 & ①\\ \frac{x}{4}\geqslant\frac{x-1}{3} & ②\end{cases}$

解：解①得：$3x+6>x+8$

$3x-x>8-6$

$2x>2$

$x>1$

解②得：$3x\geqslant 4(x-1)$

$3x\geqslant 4x-4$

$3x-4x\geqslant -4$

$-x\geqslant -4$

$x\leqslant 4$

∴原不等式组解集为 $1<x\leqslant 4$.

17. 解：$x=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})\times(3-2\sqrt{2})}=\frac{3-2\sqrt{2}}{1}=3-2\sqrt{2}$

$y=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\frac{3+2\sqrt{2}}{1}=3+2\sqrt{2}$

∴ $x+y=6$

$x-y=3-2\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})=-4\sqrt{2}$

∴ $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=6\times(-4\sqrt{2})$

$=-24\sqrt{2}$

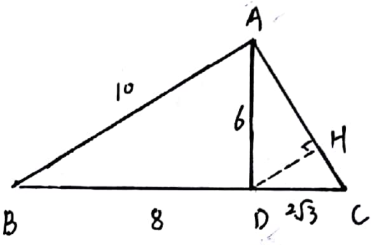
名师微点评

18. 解：(1) $\because AB=10, BD=8, AD=6$

$\therefore AD^2+BD^2=AB^2$

$\therefore \angle ADB=90^\circ$

$\therefore AD\perp BC$



(2). 在 $Rt\triangle ADC$ 中，$\angle ADC=90^\circ$

$\therefore AD^2+DC^2=AC^2$

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=4\sqrt{3}$

$\because S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}AD\times DC=\frac{1}{2}AC\times h$

$\therefore h=\frac{AD\times DC}{AC}=\frac{6\times 2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=3$

19. 解：$\begin{cases} x-y=5a+1 & ① \\ x+y=3a+9 & ② \end{cases}$

(1) ①+②得：$2x=8a+10$

$\therefore x=4a+5$

②−①得：$2y=-2a+8$

$\therefore y=-a+4$

$\because$ 方程组的解是正数

$\therefore 4a+5>0, -a+4>0$

$\therefore -\frac{5}{4}<a<4$

(2). 原式 $=|a-4|+|4a+5|$

$=4-a+4a+5$

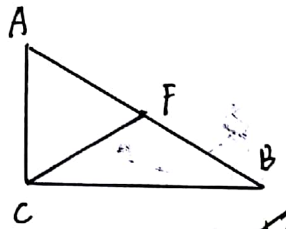
$=9+3a$

名师微点评

20、(1)、$\because AC=\frac{1}{2}AB=AF$.

且$\angle A=60^\circ$

$\therefore \triangle ACF$为等边三角形



(2)、$\because \triangle ACF$、$\triangle ADE$为等边三角形

$\therefore AC=AF$, $AD=AE$

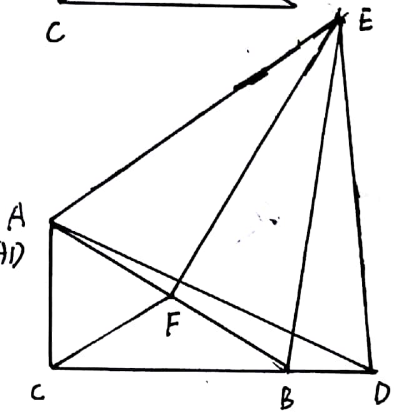
$\angle CAF=\angle DAE=60^\circ$

$\therefore \angle CAF+\angle CAD=\angle DAE+\angle CAD$

$\therefore \angle CAD=\angle FAE$.

在$\triangle ACD$和$\triangle AFE$中

$$\begin{cases} AC=AF \\ \angle CAD=\angle FAE \\ AD=AE \end{cases}$$



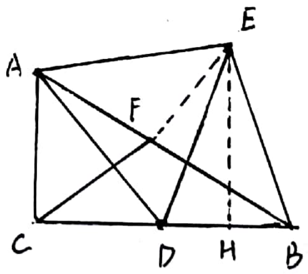
$\triangle ACF$、$\triangle ADE$为等边三角形，考查"母子型"

$\therefore \triangle ACD\cong\triangle AFE(SAS)$

$\therefore \angle AFE=\angle ACD=90^\circ$

$\therefore EF\perp AB$.

(3)连接EF，过E作$EH\perp BC$，垂足为H.



易证$\triangle ACD\cong\triangle AFE$.

$\therefore \angle AFE=\angle ACD=90^\circ$

$\because EF\perp AB$, $AF=BF$.

$\therefore AE=BE$.

$\because \triangle ADE$为等边三角形

$\therefore AE=DE$

$\therefore DE=BE$

$\because EH\perp BD$，$DE=BE$.

$\therefore DH=BH=\frac{1}{2}BD$

在$Rt\triangle ACB$中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=2$

$\therefore BC=2\sqrt{3}$

$\because DC=BD$

$\therefore CD=BD=\sqrt{3}$.

在$Rt\triangle ACD$中，$\angle ACD=90^\circ$

$\therefore AD^2=AC^2+CD^2$

$\therefore AD=\sqrt{7}$

$\therefore DE=AD=BE=\sqrt{7}$

在$Rt\triangle EDH$中，$\angle DHE=90^\circ$

$EH^2+DH^2=ED^2$

$\therefore EH=\frac{5}{2}$

$$\therefore S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times BD\times EH=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{5}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$$

B卷.

一、填空题.

21. 5或-1.

[解析]：由题意得：$\begin{cases}x^2-9\geq 0\\ 9-x^2\geq 0.\end{cases}$（二次根式被开方数$\geq 0$）

$\therefore x^2=9$

$\therefore x=\pm 3$

名师微点评

$1°$ 当 $x=3$ 时，$y=\frac{0+0+10}{5}=2$ $\therefore x+y=3+2=5$

$2°$ 当 $x=-3$ 时，$y=\frac{0+0+10}{5}=2$ $\therefore x+y=-3+2=-1$

综上所述，$x+y=-1$ 或 5.

22. $\underline{x=3,4,5,6}$，$\underline{6<m\le 7}$.

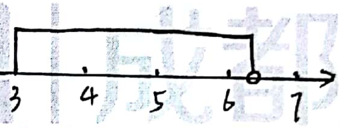
[解析] $\begin{cases} x-m<0 & ① \\ 7-2x\le 1 & ② \end{cases}$

解①得：$x<m$

解②得：$x\ge 3$

$\because$ 原不等式有4个整数解

$\therefore 6<m\le 7$



(先定范围再定点.)

23. $\underline{4}$，$\underline{2^{n-1}}$

[解析] $S_1=1=2^0$

$S_2=2=2^1$

$S_3=4=2^2$

$S_4=8=2^3$

$S_5=16=2^4$

$\vdots$

$S_n=2^{n-1}$

先写出前几个正方形的面积，再找规律.

解题老师：

名师微点评

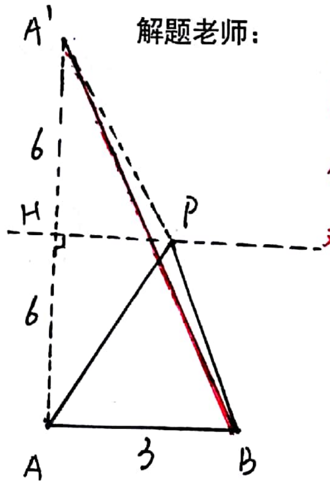
24. 13

【解析】：

∵ $AB=5$，$S_{\triangle ABP}=15$

∴ $\triangle ABP$在AB边上的高为6

∴ $AH=A'H=6$.



HP∥AB

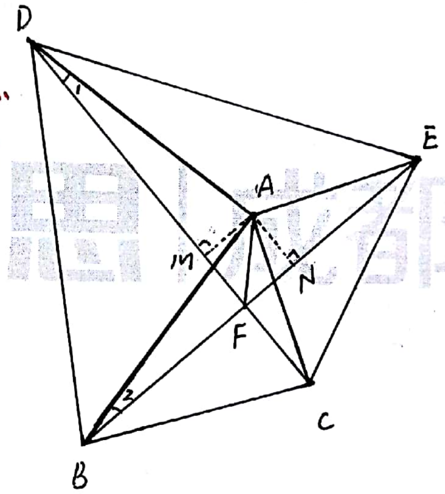
作A关于HP对称点A'

"将军饮马"最短路径问题

$(AP+BP)_{min}=A'B=\sqrt{AA'^2+AB^2}=13$.

25. ①②④⑤

"母子(手拉手)模型"



① $CD=BE$ ✓

$\triangle DAC\cong\triangle BAE$(SAS)

② $DC\perp BE$ ✓

$\triangle ACD\cong\triangle BAE$

⇓

$\angle 1=\angle 2$

⇓

$\angle DFB=\angle DAB=90°$

③ $DE^2+BC^2=2BD^2+EC^2$ ✗

$DE^2+BC^2=BD^2+EC^2$

④ AF平分$\angle DFE$. ✓

过A作DC，BE的垂线AM，AN.

∵ $S_{\triangle DAC}=S_{\triangle BAE}$

∴ $\frac{1}{2}DC\times AM=\frac{1}{2}BE\times AN$

∴ $AM=AN$.

∴ $Rt\triangle AMF\cong Rt\triangle ANF$(HL)

∴ $\angle AFM=\angle AFN$.

③ 取BC中点M，连MA．则$MA\perp DE$ ✓

"伪婆罗摩笈多模型"

知中点，证垂直，倍长中线．

$\because BM=CM$

$\therefore AM\perp DE.$

二．解答题：

26 (1) $a_5=\dfrac{1}{5\sqrt{6}+6\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

(2) $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$

$=(1-\frac{1}{\sqrt{2}})+(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}})+(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}})+\cdots+(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}})$

$=1-\dfrac{1}{\sqrt{n+1}}$ → 一定要记得分母有理化．

$=1-\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1}\times\sqrt{n+1}}$

$=1-\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+1}$

$=\dfrac{n+1-\sqrt{n+1}}{n+1}$

(3) $x=\sqrt{6}\times(1-\frac{1}{\sqrt{3}})+\sqrt{2}(1-\frac{1}{\sqrt{2}})$

$=\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{6}-1$

$\therefore x+1=\sqrt{6}$ → 降次的题．

$\therefore (x+1)^2=6$

$\therefore x^2+2x+1=6$

$\therefore x^2=-2x+5$

$\therefore x^3=-2x^2+5x$

$x^4=-2x^3+5x^2$

名师微点评

原式 $= 2(-2x^3+5x^2)+4x^3-12x^2-4x+2$

$= -4x^3+10x^2+4x^3-12x^2-4x+2$

$= -2x^2-4x+2$

$= -2(-2x+5)-4x+2$

$= +4x-10-4x+2$

$= -8$

27. (1) $S_1=S_2+S_3$

(2) $S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$

$S_2=\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2$

$S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2$

∵在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$

∴ $AC^2+BC^2=AB^2$

∴ $\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2+\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$

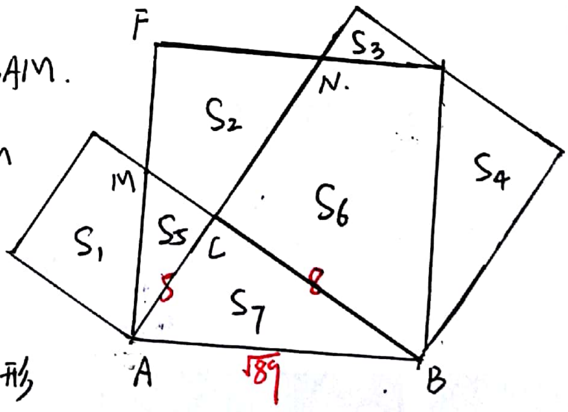
∴ $S_2+S_3=S_1$

等边三角形面积公式：

以 a 为边长的等边三角形

$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

(3). 易证 △AFN≌△BAM.



∴ $S_{\triangle AFN}=S_{\triangle BAM}$

∴ $S_2=S_7=20$

∵ $S_{小正方形}+S_{中正方形}-S_{大方形}=25+64-89=0$

∴ $(S_1+S_5)+(S_3+S_4+S_6)-(S_2+S_5+S_6+S_7)=0$.

∴ $S_1+S_3+S_4-S_2-S_7=0$

本题关键在于 $S_2=S_7$

后面的计算看似复杂，实则不难，只需找到 3 个正方形之间面积关系即可推出面积关系.

名师微点评

$\therefore S_1+S_3+S_4=S_2+S_7$

$\therefore S_1+S_2+S_3+S_4=2S_2+S_7=3\times20$

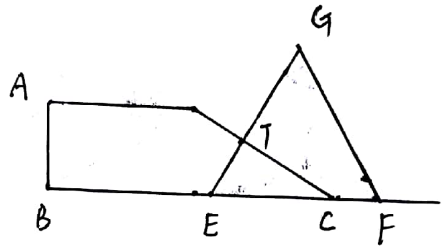
即 $S_{阴}=60$.

28.(1) $AB=\underline{\sqrt{3}}$, $BC=\underline{6}$.

(2). 当 $x=3$ 时, $BE=3$, $BF=6$

F与C点重合.

当 $3<x<6$ 时, 如图.



重叠面积为 $S_{\triangle TEC}$.

$\because BE=x$, $BC=6$

$\therefore EC=6-x$.

在 $Rt\triangle ETC$ 中, $\angle TEC=60°$, $EC=6-x$

$\therefore ET=\frac{1}{2}\times(6-x)=3-\frac{x}{2}$

$TC=\sqrt{3}ET=\sqrt{3}\times(3-\frac{x}{2})=3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x$

$\therefore y=S_{\triangle ETC}=\frac{1}{2}\times ET\times TC$

$=\frac{1}{2}\times(3-\frac{x}{2})\times(3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x)$

$=\frac{\sqrt{3}}{8}(6-x)^2$

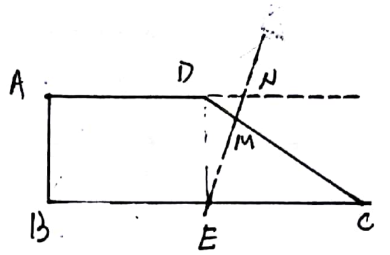
$=\frac{\sqrt{3}}{8}x^2-\frac{3}{2}\sqrt{3}x+\frac{9}{2}\sqrt{3}$

$\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{8}x^2-\frac{3}{2}\sqrt{3}x+\frac{9}{2}\sqrt{3}\ (3\leq x<6)$

(3). 当F到达C点时，E运动至BC中点。

1° 当DM=DN时，

①如图所示。



$\because DM=DN$

$\therefore \angle DMN=\angle DNM$

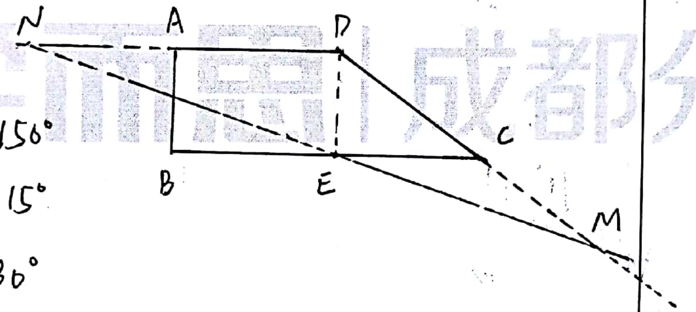
$\because AD\parallel BC$

$\therefore \angle EMC=\angle MEC$

$\therefore MC=EC=3$

$\therefore DM=DC-MC=2\sqrt{3}-3$

②如图所示：



$\because DM=DN$

$\angle MDN=150^\circ$

$\therefore \angle DMN=15^\circ$

$\because \angle DCE=30^\circ$

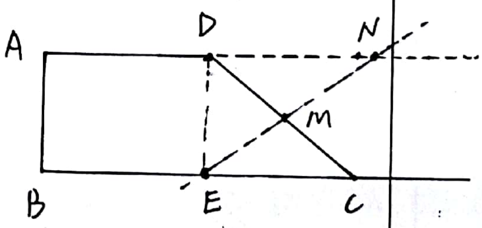
$\angle DMN=15^\circ$

$\therefore \angle MEC=15^\circ$

$\therefore EC=CM=3$

$\therefore DM=DC+CM=2\sqrt{3}+3$

2° 当MD=MN时，如图所示



$\because MD=MN$

$\therefore \angle MND=\angle MDN=30^\circ$

$\because AD\parallel BC$

$\therefore \angle MEC=\angle MCE=30^\circ$

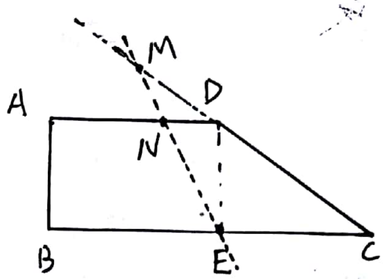
$\because EC=3$

$\therefore MC=\sqrt{3}$

$\therefore DM=DC-MC=\sqrt{3}$

名师微点评

3° 当$ND=NM$时，如图所示：



$\because ND=NM$

$\therefore \angle NMD=\angle NDM=30^\circ$

$\because AD\parallel BC$

$\therefore \angle EMC=\angle ECM=30^\circ$

$\therefore ME=CE=3$

$\therefore MC=3\sqrt{3}$

$\therefore DM=MC-MD=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

综上所述，$DM=2\sqrt{3}+\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$.