



2018~2019学年深圳高级中学高一上期中数学试卷

一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M ， $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N ，则 $M \cap N = ($

- A. $\{x|x > 1\}$
- B. $\{x|x < 1\}$
- C. $\{x|-1 < x < 1\}$
- D. \emptyset

2 函数 $y = x^{-2}$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的最大值是 () .

- A. $\frac{1}{4}$
- B. -1
- C. 4
- D. -4

3 下列函数中，既是奇函数，在定义域内又为增函数的是 () .

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- B. $y = \frac{1}{x}$
- C. $y = x^2$
- D. $y = \log_2(\sqrt{x^2+1} + x)$

4 已知 $f(x) = 2x^2 - 2^x$ ，则下列区间中， $f(x) = 0$ 有实数解的是 () .

- A. $(-3, -2)$
- B. $(-1, 0)$



- C. (2, 3)
D. (4, 5)

5 设 $a = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}$, $c = 2^{\frac{1}{3}}$, 则 () .

- A. $a < b < c$
B. $c < b < a$
C. $c < a < b$
D. $b < a < c$

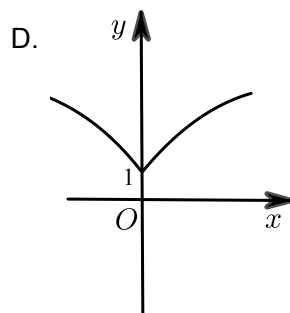
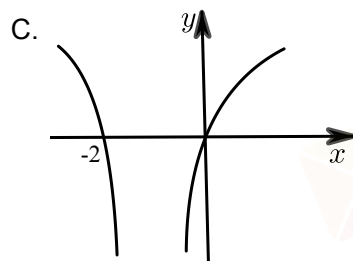
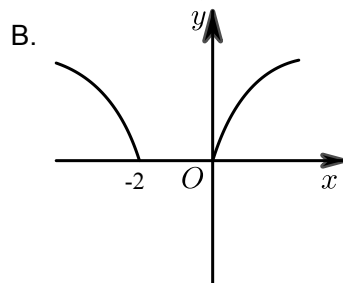
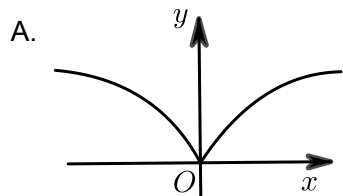
6 函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的反函数的图象过 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 点, 则 a 的值为 () .

- A. 2
B. $\frac{1}{2}$
C. 2 或 $\frac{1}{2}$
D. 3

7 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x - 2$, 那么不等式 $f(x) < \frac{1}{2}$ 的解集是 () .

- A. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{5}{2}\right\}$
B. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x \leq 0\right\}$
C. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < 0 \text{ 或 } 0 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$
D. $\left\{x \mid x < -\frac{3}{2} \text{ 或 } 0 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$

8 函数 $y = \lg(|x + 1|)$ 的大致图像是 () .



9 已知函数 $f(x) = ax^3 + \frac{b}{x} + 5$, 且 $f(7) = 9$, 则 $f(-7) = (\quad)$.

- A. 12
- B. 9
- C. 1
- D. -1

10 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x < 2 \\ \frac{3}{x-1}, & x \geq 2 \end{cases}$, 若方程 $f(x) - a = 0$ 有三个不同的实数根 , 则实数 a 的取值范围是 (\quad) .



- A. (1, 3)
- B. (0, 3)
- C. (0, 2)
- D. (0, 1)

11 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数，它在 $[0, +\infty)$ 上是减函数，若 $f(\ln x) > f(1)$ ，则 x 的取值范围是 () .

- A. $(e^{-1}, 1)$
- B. (e^{-1}, e)
- C. $(0, e^{-1}) \cup (1, +\infty)$
- D. $(0, 1) \cup (e, +\infty)$

12 已知函数 $f(x) = ax^2 - x + 1 (a \neq 0)$ ，若任意 $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ 且 $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 1$ ，则实数 a 的取值范围 () .

- A. $[1, +\infty)$
- B. $(0, 1]$
- C. $[2, +\infty)$
- D. $(0, +\infty)$

二、填空题（本大题共4题，每小题5分，共计20分）

13 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ，则 $\log_2 f(8) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14 函数 $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$ 的单调增区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$ ，若 $f(x) = 3$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.



- 16 若 $f(n)$ 为 $n^2 + 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$)的各位数字之和, 如 $14^2 + 1 = 197$, $1 + 9 + 7 = 17$, 则
 $f(14) = 17$, 记 $f_1(n) = f(n)$, $f_2(n) = f(f_1(n))$, \dots , $f_{k+1}(n) = f(f_k(n))$, $k \in \mathbf{N}^*$,
 则 $f_{2018}(8) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

- 17 请回答下列各题:

(1) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \log_3 9 + \left(\frac{9}{4}\right)^{-0.5} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-e)^4}$.

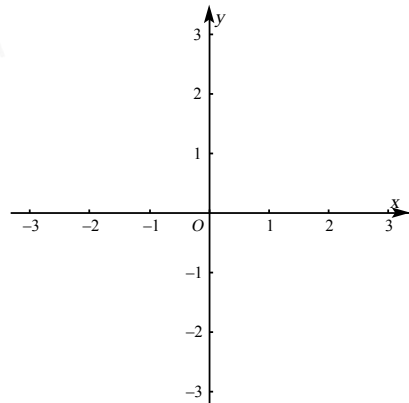
(2) 已知 $2^a = 5^b = 100$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.

- 18 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且对任意实数 x , 有 $f(1-x) = x^2 - 3x + 3$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式

(2) 若 $g(x) = f(x) - (1+2m)x + 1$ ($m \in \mathbf{R}$)在 $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ 上的最小值为 -2 , 求 m 的值.

- 19 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x(x-m)$ 且 $f(2) = 0$.



(1) 求函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式.

(2) 作出函数 $f(x)$ 的图象并写出函数 $f(x)$ 的单调区间.

- 20 已知 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.



- (1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由．
- (2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上的单调性，并说明理由．

- 21 某创业团队拟生产A、B两种产品，根据市场预测，A产品的利润与投资额成正比（如图1），B产品的利润与投资额的算术平方根成正比（如图2）．（注：利润与投资额的单位均为万元）

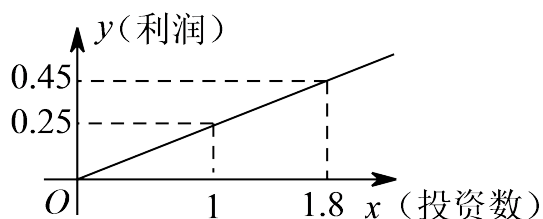


图1

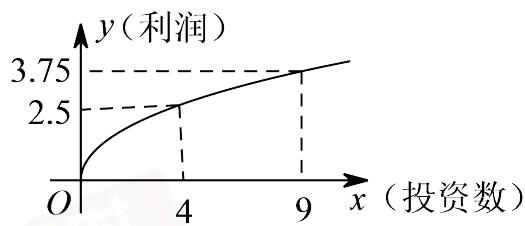


图2

- (1) 分别将A、B两种产品的利润 $f(x)$ 、 $g(x)$ 表示为投资额 x 的函数．
- (2) 该团队已筹到10万元资金，并打算全部投入A、B两种产品的生产，问：当B产品的投资额为多少万元时，生产A、B两种产品能获得最大利润，最大利润为多少．

- 22 已知函数 $g(x) = mx^2 - 2mx + 1 + n$ ($n \geq 0$) 在 $[1, 2]$ 上有最大值1和最小值0．

- (1) 求 m 、 n 的值．
- (2) 设 $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ ，若不等式 $f(\log_2 x) - 2k \log_2 x \geq 0$ 在 $x \in [2, 4]$ 上有解，求实数 k 的取值范围．