湖北省部分重点中学2019—2020学年度上学期期中联考

高二数学试卷

命题学校:武汉三中　　命题教师:郑颖　　审题教师:张郧鳞

考试时间:2019年11月6日上午9:00—11:00　　试卷满分:150分

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.

D 1. 已知直线 l 过点 $(1,2)$,且在纵坐标轴上的截距为横坐标轴上的截距的两倍,则直线 l 的方程为(　　)

~~A. $2x-y=0$~~　　~~B. $2x+y-4=0$~~

C. $2x-y=0$ 或 $x+2y-2=0$　　D. $2x-y=0$ 或 $2x+y-4=0$

A 2. 已知直线 $3x+2y-3=0$ 和 $6x+my+1=0$ 互相平行,则它们之间的距离是(　　)

A. $\frac{7\sqrt{13}}{26}$　　B. $\frac{9\sqrt{13}}{26}$　　C. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

B 3. 已知方程 $\frac{x^2}{m-1}+\frac{y^2}{2-m}=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆,则 m 的取值范围是(　　)

A. $(1,2)$　　B. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$

C. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

B 4. 已知圆 $F_1:(x+2)^2+y^2=36$,定点 $F_2(2,0)$,A 是圆 F_1 上的一动点,线段 F_2A 的垂直平分线交半径 F_1A 于 P 点,则 P 点的轨迹 C 的方程是(　　)

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$　　C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$

A 5. 若动点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$ 分别在直线 $l_1:x+y-7=0$,$l_2:x+y-5=0$ 上移动,则 AB 的中点 M 到原点距离的最小值为(　　)

A. $3\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{2}$

B 6. 已知圆 $x^2+y^2-2x+6y+5a=0$ 关于直线 $y=x+2b$ 对称,则 $a-b$ 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,4)$　　C. $(-4,+\infty)$　　D. $(4,+\infty)$

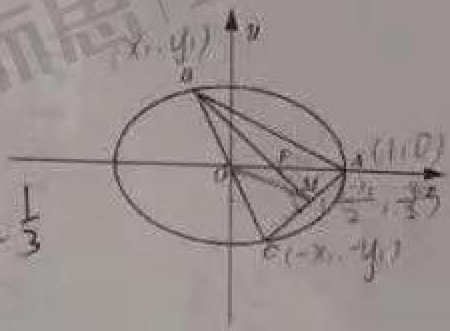
A 7. 设△ABC 的一个顶点是 $A(3,-1)$,$\angle B$,$\angle C$ 的内角平分线所在的直线方程分别是 $x=0$,$y=x$,则直线 BC 的方程是(　　)

A. $y=2x+5$　　B. $y=2x+3$　　C. $y=3x+5$　　D. $y=-\frac{x}{2}+\frac{5}{2}$

C 8.已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，若一组斜率为 $\frac{1}{4}$ 的平行直线被椭圆 C 所截线段的中点均在直线 l 上，则 l 的斜率为（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. -2　　D. $\frac{1}{2}$

C 9.如图，设椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点为 A，右焦点为 F，B 为椭圆在第二象限上的点，直线 BO 交椭圆 E 于点 C，若直线 BF 平分线段 AC 于 M，则椭圆 E 的离心率是（　　）



$c=\frac{1}{3}$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

A 10.已知 P 是直线 $kx+4y-10=0(k>0)$ 上的动点，过点 P 作圆 $C:x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 的两条切线，A，B 是切点，C 是圆心，若四边形 PACB 面积的最小值为 $2\sqrt{2}$，则 k 的值为（　　）

A. 3　　B. 2　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{15}{2}$

B 11.在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C:x^2+y^2-4x=0$ 及点 $A(-1,0)$，$B(1,2)$，在圆 C 上存在点 P，使得 $|PA|^2+|PB|^2=12$，则点 P 的个数为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

B 12.已知二次函数 $y=x^2-2x+m(m\neq0)$ 交 x 轴于 A，B 两点（A，B 不重合），交 y 轴于 C 点. 圆 M 过 A，B，C 三点. 下列说法正确的是（　　）

①圆心 M 在直线 $x=1$ 上；~~②~~ m 的取值范围是 $(0,1)$；

③圆 M 半径的最小值为 1；④存在定点 N，使得圆 M 恒过点 N

A. ①②③　　B. ①③④　　~~C. ②③~~　　D. ①④

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.若过点 $P(1-a,1+a)$ 与 $Q(4,2a)$ 的直线的倾斜角为钝角，则实数 a 的取值范围是 $(-3,1)$.

14.已知圆心在直线 $x-y-1=0$ 上的圆与 y 轴的两个交点坐标分别为 $(0,4)$，$(0,-2)$，则该圆的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=13$

15.在平面直角坐标系 xOy 中，O 为坐标原点，若直线 $y=k(x-3\sqrt{3})$ 上存在一点 P，圆 $x^2+(y-1)^2=1$ 上存在一点 Q，满足 $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OQ}$，则实数 k 的最小值为________.

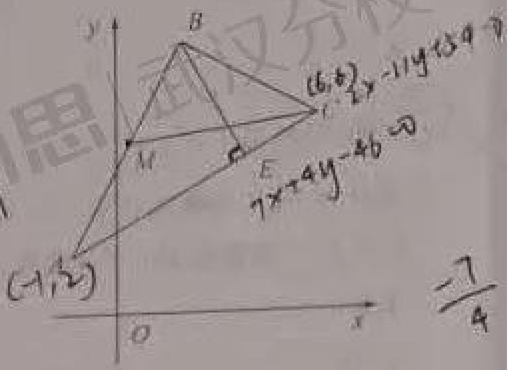
16.在平面直角坐标系 xOy 中，O 为坐标原点，已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，P，Q 为椭圆上两个不同的动点，直线 OP，OQ，PQ 的斜率分别为 k_1，k_2，k，且 $k_1k_2=k^2$，则 $\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}$ 的最小值为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）在 ΔABC 中，$A(-1,2)$，边 AC 上的高 BE 所在的直线方程为 $7x+4y-46=0$，边 AB 上中线 CM 所在的直线方程为 $2x-11y+54=0$.

(1)求点 C 坐标；(6,6)

(2)求直线 BC 的方程.



18.（本小题满分 12 分）已知以点 $A(-1,2)$ 为圆心的圆与直线 $l_1: x+2y+7=0$ 相切. 过点 $B(-2,0)$ 的动直线 l 与圆 A 相交于 M、N 两点.

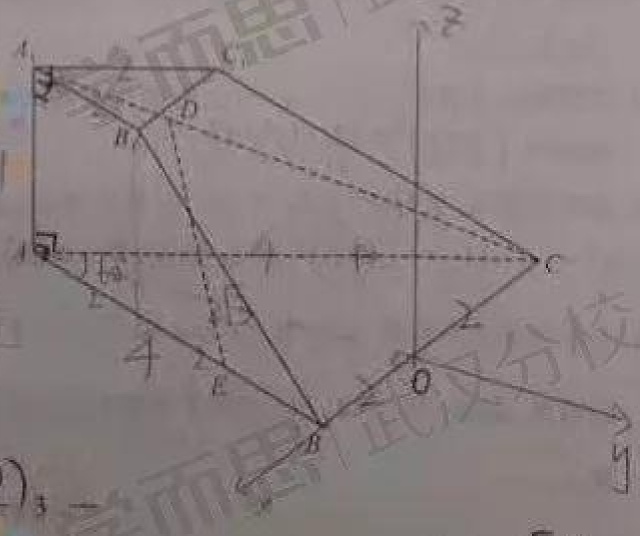
(1)求圆 A 的方程；

(2)当 $|MN|=2\sqrt{19}$ 时，求直线 l 的方程.

19.（本小题满分 12 分）如图，三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 A_1B_1BA 与侧面 A_1C_1CA 是全等的梯形，若 $A_1A\perp AB$，$A_1A\perp A_1C_1$，且 $AB=2A_1B_1=4A_1A$.

(1)若 $\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DA_1}$，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，证明：$DE$ // 平面 BCC_1B_1；

(2)若二面角 C_1-AA_1-B 为 $\frac{\pi}{3}$，求平面 A_1B_1BA 与平面 C_1B_1BC 所成的锐二面角的余弦值. $\frac{1}{2}$



$2\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{AB}$

$A(0,-2\sqrt{3},0)$

$B(2,0,0)$

$B_1(x,y,z)$

$A_1(0,-2\sqrt{3},1)$

$A(0,-2\sqrt{3},0)$

$B_1(1,-\sqrt{3},1)$

$B(2,0,0)$

$C(-2,0,0)$

$x=-\sqrt{3}y$

20.(本小题满分12分)已知定点 $A(-3,0)$、$B(3,0)$,直线 AM、BM 相交于点 M,且它们的斜率之积为 $-\frac{1}{9}$,记动点 M 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程;

(2)过点 $T(1,0)$ 的直线 l 与曲线 C 交于 P、Q 两点,是否存在定点 $S(x_0,0)$,使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值,若存在,求出 S 坐标;若不存在,请说明理由.

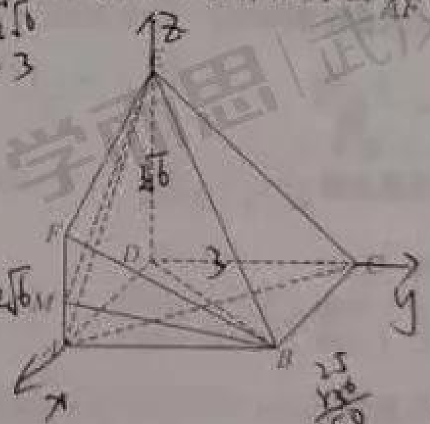
21.(本小题满分12分)如图,四边形 $ABCD$ 是边长为3的正方形,平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$,$AF // DE$,$AD \perp DE$,$AF=2\sqrt{6}$,$DE=3\sqrt{6}$.

(1)求直线 CA 与平面 BEF 所成角的正弦值;

(2)在线段 AF 上是否存在点 M,使得二面角 $M-BE-D$ 的大小为 60°?若存在,求出 $\frac{AM}{AF}$ 的值;若不存在,说明理由.

$x=\frac{5\sqrt{6}}{3}$ $=5\sqrt{6}$
$y=\frac{2}{3}$ $=2\sqrt{6}$
$z=1$ $=3$

$-3x+5\sqrt{6}z=0$
$3x=5\sqrt{6}z$
$x=\frac{5\sqrt{6}}{3}z$
$3y=2\sqrt{6}z=2\sqrt{6}$
$y=\frac{2\sqrt{6}}{3}$



25
×6
150
33

$\sqrt{25\times6+4\times6+1}$
$=\sqrt{150+24+1}$

22.(本小题满分12分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3},0)$、$F_2(\sqrt{3},0)$,且经过点 $A(\sqrt{3},\frac{1}{2})$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)过点 $B(4,0)$ 作一条斜率不为0的直线 l 与椭圆 C 相交于 P、Q 两点,记点 P 关于 x 轴对称的点为 P'.若直线 $P'Q$ 与 x 轴相交于点 D,求 $\triangle DPQ$ 面积的最大值.

$\frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1$ $\begin{matrix} m & -1 \\ 4m & 3 \end{matrix}$

$\frac{3}{b^2+3}+\frac{1}{4b^2}=1$

15
-6
9

$b^2=m$
$\frac{3}{m+3}+\frac{1}{4m}=1$

$\frac{-9\sqrt{6}}{\sqrt{183}+3\sqrt{2}}$

$12m+m+3=4m^2+12m$
$4m^2-m-3=0$