

## 高一数学试卷

命题学校:武汉市第一中学

命题教师:侯熠

审题教师:张恋

考试时间:2019年11月5日上午9:00—11:00

试卷满分:150分

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集为  $\mathbb{R}$ ,集合  $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$ ,  $B = \{-2, 0, 2, 4\}$ , 则  $(C_{\mathbb{R}}A) \cap B =$
- A.  $\{-2, 0, 2\}$       B.  $\{-2, 2, 4\}$       C.  $\{-2, 0, 3\}$       D.  $\{0, 2, 4\}$

2. 下列四组函数中,表示同一函数的是

- A.  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = \sqrt{x^2}$   
 B.  $f(n) = 2n-1 (n \in \mathbb{Z})$ ,  $g(n) = 2n+1 (n \in \mathbb{Z})$   
 C.  $f(x) = \lg x^2$ ,  $g(x) = 2\lg x$   
 D.  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

3. 有下列说法:

①很小的实数可以构成集合;

②若集合  $A, B$  满足  $A \cup B = B$ , 则  $B \subseteq A$ ;

③空集是任何集合的真子集;

④集合  $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $N = \{y | y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ , 则  $M \cap N = \{(0, 1)\}$ .

其中正确的个数为

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

4. 函数  $f(x) = 8^{\frac{1}{1-x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{1+x}}$  的定义域是

- A.  $(-\infty, -1)$   
 B.  $(1, +\infty)$   
 C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$   
 D.  $(-1, +\infty)$

5. 下列函数是偶函数,且在  $(-\infty, 0)$  上单调递减的是

- A.  $y = \frac{1}{x}$   
 B.  $y = 1 - x^2$   
 C.  $y = -x$   
 D.  $y = |x| + 1$

6. 已知幂函数  $f(x)$  的图象过点  $(8, 2)$ , 则  $f(27) =$

- A.  $\sqrt[3]{3}$   
 B.  $-\sqrt[3]{3}$   
 C.  $-3$   
 D.  $3$

7. 满足  $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ , 且  $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$  的集合  $M$  的个数是

- A. 1  
 B. 2  
 C. 3  
 D. 4

A 8. 函数  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + 1$  的值域是

- A.  $(1, 2]$       B.  $[1, 2]$

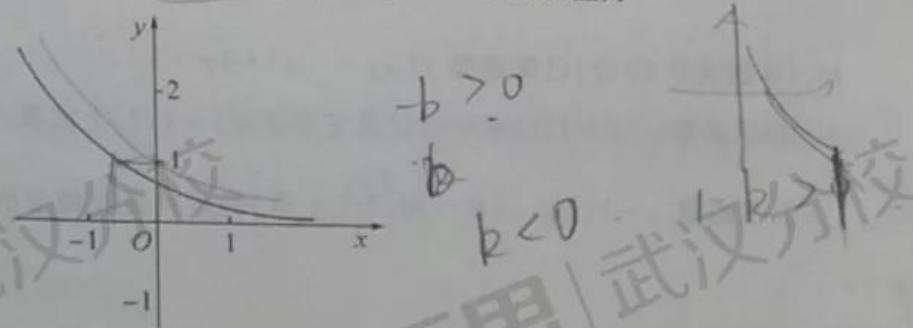
C.  $(1, +\infty)$

D.  $[1, +\infty)$

B 9. 2019 年第七届世界军人运动会在武汉举行, 武汉某校高一(1)班全体同学在武汉军运会官方票务网站购买了体操、射击和射箭等三项比赛项目的门票, 其中有 34 人买了体操的门票, 25 人买了射击的门票, 24 人买了射箭的门票, 15 人同时买了体操和射击的门票, 13 人同时买了体操和射箭的门票, 12 人同时买了射击和射箭的门票, 还有 9 人同时买了体操、射击和射箭的门票, 则该校高一(1)班的学生人数为

- A. 48 人      B. 52 人      C. 56 人      D. 60 人

B 10. 函数  $f(x) = a^{x-b}$  的图象如图所示, 其中  $a, b$  为常数, 则  $\log_a(1-b)$  的取值为



- A. 等于 0      B. 恒小于 0      C. 恒大于 0      D. 无法判断

A 11. 已知  $a = \log_3 2$ ,  $b = \ln 2$ ,  $c = 5^{-\frac{1}{2}}$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $b < c < a$       C.  $c < a < b$       D.  $c < b < a$

C 12. 某工厂产生的废气经过过滤后排放, 过滤过程中废气的污染物数量  $P$  mg/L 与时间  $t$  h 之间的关系为  $P = P_0 e^{-kt}$ . 如果在前 5 个小时消除了 20% 的污染物, 则污染物减少 50% 需要花多少时间 (精确到 1h) (参考数据:  $\ln 2 = 0.69$ ,  $\ln 10 = 2.30$ ).

- A. 13h      B. 15h      C. 18h      D. 20h

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上.

13. 计算:  $\sqrt[3]{5^3} \div \sqrt[4]{25} - 4^{-\frac{1}{2}} - \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 3 = \frac{1}{2}$ .

14. 已知函数  $f(x) = 4x^2 - kx - 8$  在  $[5, 20]$  上单调递增, 则实数  $k$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

15. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1, \\ 2^{x-1}, & x \geq 1, \end{cases}$ , 则  $f(-2) + f(\log_4 144) =$  \_\_\_\_\_.

16. 函数  $f(x) = -10^{\lg(-x)} \cdot \ln e^{\frac{k}{x} + \frac{1}{x}}$  在定义域  $(-\infty, 0)$  内存在区间  $[a, b]$ , 满足  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的值域为  $[a, b]$ , 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分) 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$ .

(1) 当  $m = -1$  时, 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $A \cap B = A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

18. (本题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ .

(1) 求函数  $f(x+1)$  的解析式以及它在区间  $[-1, 2]$  上的最小值;

(2) 求函数  $y = f(\log_3 x)$  在区间  $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 3\sqrt{3}\right]$  的最大值及相应的  $x$  的值.

19. (本题满分 12 分) 已知定义域为  $\mathbb{R}$  的单调函数  $f(x)$  是奇函数, 当  $x > 0$  时,  $f(x) = -\frac{x}{3} - 2$

(1) 求  $f(-1)$  的值和  $f(x)$  的解析式;

(2) 若对于任意的  $t \in \mathbb{R}$ , 不等式  $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围

$$f(t^2 - 2t) < -f(2t^2 - k)$$

$$f(t^2 - 2t) < f(k - 2t^2)$$

20. (本题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = \log_a(x+1)$ ,  $g(x) = \log_a(1-x)$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ).
- 求函数  $f(x) - g(x)$  的定义域;
  - 判断函数  $f(x) - g(x)$  的奇偶性, 并说明理由;
  - 当  $a = 2$  时, 判断函数  $f(x) - g(x)$  的单调性, 并给出证明.

青群数理一学而思|武汉分校

21. (本题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = 2^x + k \cdot 2^{-x}$ .

- 若  $f(x)$  为偶函数, 求实数  $k$  的值;
- 若  $f(x) \geq 4$  在  $x \in [\log_2 m, \log_2(m+2)]$  ( $m$  为大于 0 的常数) 上恒成立, 求实数  $k$  的最小值.

22. (本题满分 12 分) 已知实数  $a > 0$ , 函数  $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} + a \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$ .

- 当  $a = 1$  时, 求  $f(x)$  的最小值;
- 当  $a = 1$  时, 判断  $f(x)$  的单调性, 并说明理由;
- 已知函数  $g(x) = x + \frac{b}{x}$  有如下性质: 如果常数  $b > 0$ , 那么该函数在  $(0, \sqrt{b}]$  上是减函数, 在  $[\sqrt{b}, +\infty)$  上是增函数. 利用该性质求实数  $a$  的范围, 使得对于区间  $[-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}]$  上的任意三个实数  $r, s, t$ , 都存在以  $f(r), f(s), f(t)$  为边长的三角形.